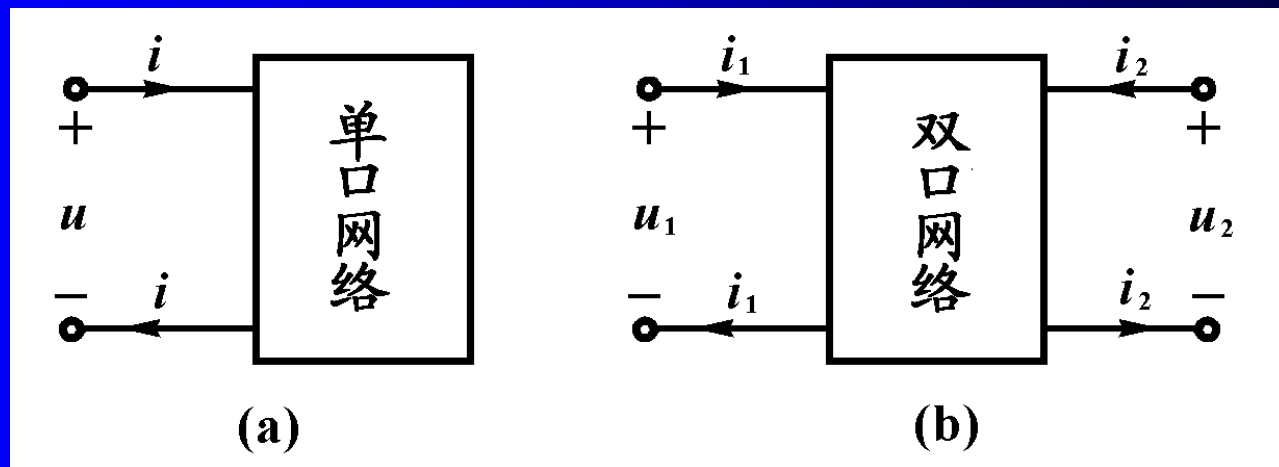


第五章 多端元件和双口网络

具有多个端钮与外电路连接的网络（或元件），称为多端网络（或多端元件）。在这些端钮中，若在任一时刻，从某一端钮流入的电流等于从另一端钮流出的电流，这样一对端钮，称为一个端口。二端网络的两个端钮就满足上述端口条件，故称二端网络为单口网络。假若四端网络的两对端钮均满足端口条件，称这类四端网络为双口网络，简称双口(Two-Ports)。



§ 5-1 理想变压器

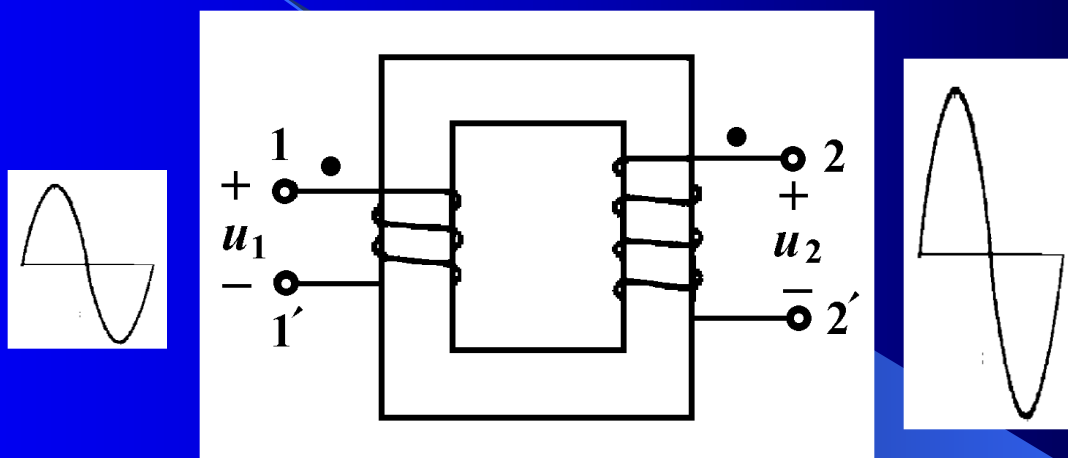
电子和电力设备中广泛使用各种变压器，为了得到各种变压器的电路模型，需要定义一种称为理想变压器的电路元件。



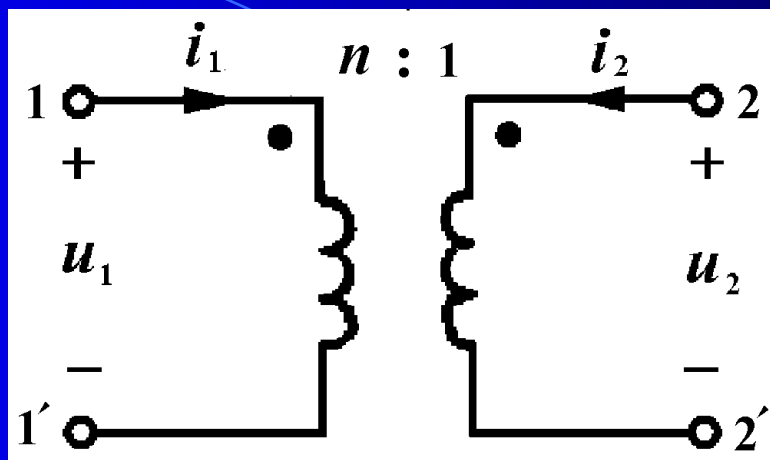


变压器初级电压为4V，次级电压为0.125V，变比为16。

理想变压器是根据铁心变压器的电气特性抽象出来的一种理想电路元件。在铁心变压器初级加上交流信号时，次级可以得到不同电压的交流信号。



理想变压器的符号如图所示。



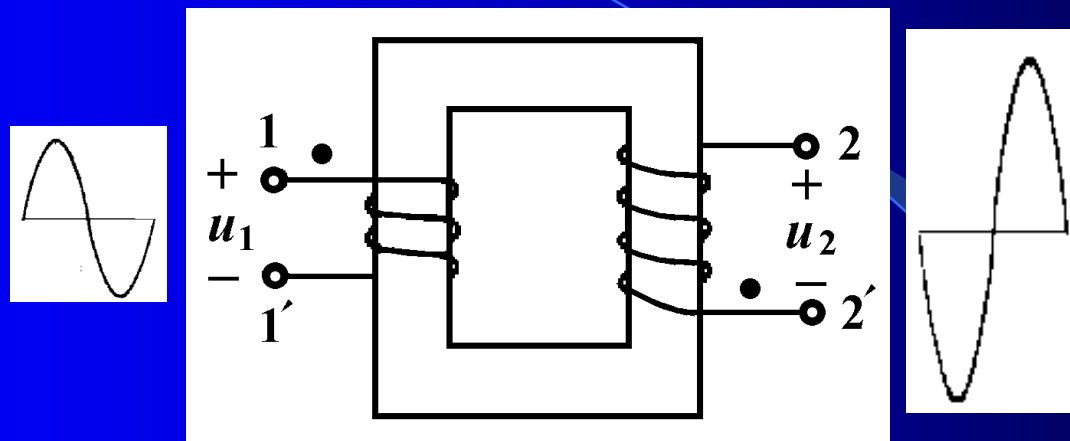
理想变压器的电压电流关系为：

$$u_1 = nu_2 \quad (5-1)$$

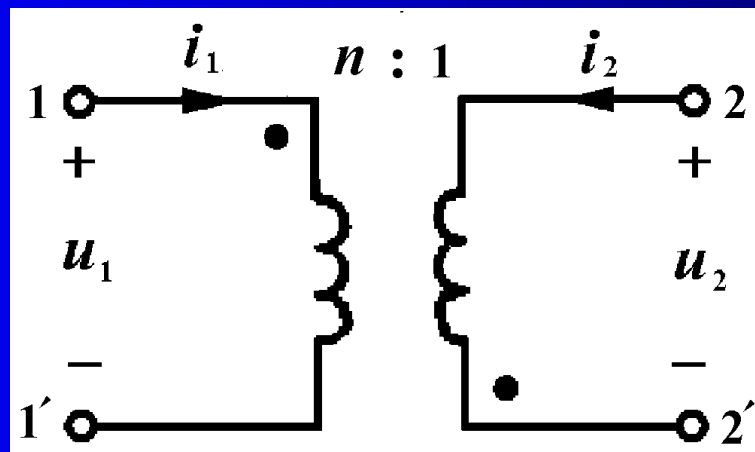
$$i_2 = -ni_1 \quad (5-2)$$

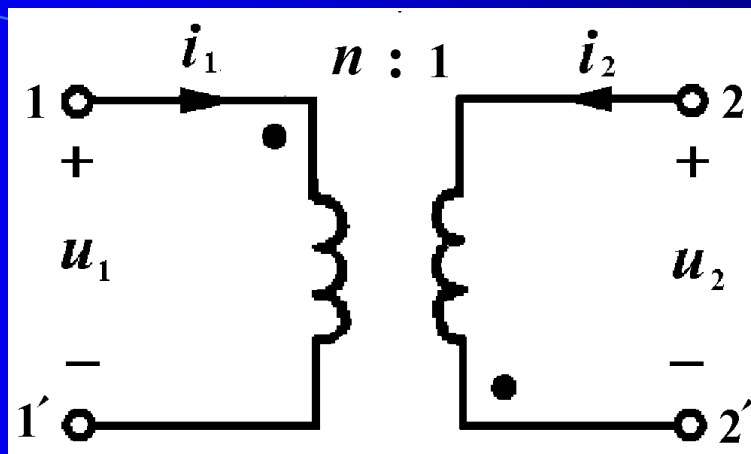
式中参数 n 称为变比。图中标注的一对 \bullet 点是表示初级电压 u_1 和次级电压 u_2 极性关系的符号。当 u_1 和 u_2 的 $+$ 端均选在标有 \bullet 点的端钮上时，表示 u_1 和 u_2 极性相同。

当变压器的极性改变时



理想变压器的符号如图所示。



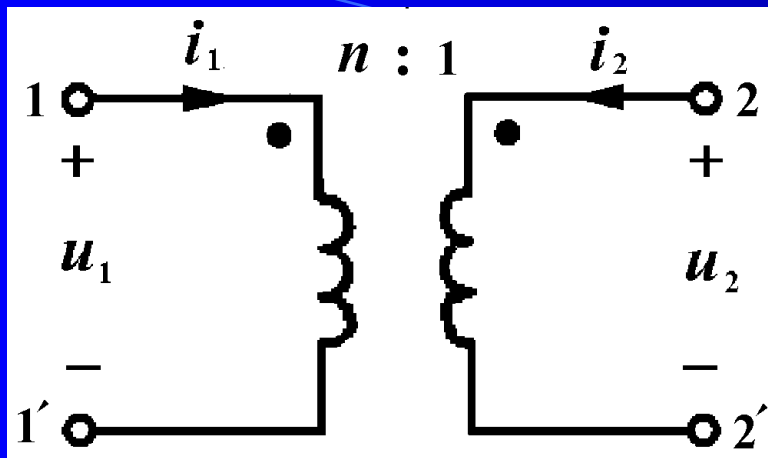


理想变压器的电压电流关系为：

$$u_1 = -nu_2 \quad (5-3)$$

$$i_2 = ni_1 \quad (5-4)$$

表征理想变压器端口特性的VCR方程是两个线性代数方程，因而理想变压器是一种线性双口电阻元件。与实际变压器不同。它既可工作于交流又可工作于直流，对电压、电流的频率和波形没有任何限制。



$$u_1 = nu_2 \quad (5-1)$$

$$i_2 = -ni_1 \quad (5-2)$$

理想变压器有两个基本性质：

1. 理想变压器既不消耗能量，也不储存能量，在任一时刻进入理想变压器的功率等于零，即

$$p = u_1 i_1 + u_2 i_2 = nu_2 i_1 - u_2 ni_1 = 0$$

此式说明从初级进入理想变压器的功率，全部传输到次级的负载中，它本身既不消耗，也不储存能量。

2. 当理想变压器次级端接一个电阻 R 时，初级的输入电阻为 n^2R 。

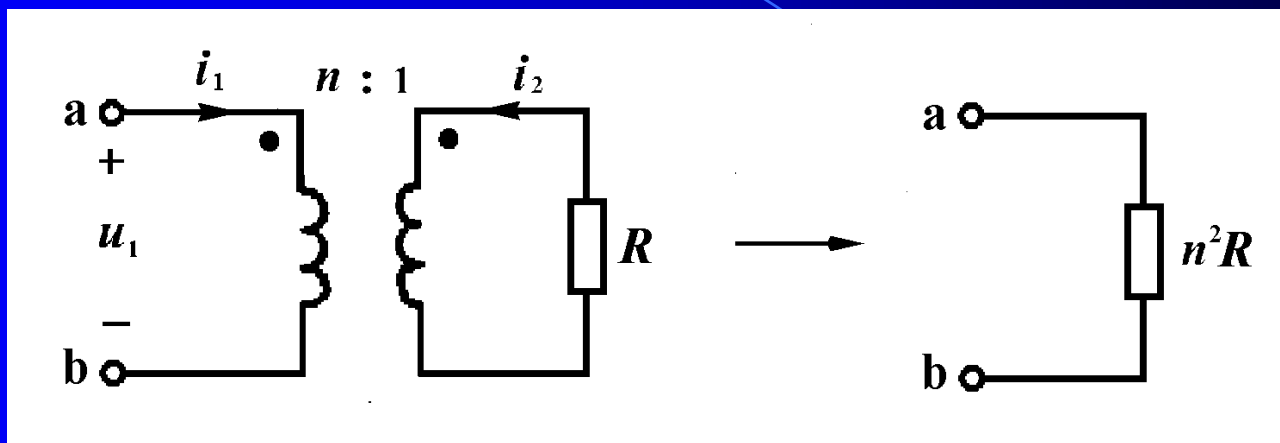
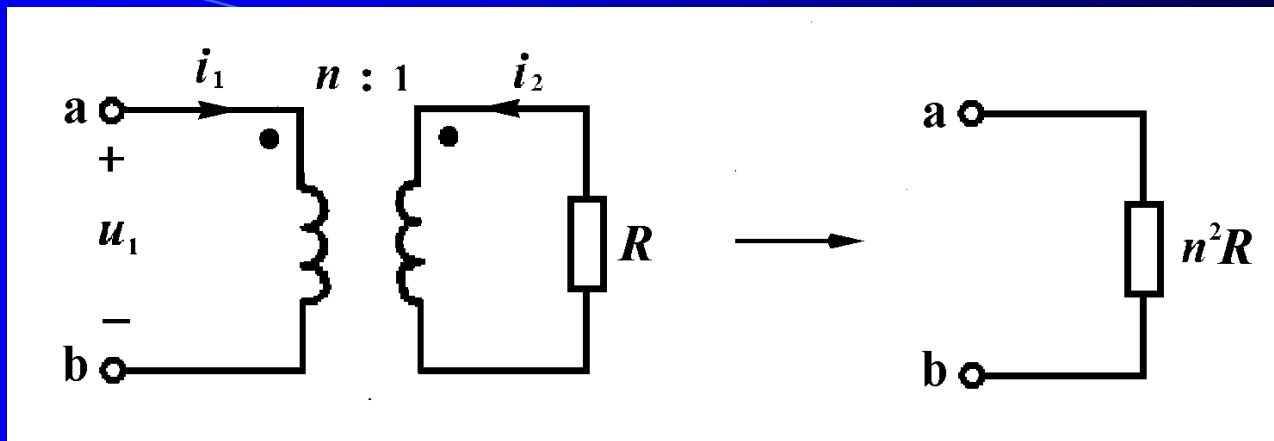


图5-2

用外加电源法求得图示单口网络的输入电阻为

$$R_1 = \frac{u_1}{i_1} = \frac{nu_2}{-\frac{i_2}{n}} = n^2 \left(\frac{-u_2}{i_2} \right) = n^2 R \quad (5-5)$$



$$R_i = \frac{u_1}{i_1} = \frac{nu_2}{-\frac{i_2}{n}} = n^2 \left(\frac{-u_2}{i_2} \right) = n^2 R \quad (5-5)$$

上式表明理想变压器不仅可以变换电压和电流，也可以变换电阻。可以证明，式（5-5）的结论与理想变压器初、次级极性标记的位置无关，因此今后在这种情况下可以不标出初、次级的极性。

例5-1 求图5-3所示单口网络的等效电阻 R_{ab} 。

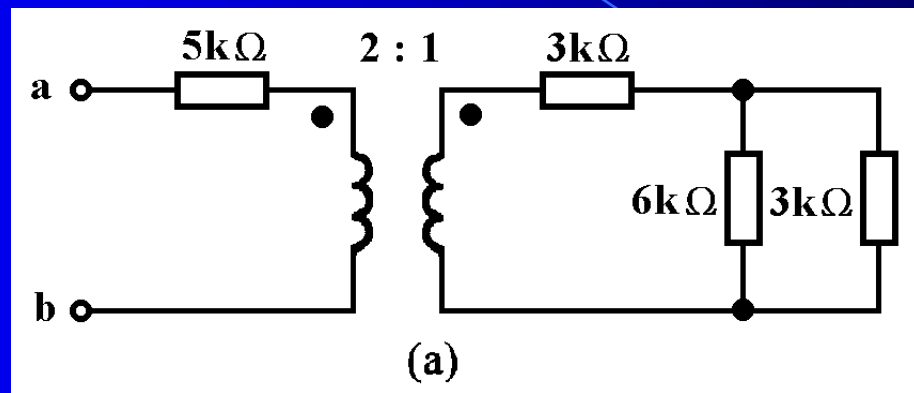


图5-3

解：先求理想变压器的次级负载电阻

$$R_L = \left(3 + \frac{6 \times 3}{6 + 3} \right) \text{k}\Omega = 5 \text{k}\Omega$$

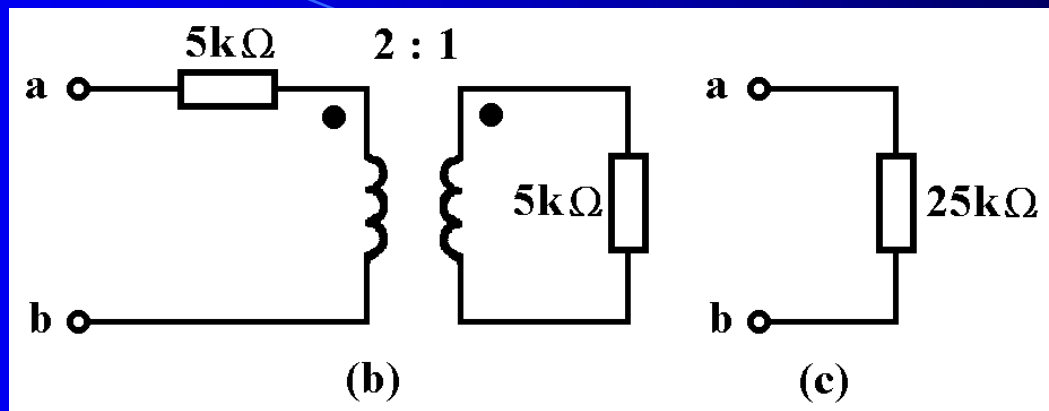


图5-3

由 $R_L=5\text{k}\Omega$ 得到图(b)所示电路，由此求得

$$R_{ab} = 5\text{k}\Omega + 2^2 \times 5\text{k}\Omega = 25\text{k}\Omega$$

最后得到图(c)所示电路。

例5-2 电路如图5-4所示。欲使负载电阻 $R_L=8\Omega$ 得最大功率，求理想变压器的变比和负载电阻获得的最大功率。

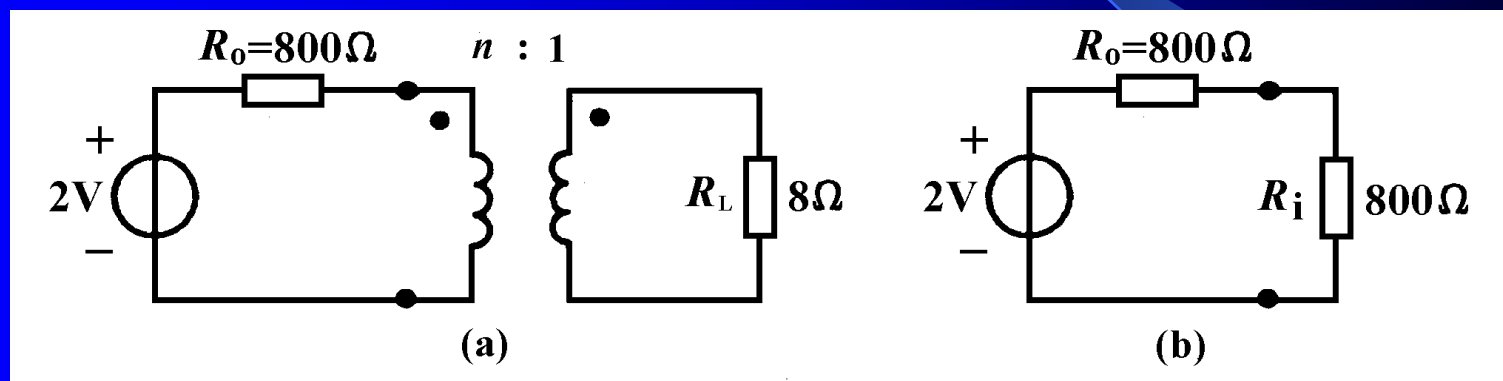


图5-4

解：理想变压器端接负载电阻 R_L 时的等效电阻为

$$R_i = n^2 R_L$$

根据最大功率传输定理, R_i 获得最大功率的条件是

$$R_i = n^2 R_L = R_o$$

求得

$$n = \sqrt{\frac{R_o}{R_L}} = \sqrt{\frac{800}{8}} = 10$$

得到图(b)所示电路, 电阻 R_L 和 R_i 获得的最大功率为

$$P_{\max} = \frac{u_{oc}^2}{4R_o} = \frac{2^2}{4 \times 800} \text{ W} = 1.25 \text{ mW}$$

例5-3 求图5-5(a)所示单口网络的等效电阻 R_{ab} 。

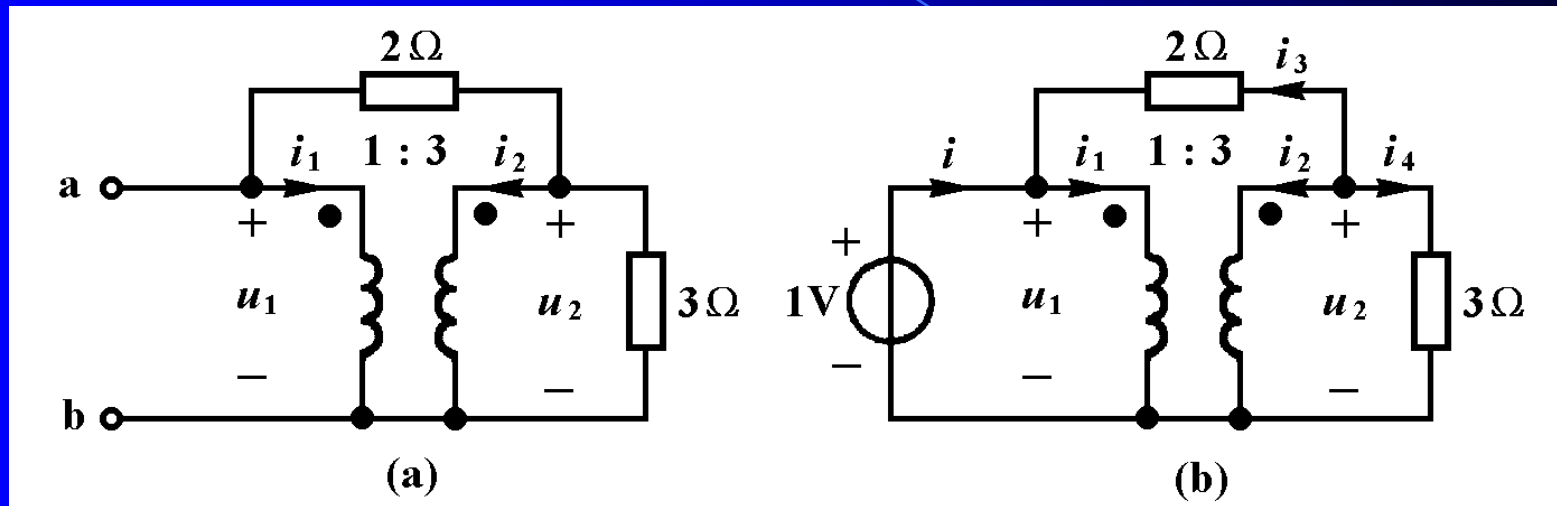
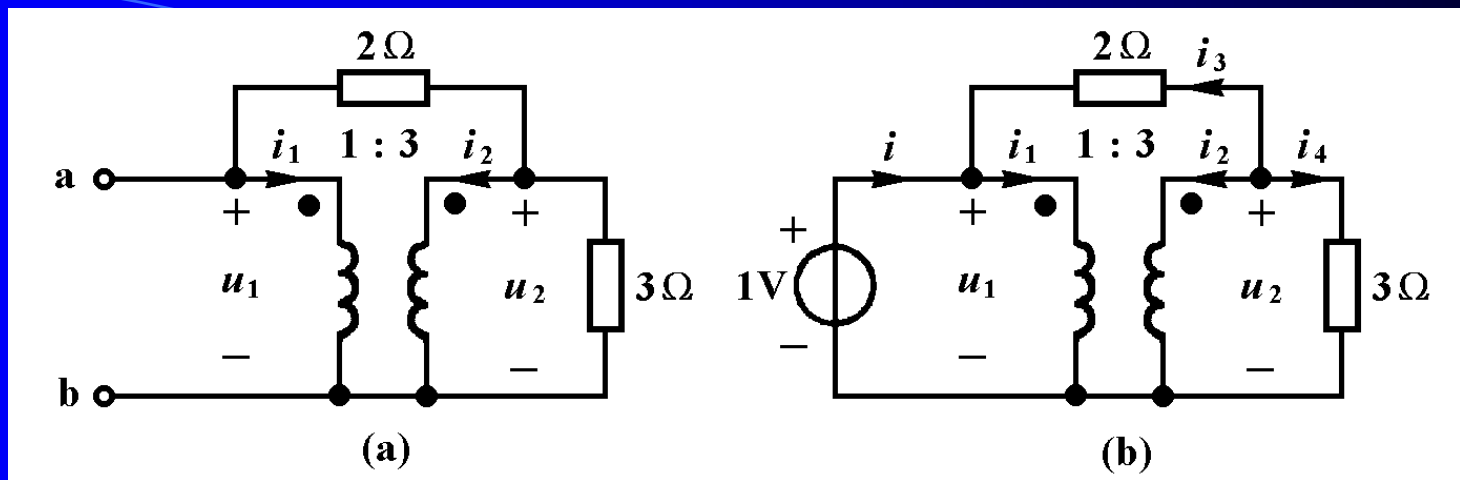


图5-5

解：理想变压器的方程为：

$$u_2 = 3u_1 \quad i_1 = -3i_2$$



用外加电源法求等效电阻。为了计算方便，在端口外加1V电压源如图(b)所示，用2b方程可求得：

$$i_3 = \frac{u_2 - u_1}{2\Omega} = \frac{3 - 1}{2} \text{ A} = 1\text{A} \qquad i_4 = \frac{u_2}{3\Omega} = \frac{3}{3} \text{ A} = 1\text{A}$$

$$i_2 = -i_3 - i_4 = -2\text{A} \qquad i_1 = -3i_2 = 6\text{A}$$

$$i = i_1 - i_3 = 6\text{A} - 1\text{A} = 5\text{A}$$

最后得到等效电阻

$$R_{ab} = \frac{u}{i} = \frac{1\text{V}}{5\text{A}} = 0.2\Omega$$

例5-4 用结点分析法再求图5-5(a)所示单口网络的等效电阻。

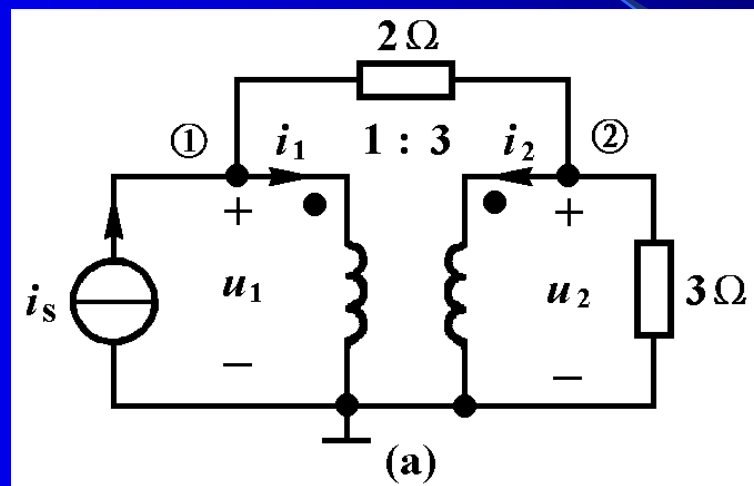


图5-5

解：采用外加电流源计算端口电压的方法求等效电阻。

解一：增加理想变压器电流 i_1 和 i_2 变量来列写结点方程：

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\Omega} u_1 - \frac{1}{2\Omega} u_2 + i_1 &= i_S \\ -\frac{1}{2\Omega} u_1 + \left(\frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{3\Omega} \right) u_2 + i_2 &= 0 \end{aligned}$$

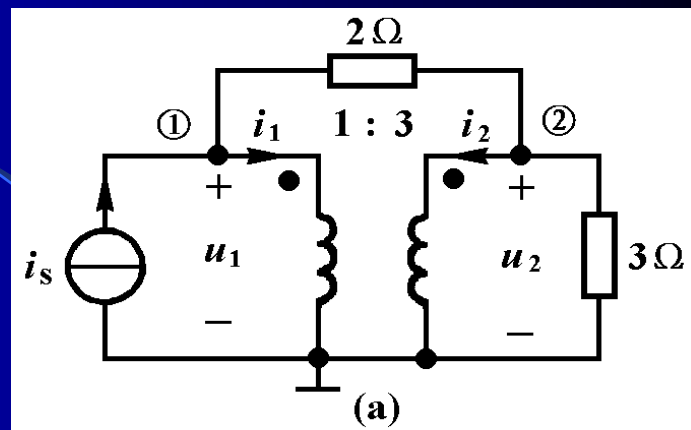


图5-5

补充理想变压器的VCR方程：

$$u_2 = 3u_1$$

$$i_1 = -3i_2$$

求解方程可以得到

$$R_i = \frac{u_1}{i_s} = 0.2\Omega$$

解法二：根据理想变压器的VCR方程：

$$u_2 = 3u_1 \quad i_1 = -3i_2$$

用两个相应的受控源代替理想变压器的两条支路，得到图(b)电路。

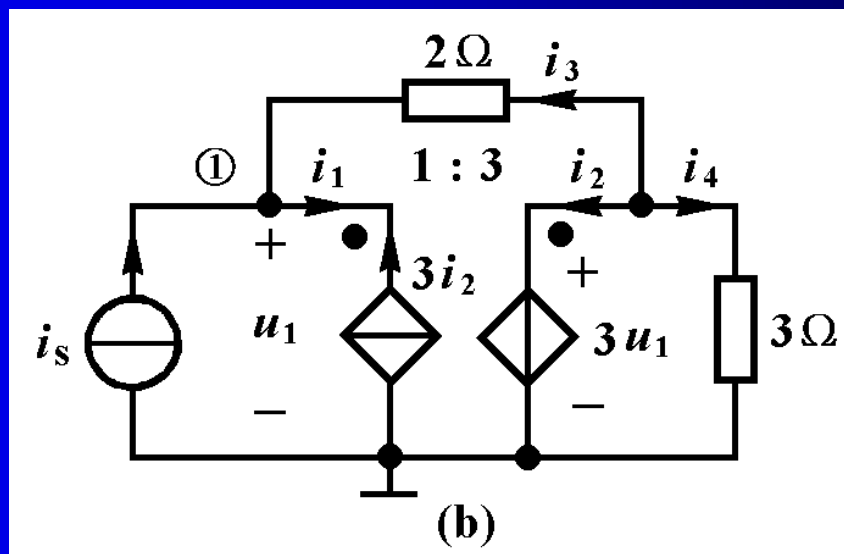


图5-6

列出结点方程:

$$\frac{1}{2\Omega} u_1 - \frac{1}{2\Omega} u_2 = 3i_2 + i_S$$
$$-\frac{1}{2\Omega} u_1 + \left(\frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{3\Omega} \right) u_2 = -i_2$$

代入

$$u_2 = 3u_1$$

可解得

$$R_i = \frac{u_1}{i_S} = 0.2\Omega$$

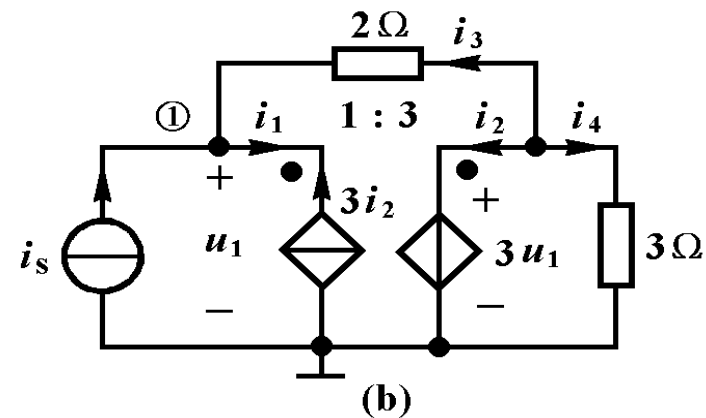


图5-6

§5-2 运算放大器的电路模型

一、运算放大器

运算放大器简称运放，是一种多端集成电路，通常由数十个晶体管和一些电阻构成。现已有上千种不同型号的集成运放，是一种价格低廉、用途广泛的电子器件。早期，运放用来完成模拟信号的求和、微分和积分等运算，故称为运算放大器。现在，运放的应用已远远超过运算的范围。它在通信、控制和测量等设备中得到广泛应用。

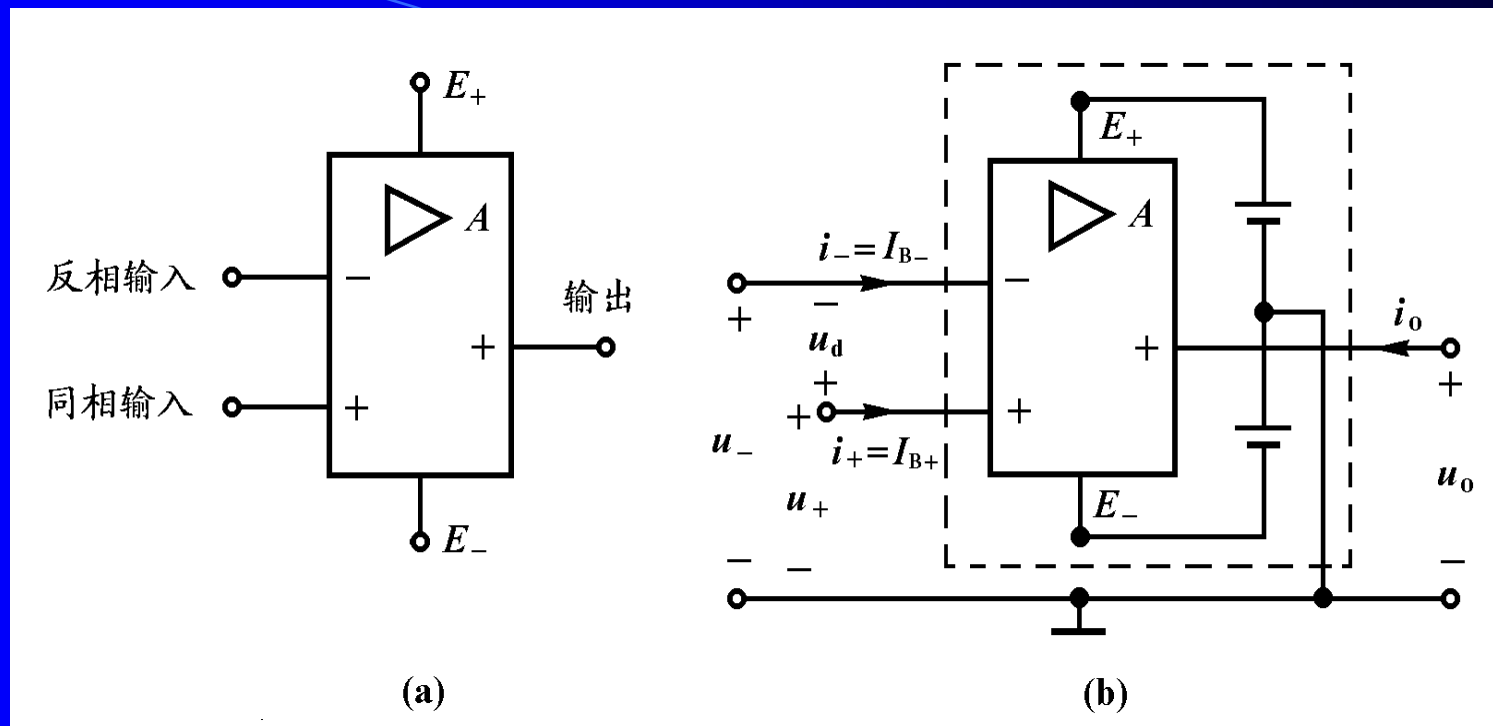
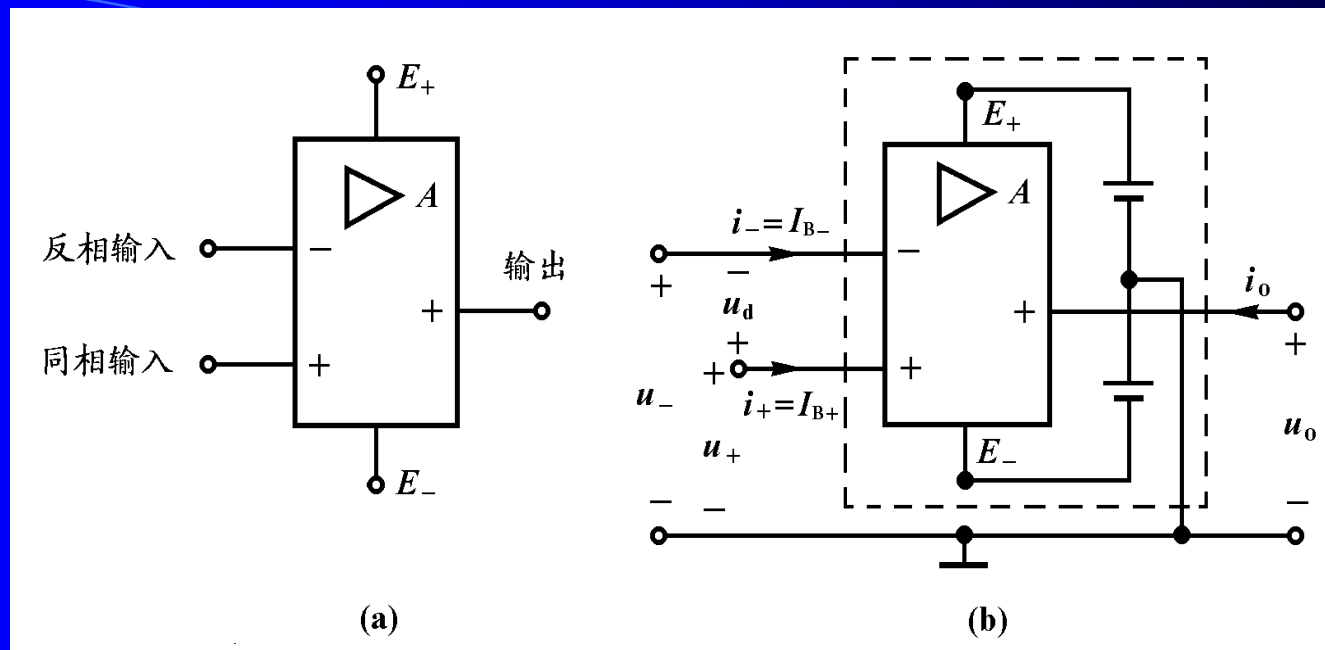


图5-7

运放器件的电气图形符号如图(a)所示。运放在正常工作时，需将一个直流正电源和一个直流负电源与运放的电源端 E_+ 和 E_- 相连[图(b)]。两个电源的公共端构成运放的外部接地端。



运放与外部电路连接的端钮只有四个：两个输入端、一个输出端和一个接地端，这样，运放可看为是一个四端元件。图中 i_- 和 i_+ 分别表示进入反相输入端和同相输入端的电流。 i_o 表示进入输出端的电流。 u_- 、 u_+ 和 u_o 分别表示反相输入端、同相输入端和输出端相对接地端的电压。 $u_d = u_+ - u_-$ 称为差模输入电压。

运放工作在直流和低频信号的条件下，其输出电压与差模输入电压的典型转移特性曲线 $u_o=f(u_d)$ 如图示。该曲线有三个明显的特点：

1. u_o 和 u_d 有不同的比例尺度： u_o 用V； u_d 用mV。

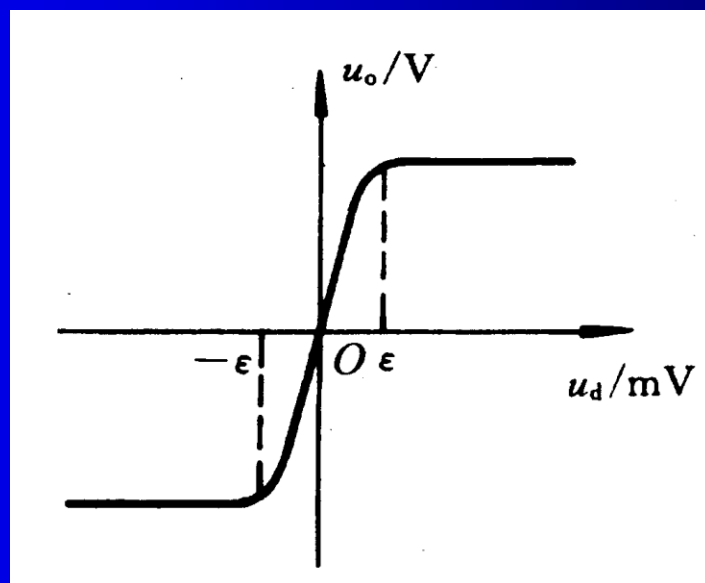
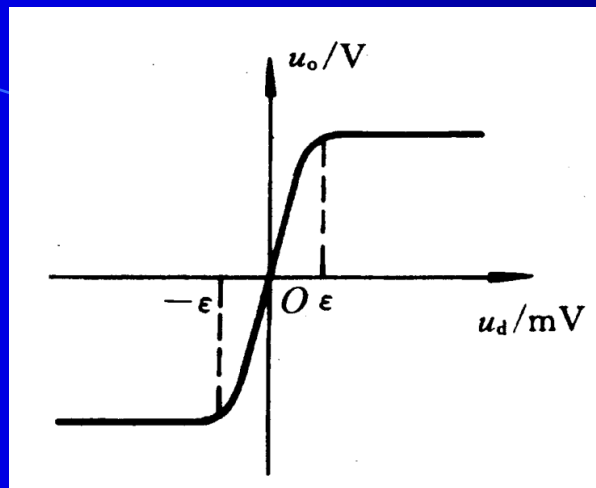


图5-8



2. 在输入信号很小 ($|u_d| < \epsilon$) 的区域内, 曲线近似于一条很陡的直线, 即 $u_o = f(u_d) \approx Au_d$ 。该直线的斜率与 $A = u_o/u_d$ 成比例, A 称为开环电压增益, 其量值可高达 $10^5 \sim 10^8$ 。工作在线性区的运放是一个高增益的电压放大器。

3. 在输入信号较大 ($|u_d| > \epsilon$) 的区域, 曲线 $f(u_d)$ 饱和于 $u_o = \pm U_{\text{sat}}$ 。 U_{sat} 称为饱和电压, 其量值比电源电压低 2V 左右, 例如 $E_+ = 15\text{V}$, $E_- = -15\text{V}$, 则 $+U_{\text{sat}} = 13\text{V}$, $-U_{\text{sat}} = -13\text{V}$ 左右。工作于饱和区的运放, 其输出特性与电压源相似。

综上所述，运放在直流和低频应用时，其端电压电流方程为：

$$\left. \begin{aligned} i_- &= I_{B-} \\ i_+ &= I_{B+} \\ u_o &= f(u_d) \end{aligned} \right\} \quad (5-7)$$

式中 I_{B-} 和 I_{B+} 是反相输入端和同相输入端的输入偏置电流，其量值非常小，通常小于 10^{-7}A ，可以近似认为等于零。 $u_o=f(u_d)$ 是输出电压 u_o 对差模输入电压 u_d 的转移特性。下面介绍运算放大器的两种电路模型。

二、有限增益的运算放大器模型

有限增益运放模型的符号和转移特性曲线如图5-9所示。

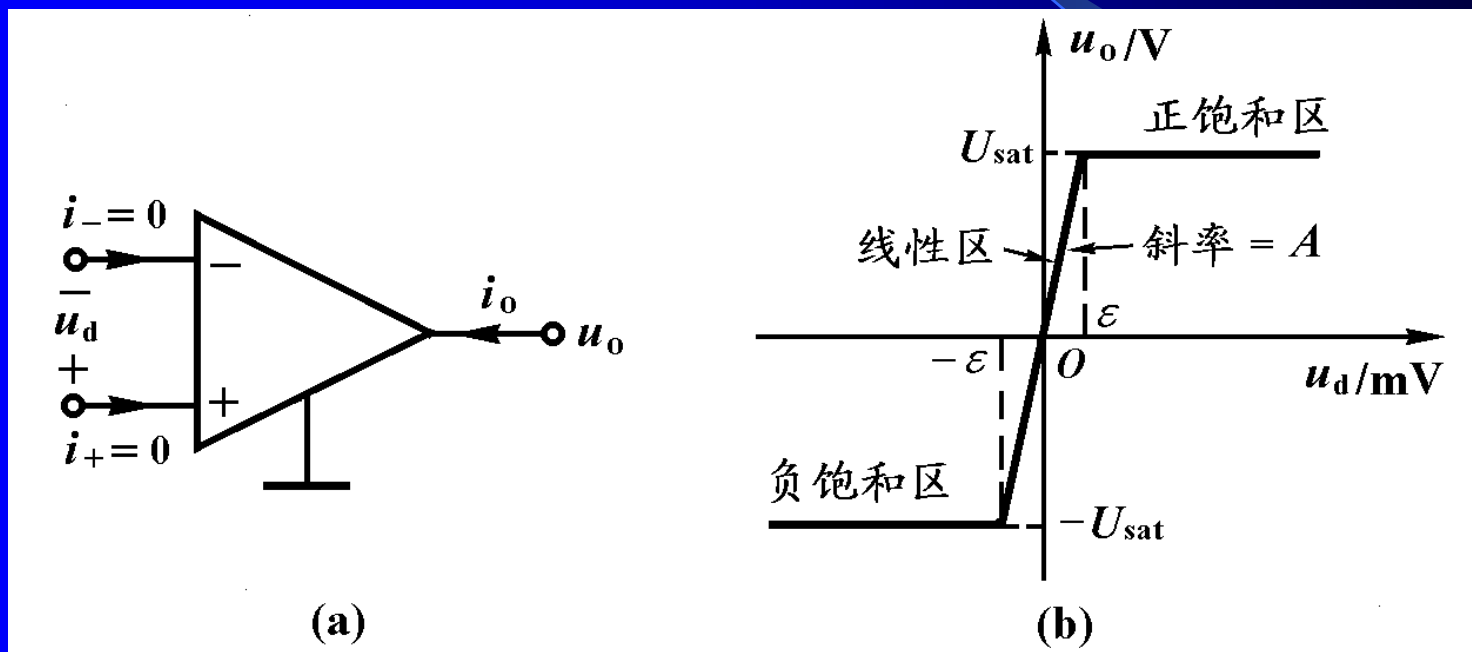
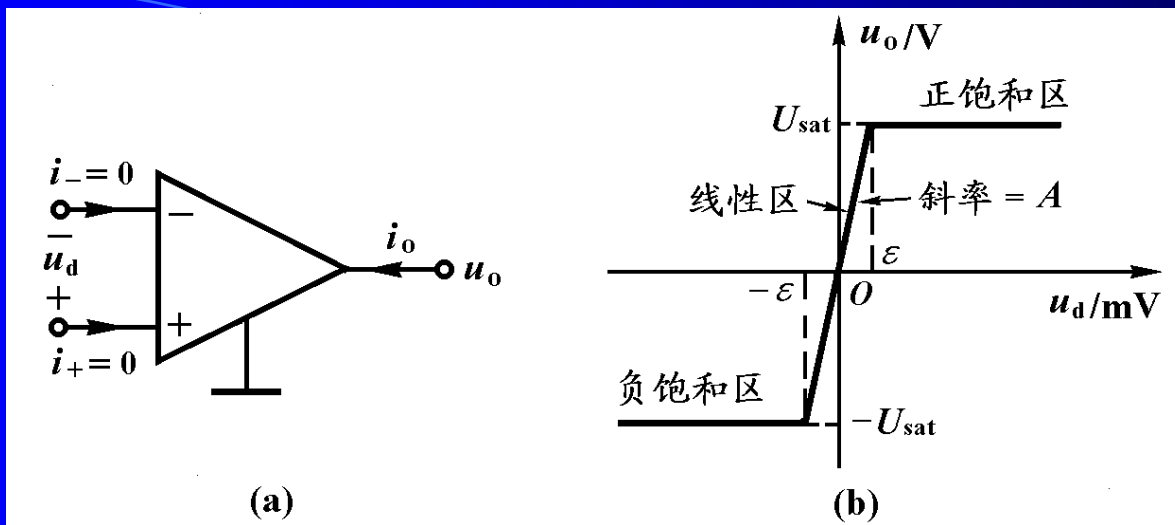


图5-9



由于实际运放的输入电流非常小，可以认为 $i_- = i_+ = 0$ ，这意味着运放的输入电阻为无限大，相当于开路。图5-9(b)所示转移特性曲线是图5-8实际运放转移特性曲线的分段线性近似。有限增益运放模型可以由以下方程描述：

$$i_- = 0 \quad (5-8a)$$

$$i_+ = 0 \quad (5-8b)$$

$$\left. \begin{aligned} u_o &= Au_d & |u_d| < \epsilon \\ u_o &= U_{sat} & u_d > \epsilon \\ u_o &= -U_{sat} & u_d < -\epsilon \end{aligned} \right\} \quad (5-8c)$$

有限增益模型可以工作于三个不同的区域时，其电路模型，分别如图(a)、(b)、(c)所示。

1. 线性区

当 $|u_d| < \varepsilon$ 时， $u_o = f(u_d) = Au_d$ ，运放等效为一个电压控制电压源，如图(a)所示。

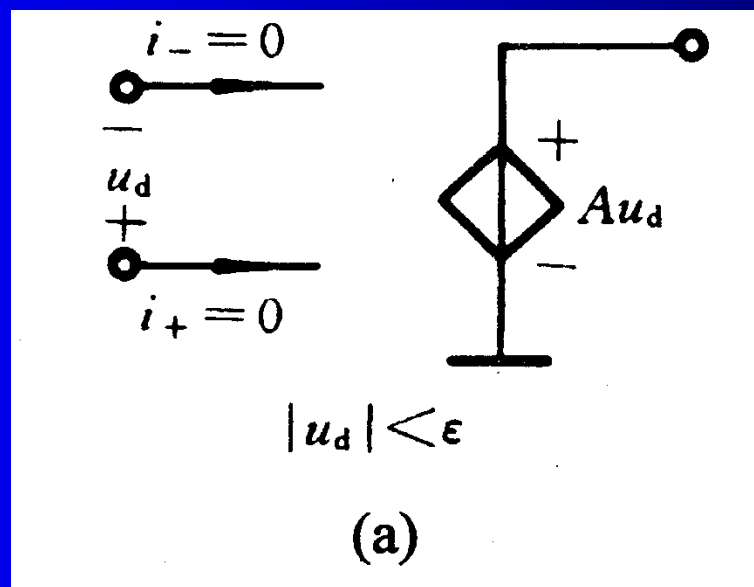


图5-10

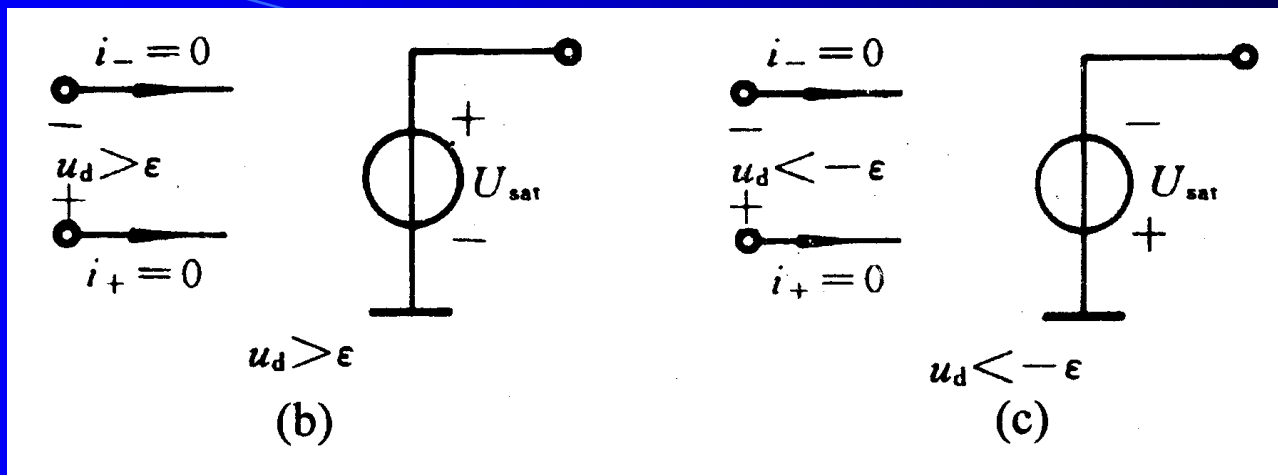


图5-10

2. 正饱和区

当 $u_d > \epsilon$ 时， $u_o = +U_{sat}$ ，运放的输出端口等效于一个直流电压源，如图(b)所示。

3. 负饱和区

当 $u_d < -\epsilon$ 时， $u_o = -U_{sat}$ ，运放的输出端口等效于一个直流电压源，如图(c)所示。

三、理想运算放大器模型

实际运放的开环电压增益非常大($A=10^5\sim 10^8$), 可以近似认为 $A=\infty$ 和 $\varepsilon=0$ 。此时, 有限增益运放模型可以进一步简化为理想运放模型。理想运放模型的符号如图(a)所示, 其转移特性曲线如图(b)所示。

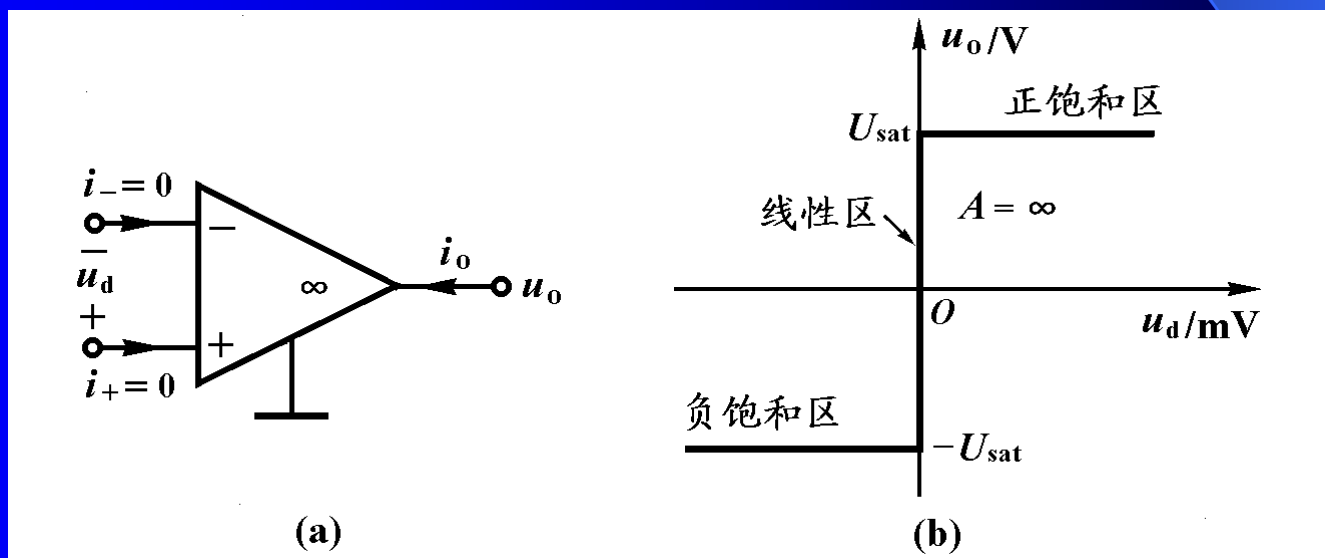


图5-11

理想运放模型可由以下方程描述:

$$i_- = 0 \quad (5-9a)$$

$$i_+ = 0 \quad (5-9b)$$

$$\left. \begin{array}{ll} -U_{\text{sat}} < u_o < U_{\text{sat}} & u_d = 0 \\ u_o = U_{\text{sat}} & u_d > 0 \\ u_o = -U_{\text{sat}} & u_d < 0 \end{array} \right\} (5-9c)$$

理想运放模型工作于线性区、正饱和区和负饱和区相应的电路模型，分别如图(a)、(b)、(c)所示。

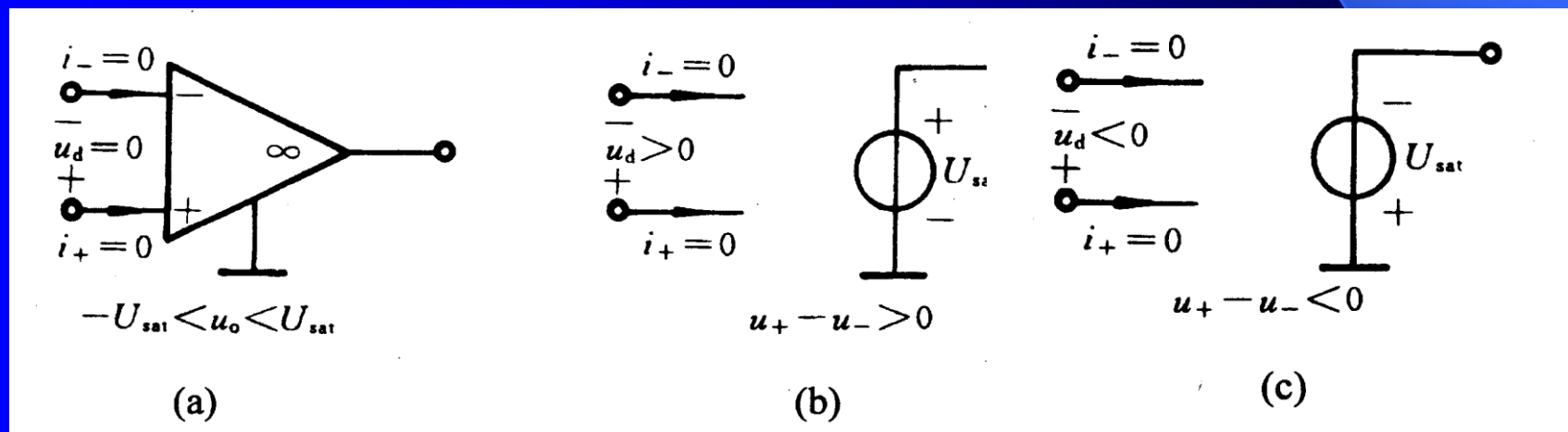


图5-11

工作于线性区的理想运放模型可以由以下方程描述

$$i_- = 0 \quad (5-10a)$$

$$i_+ = 0 \quad (5-10b)$$

$$u_d = u_+ - u_- = 0 \quad (5-10c)$$

上式表明该理想运放的输入端口既像一个开路 ($i_- = i_+ = 0$)，又像一个短路 ($u_d = 0$)，这可等效为一个电流为零的特殊短路，因此，该模型又称为虚短路模型。当输入电压 $u_d = 0$ 时，输出电压 u_o 可以为 $-U_{\text{sat}}$ 到 $+U_{\text{sat}}$ 间的任何量值。此时，理想运放的模型为一个增益为无限大的电压控制电压源 (VCVS)。

§ 5-3 含运放的电阻电路分析

下面采用理想运放线性模型分析几种常用的运放电路。

一、电压跟随器

图5-13(a)所示电压跟随器是一种最简单的运放电路。

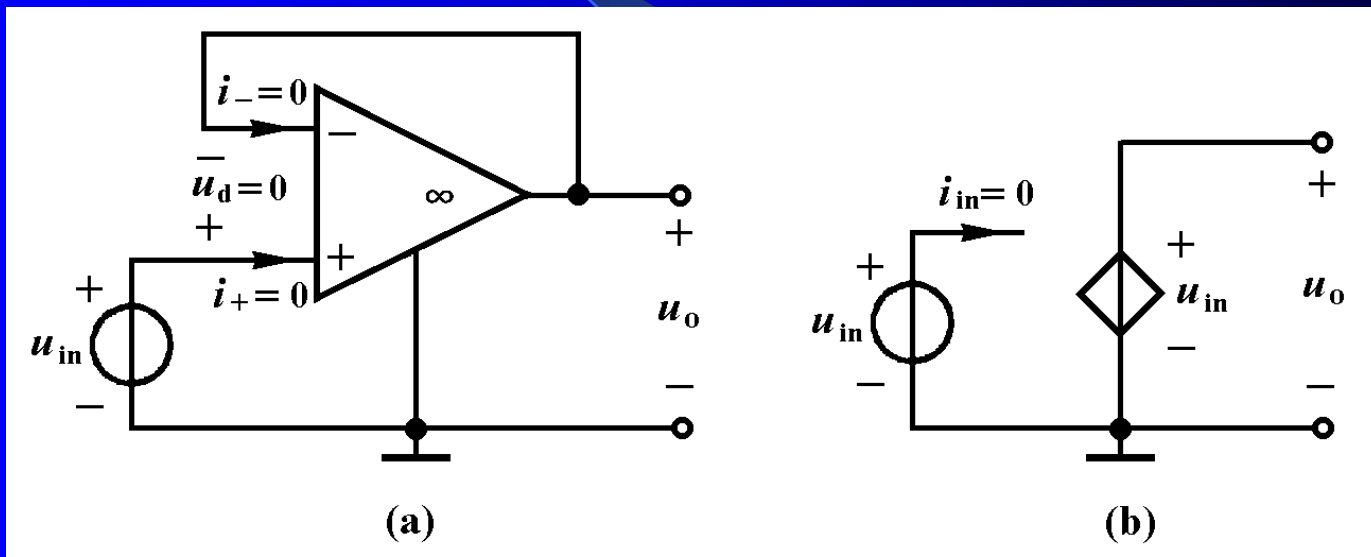


图5-13

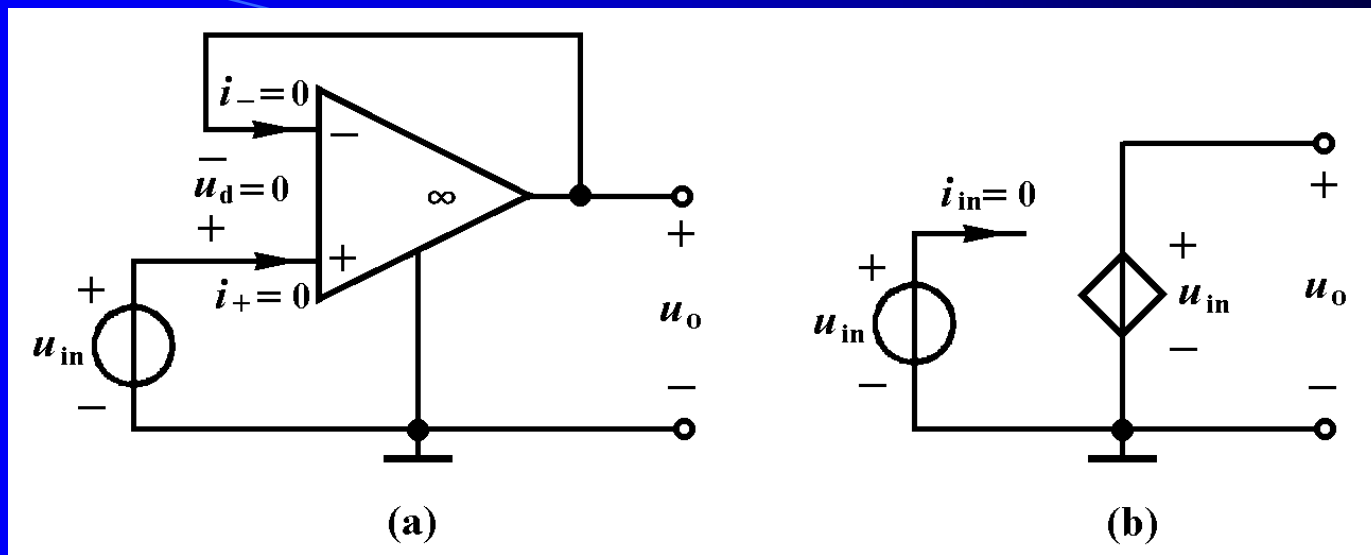


图5-13

工作于线性区的理想运放，其差模输入电压 $u_d=0$ ，根据KVL可求得输出电压 u_o 与输入电压源电压 u_{in} 的关系

$$u_o = u_{in} \quad (5-11)$$

它等效于增益为1的VCVS[图(b)]。该电路的输出电压 u_o 将跟随输入电压 u_{in} 的变化，故称为电压跟随器。

由于该电路的输入电阻 R_i 为无限大($u_{in}=0$)和输出电阻 R_o 为零，将它插入两个双口网络之间(图5-14)时，既不会影响网络的转移特性，又能对网络起隔离作用，故又称为缓冲器。

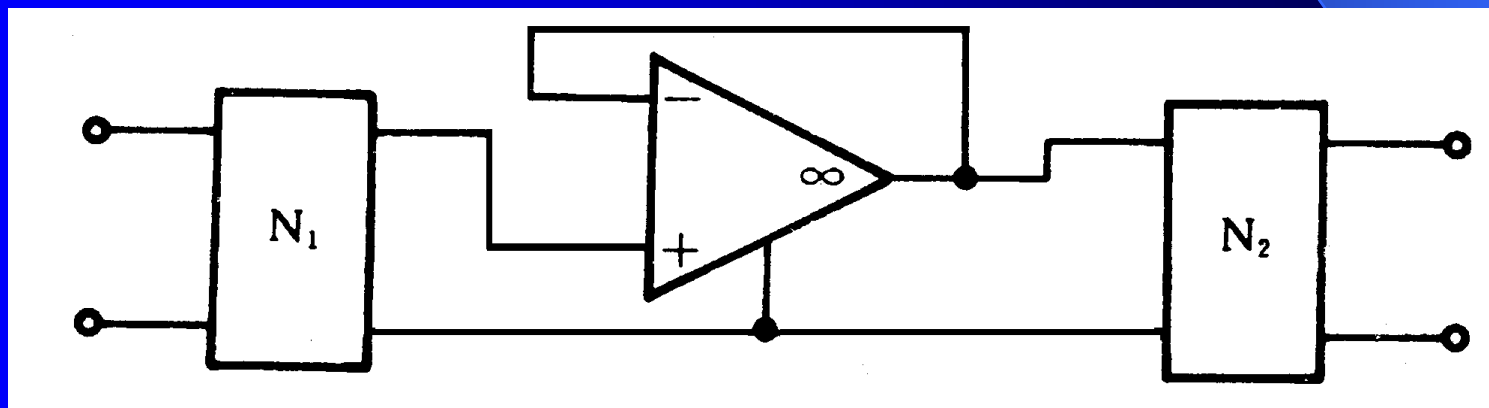


图5-14

例5-5 电路如图5-15所示，试计算开关接在a和a'位置，及接在b和b'位置时的转移电压比 u_o/u_{in} 。

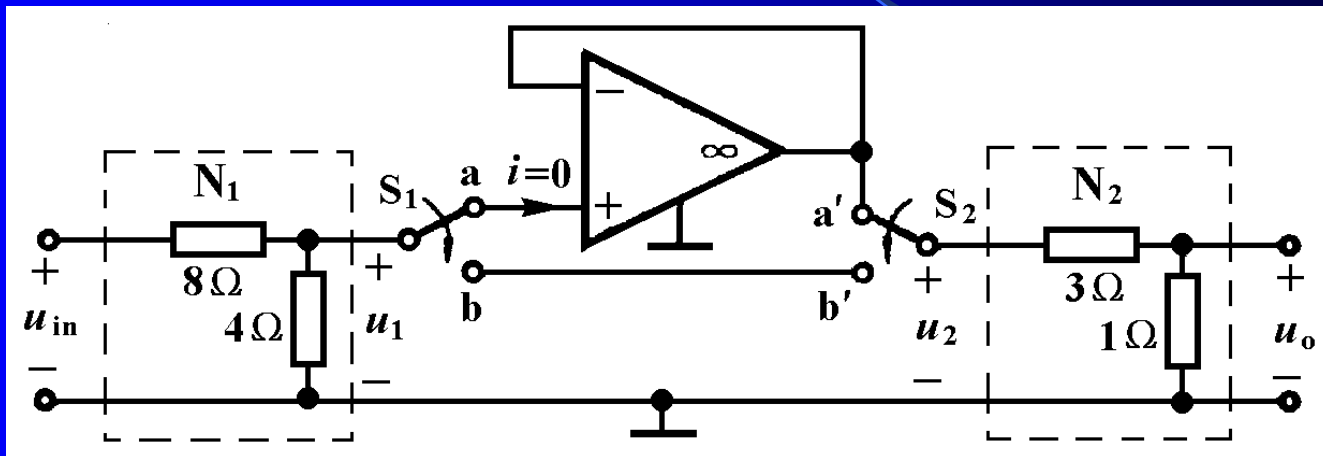


图5-15

解：网络 N_1 和 N_2 的转移电压比为

$$K_1 = \frac{u_1}{u_{in}} = \frac{4}{8+4} = \frac{2}{3} \quad K_2 = \frac{u_o}{u_2} = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$$

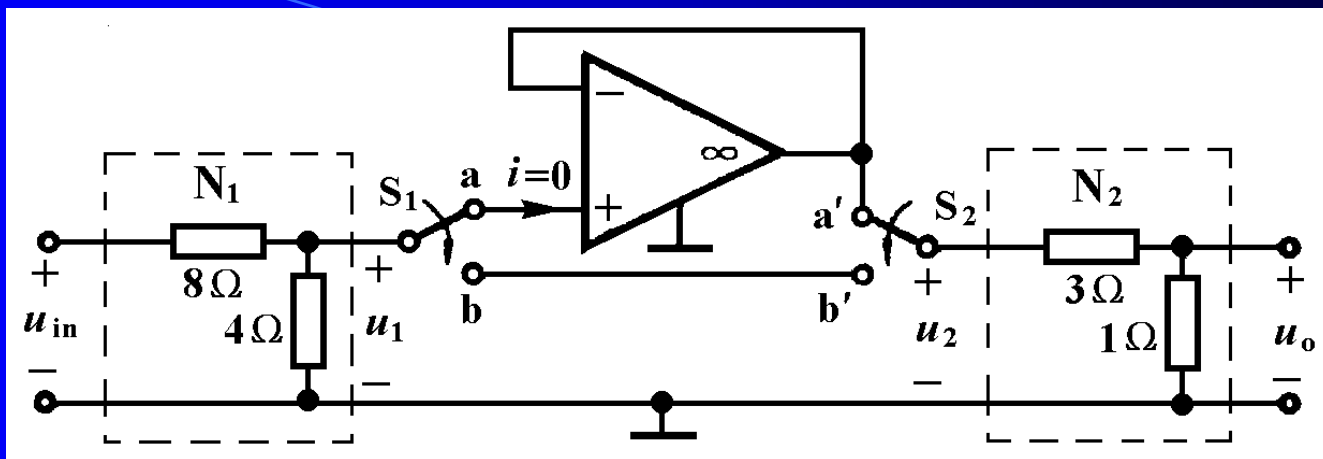


图5-15

开关 S_1 、 S_2 接在 a 、 a' 时，在 N_1 和 N_2 间插入电压跟随器，不会影响 u_1 和 K_1 的值，又由于跟随器的输出电阻为零， N_2 的接入不会影响 u_2 的值，即 $u_1 = u_2$ 。该电路总的转移电压比为

$$K = \frac{u_o}{u_{in}} = \frac{u_1}{u_{in}} \times \frac{u_o}{u_2} = K_1 \times K_2 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

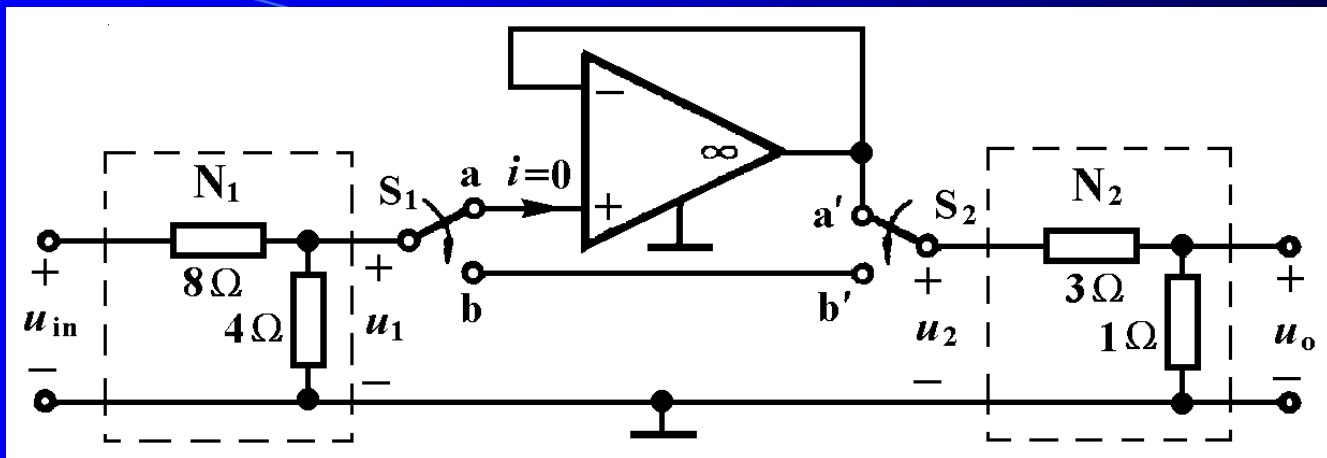


图5-15

开关 S_1 、 S_2 接在 b 、 b' 时， N_1 和 N_2 直接相连，由于 N_2 输入电阻对 N_1 的影响， K_1 将会变化，总转移电压比为

$$K = \frac{u_o}{u_{in}} = \frac{4(3+1)}{8 + \frac{4(3+1)}{4+3+1}} \times \frac{1}{3+1} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$$

由此例可见，使用缓冲器可以隔离两个电路的相互影响，从而简化了电路的分析与设计。

二、反相放大器

利用理想运放输入端口的虚短路特性($i_- = i_+ = 0$), 写出电路中结点①的KCL方程

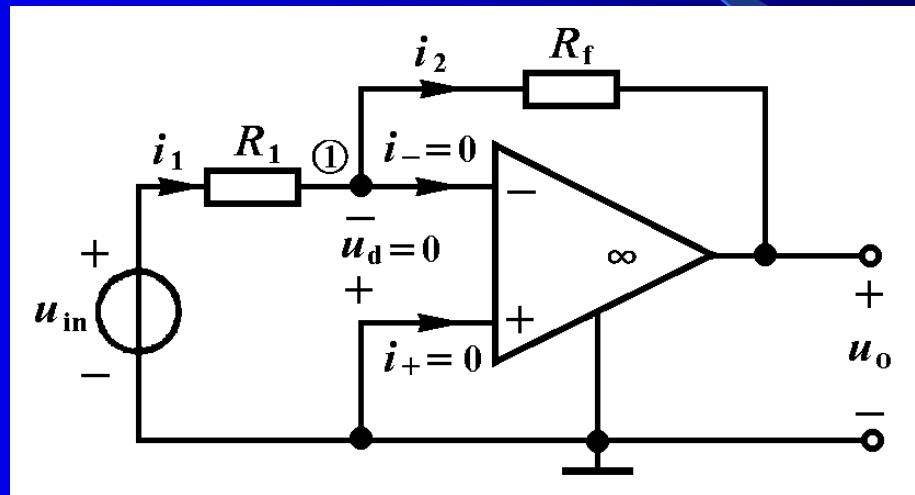


图5-16

$$i_1 = \frac{u_{in}}{R_1} = i_2 = \frac{-u_o}{R_f}$$

解得

$$u_o = -\frac{R_f}{R_1} u_{in} \quad (5-12)$$

$$u_o = -\frac{R_f}{R_1} u_{in} \quad (5-12)$$

当 $R_f > R_1$ 时，输出电压的幅度比输入电压幅度大，该电路是一个电压放大器。式(5-12)中的负号表示输出电压与输入电压极性相反，故称为反相放大器。

例如， $R_1 = 1\text{k}\Omega$, $R_f = 10\text{k}\Omega$, $u_{in}(t) = 8\cos\omega t \text{ mV}$ 时，输出电压为

$$u_o = -\frac{R_f}{R_1} u_{in} = -10u_{in} = -80\cos\omega t \text{ mV}$$

三、同相放大器

利用理想运放的虚短路特性，写出图示电路中结点①的KCL方程

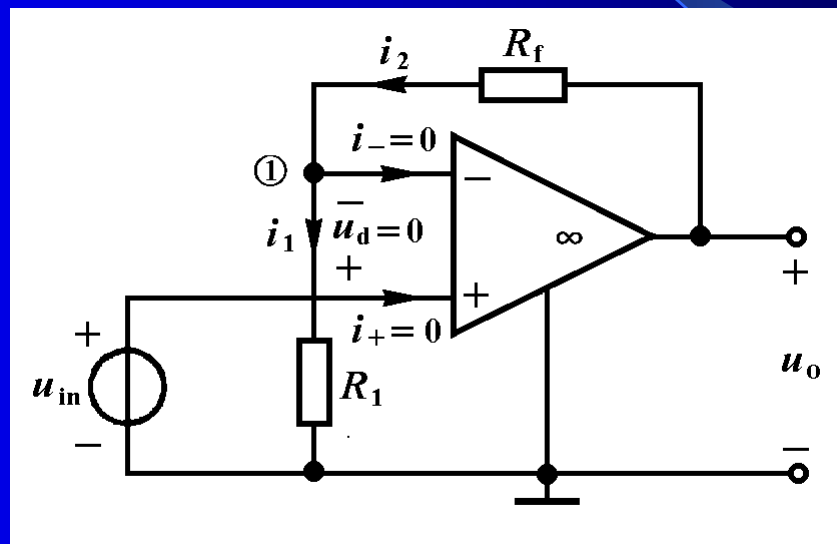


图5-16

$$i_1 = \frac{u_{in}}{R_1} = i_2 = \frac{u_o - u_{in}}{R_1}$$

解得

$$u_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) u_{in} \quad (5-13)$$

$$u_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) u_{in} \quad (5-13)$$

由于输出电压的幅度比输入电压的幅度大，而且极性相同，故称为同相放大器。

例如 $R_1=1\text{k}\Omega, R_f=10\text{k}\Omega, u_{in}(t)=8\cos\omega t \text{ mV}$ 时，输出电压为

$$u_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) u_{in} = 11u_{in} = 88\cos\omega t \text{ mV}$$

四、加法运算电路

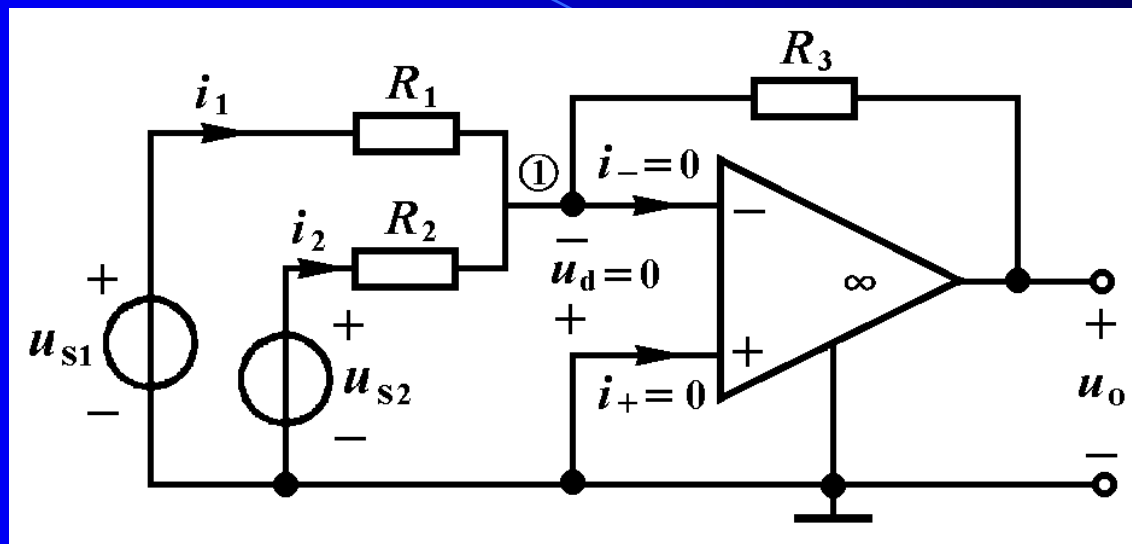
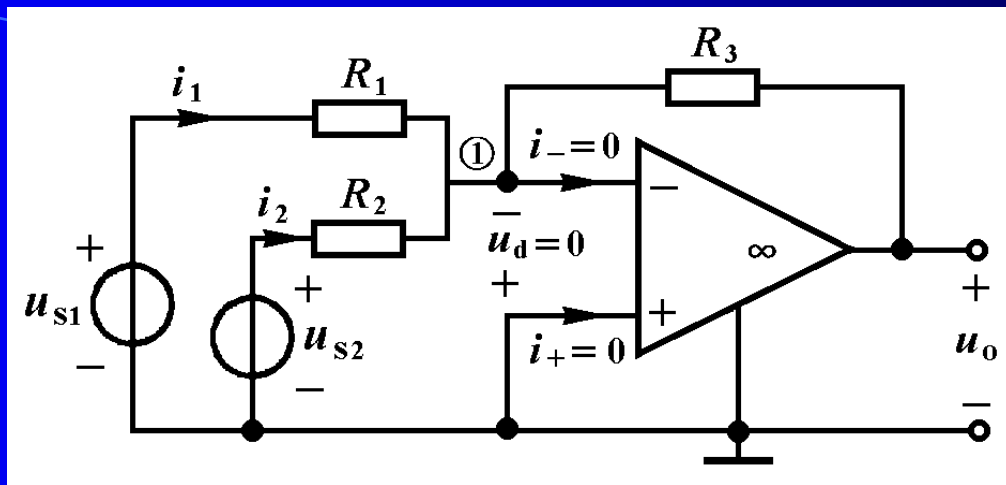


图5-18

利用理想运放的虚短路特性，写出图示电路中结点①

的KCL方程

$$\frac{u_{S1}}{R_1} + \frac{u_{S2}}{R_2} = \frac{-u_o}{R_3}$$



解得

$$u_o = -\left(\frac{R_3}{R_1}u_{S1} + \frac{R_3}{R_2}u_{S2}\right) \quad (5-14)$$

当 $R_1=R_2=R$ 时，上式变为

$$u_o = -\frac{R_3}{R}(u_{S1} + u_{S2})$$

该电路输出电压幅度正比于两个输入电压之和，实现了加法运算。当 $R_3 > R_1=R_2$ 时，还能起反相放大作用，是一种加法放大电路。

五、负阻变换器

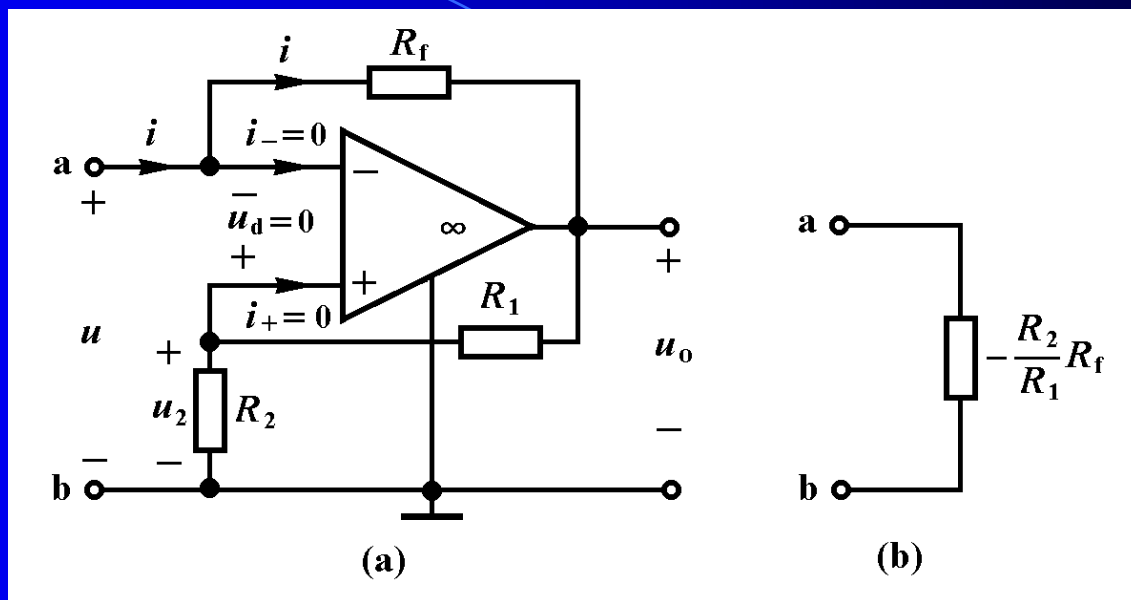


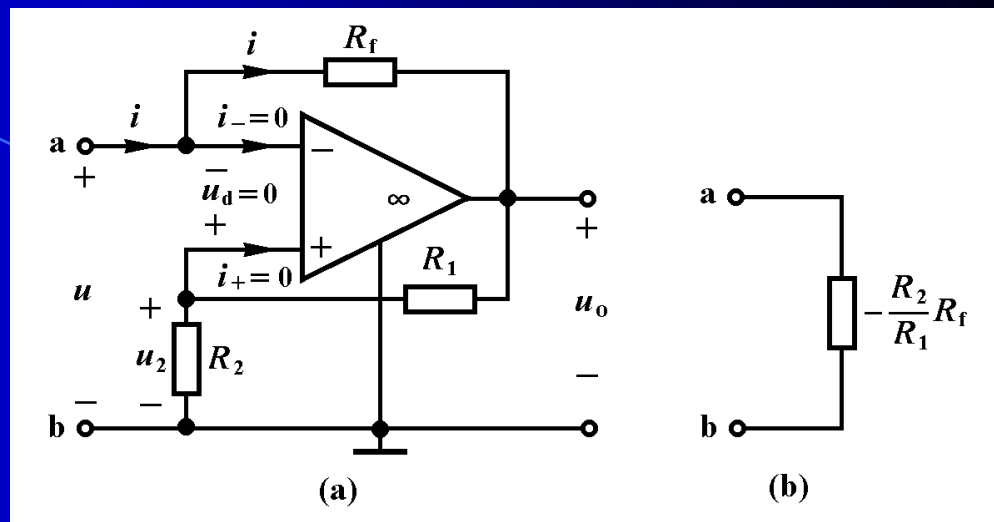
图5-19

用外加电源法求出 a、b 两端的 VCR 关系，从而求得输入电阻 R_{ab} 。利用理想运放的虚短路特性，再用观察法列出

$$u = u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_o \quad (5-15)$$

得到

$$\begin{aligned} u_o &= \frac{R_1 + R_2}{R_2} u \\ &= u + \frac{R_1}{R_2} u \end{aligned}$$



代入KVL方程

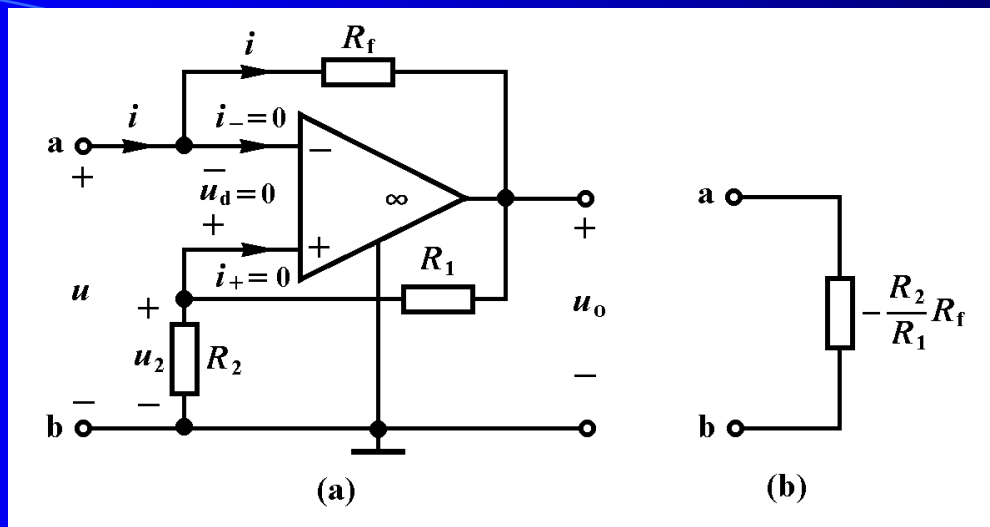
$$u = R_f i + u_o = R_f i + u + \frac{R_1}{R_2} u$$

解得

$$R_{ab} = \frac{u}{i} = -\frac{R_2 R_f}{R_1} \quad (5-16)$$

当 $R_1 = R_2$ 时

$$R_{ab} = -R_f$$



上式表明该电路可将正电阻 R_f 变换为一个负电阻。为了实现负电阻，要求运放必须工作于线性区，即 $u_o < U_{sat}$ ，由式(5-15)可求得负电阻上的电压应满足

$$u < \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{sat}$$

例如 $R_1=R_2=1\text{k}\Omega$, $R_f=10\text{k}\Omega$, $U_{sat}=10\text{V}$ ，且运放输入端ab两点间电压 $u < 0.5\text{V}$ 时， $R_{ab}=-10\text{k}\Omega$ 。

例5-6 试用运放(例如LM741)、电阻器和电位器构成一个线性电阻器，其阻值从 $-10\text{k}\Omega$ 到 $+10\text{k}\Omega$ 连续可调。

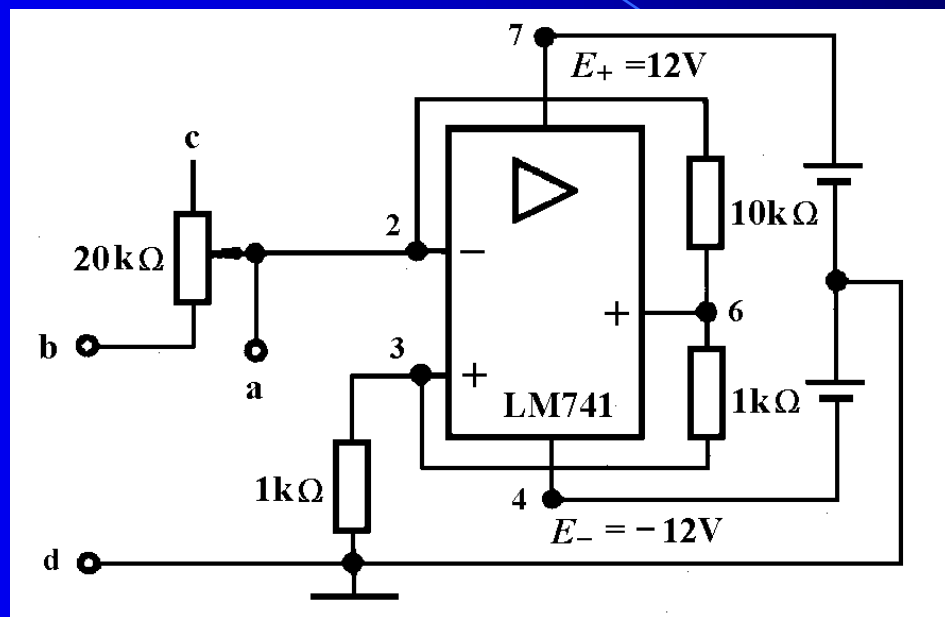
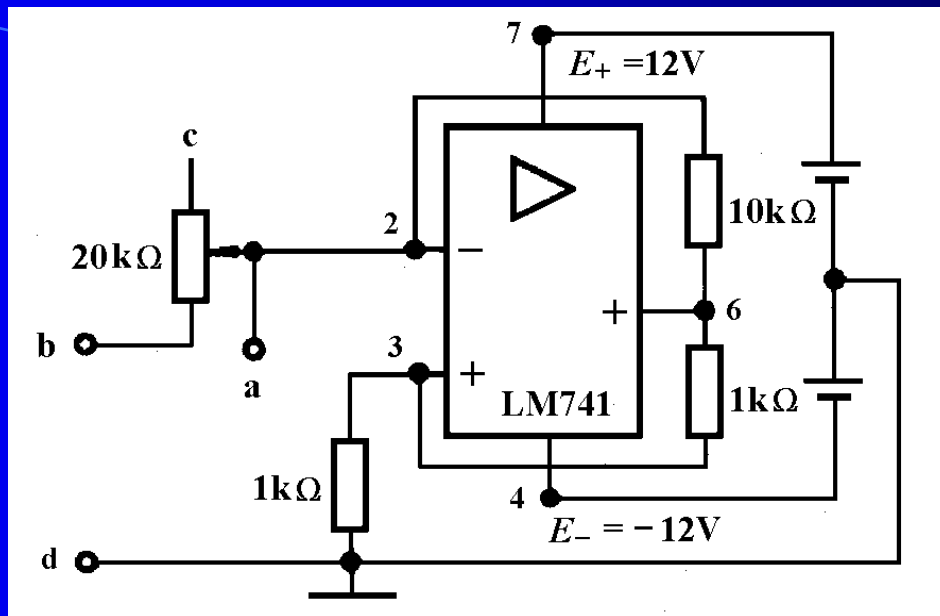


图5-20

解：由图5-19所示电路模型，画出图5-20所示电原理图。在实验室按图接线，并接通电源，则在ad两点间形成一个 $R_{ad} = -R_f = -10\text{k}\Omega$ 的线性电阻器。

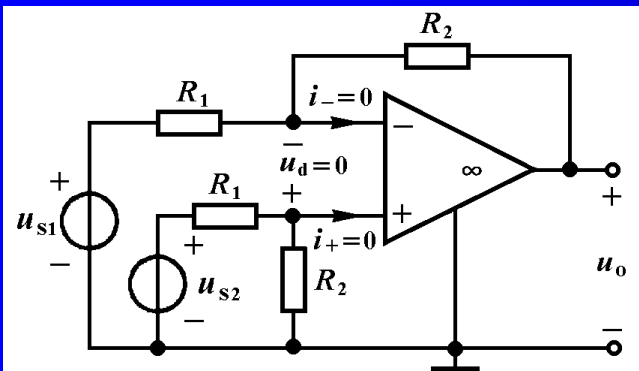


为得到一个从 $-10\text{k}\Omega$ 到 $+10\text{k}\Omega$ 可连续变化的电阻，将一个 $20\text{k}\Omega$ 电位器用作可变电阻器与上述负电阻串联，其总电阻为

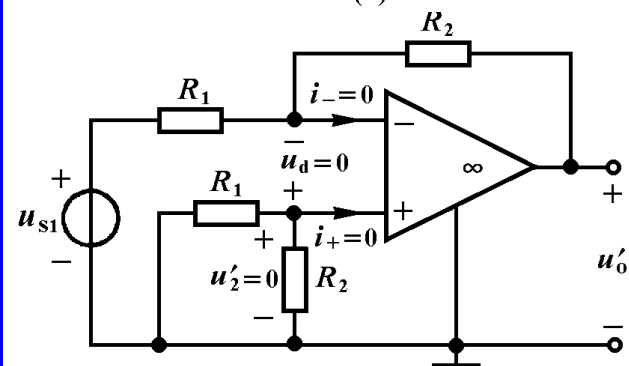
$$R_{bd} = R_{ab} + R_{ad}$$

当电位器滑动端从b点向c点移动时， R_{bd} 则从 $-10\text{k}\Omega$ 到 $+10\text{k}\Omega$ 连续变化。

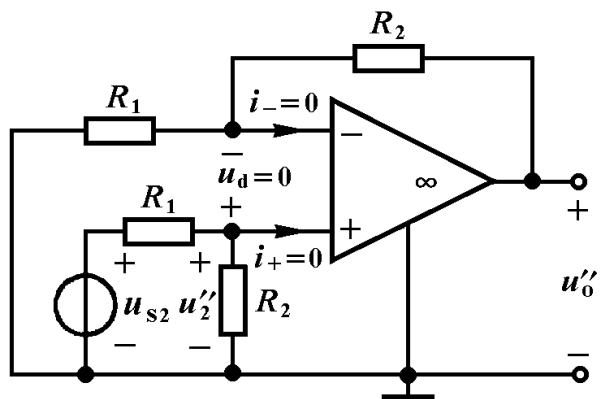
例5-7 图5-21(a)电路中的运放工作于线性区，试用叠加定理计算输出电压 u_o 。



(a)



(b)



(c)

解：工作于线性区的运放模型是线性电阻元件，可以应用叠加定理。

$$u_o = u'_o + u''_o = \frac{R_2}{R_1} (u_{S2} - u_{S1}) \quad (5-17)$$

该电路的输出正比于两个电压之差，是一个减法放大电路。

图(b)是一个反相放大器，求得

$$u'_o = -\frac{R_2}{R_1} u_{S1}$$

图(c)是一个同相放大器电路，求得

$$u''_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) u_2 = \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1}\right) \times \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_{S2} = \frac{R_2}{R_1} u_{S2}$$

也可以采用有限增益运放模型来分析各种运放电路。

现以图5-22(a)所示反相放大器电路为例说明。

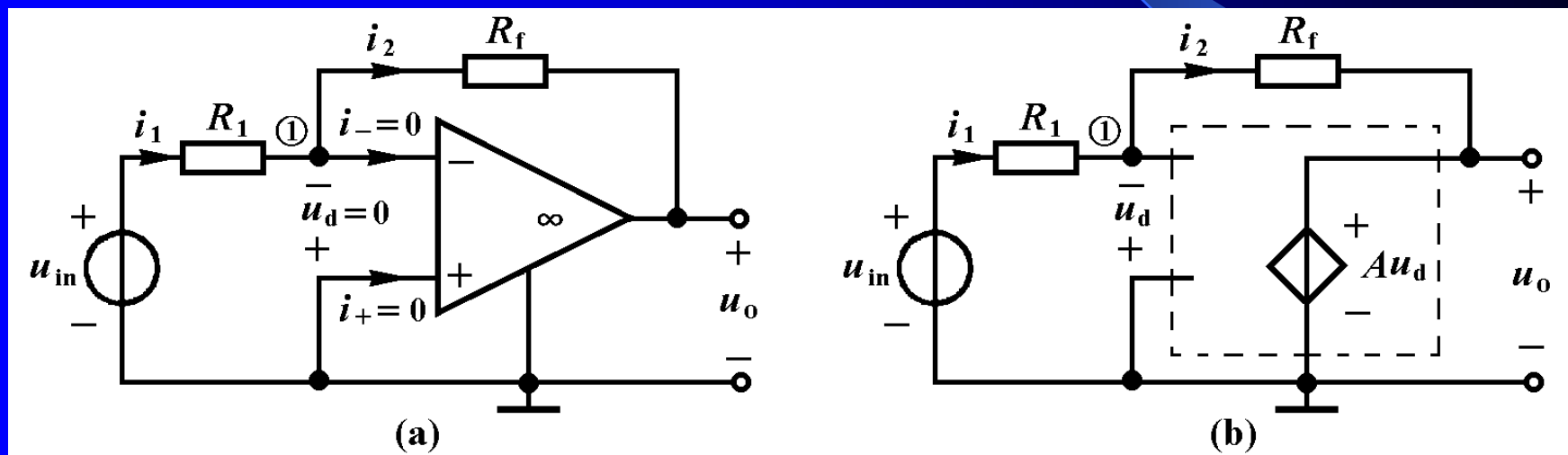


图5-22

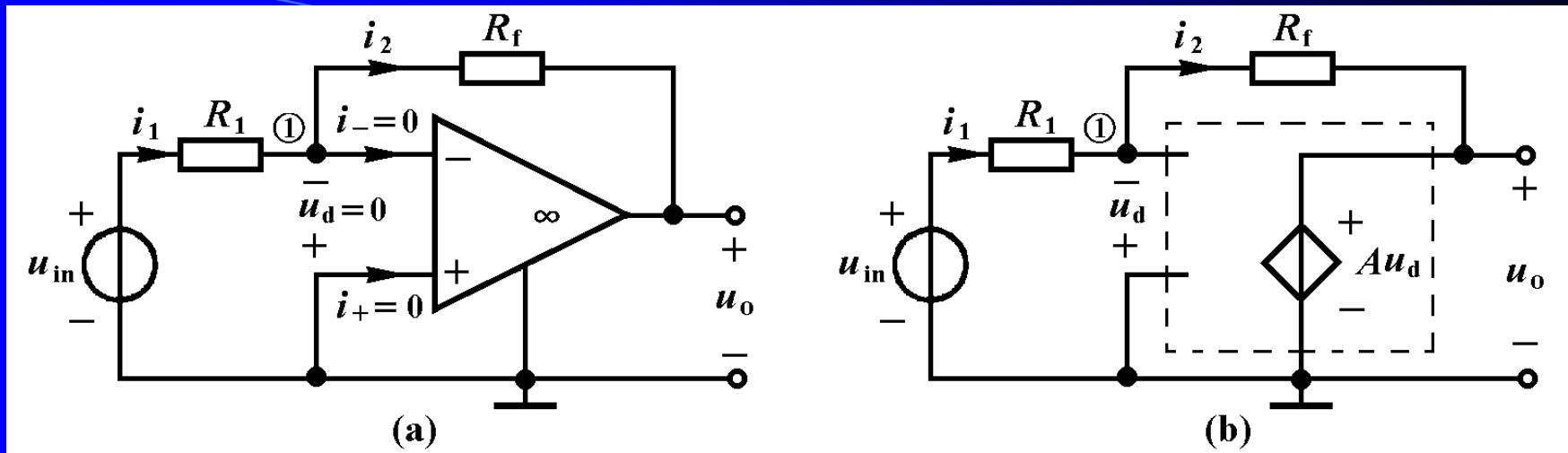


图5-22

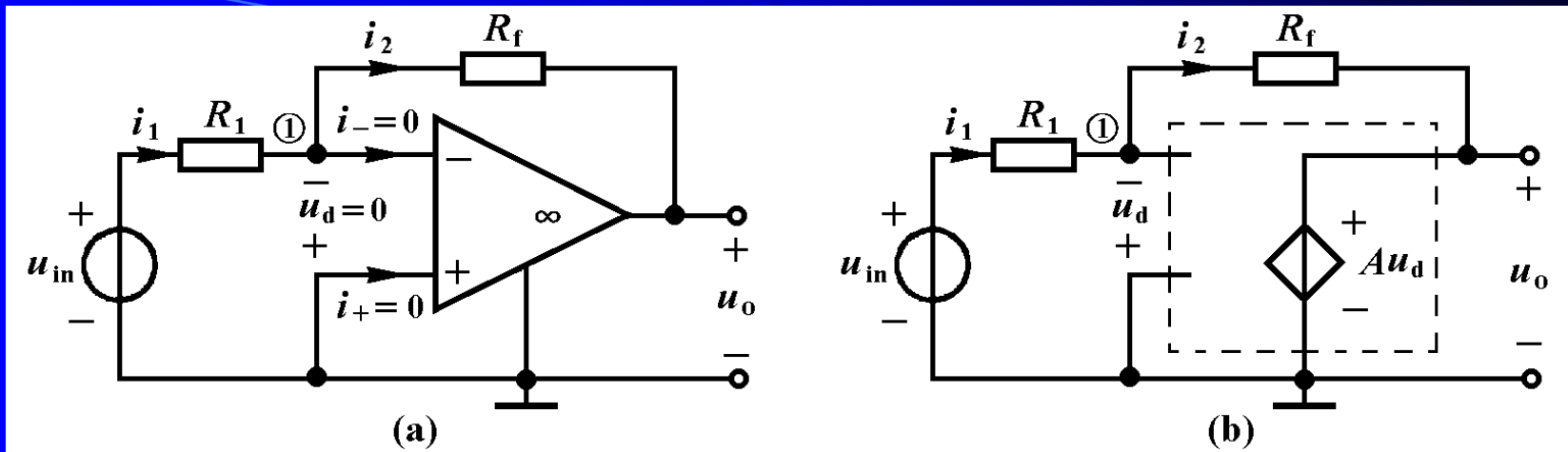
运放工作于线性区时，可以采用图5-10(a)所示的运放电路模型，得到图5-22(b)所示电路。先设法求出 u_d ，即可求得 $u_o = Au_d$ 。

由结点①的KCL方程

$$i_2 = i_1 = \frac{u_{in} + u_d}{R_1}$$

代入KVL方程中得到

$$R_f \times \frac{u_{in} + u_d}{R_1} + Au_d + u_d = 0$$

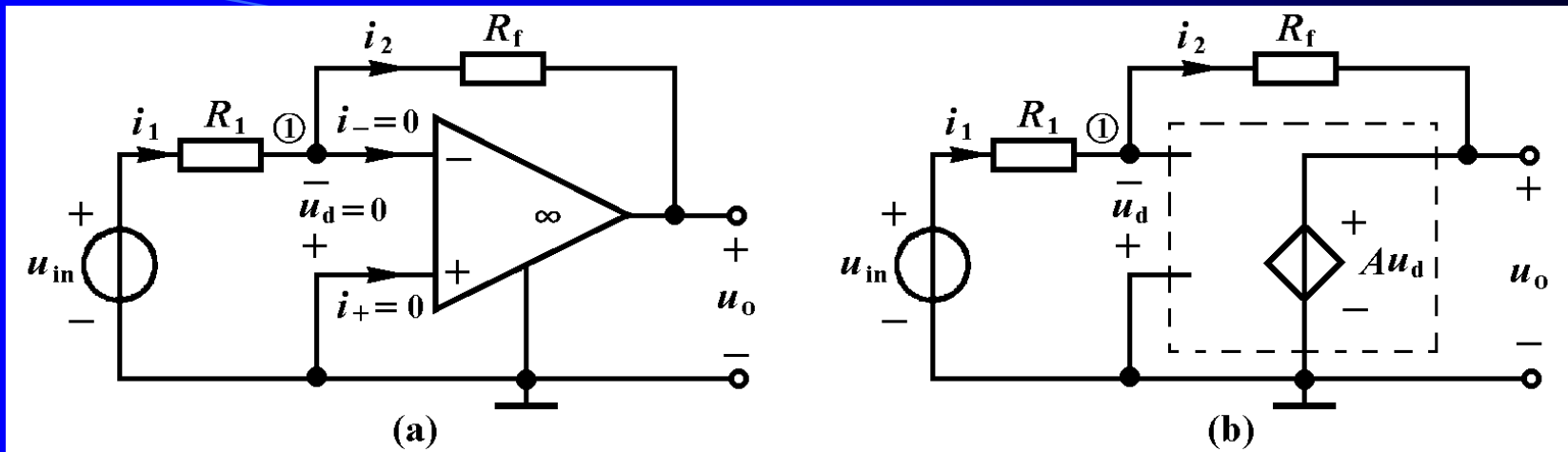


解得

$$u_d = \frac{-\frac{R_f}{R_1}}{A+1+\frac{R_f}{R_1}} u_{in} \longrightarrow u_o = Au_d = \frac{-\frac{R_f}{R_1} A}{A+1+\frac{R_f}{R_1}} u_{in} \quad (5-18)$$

当A足够大，即 $A \gg (1+R_f/R_1)$ 时，上式变为

$$u_o \approx -\frac{R_f}{R_1} u_{in}$$



这与式(5-12)基本相同。例如 $R_1=1\text{k}\Omega$, $R_f=10\text{k}\Omega$, $A=10^6$ 时, 由式(5-18)计算的结果为

$$u_o = \frac{-10^7}{10^6 + 11} u_{in} = -9.99989 u_{in}$$

这与式(5-12)计算出来的 $u_o = -10u_{in}$ 相差非常小, 这样的误差在工程上是完全允许的。由此可见, 采用理想运放模型既可简化电路分析, 又有足够高的精确度。

§ 5-4 双口网络的电压电流关系

单口网络[图5-23(a)]只有一个端口电压和一个端口电流。不含独立电源的线性电阻单口网络，其端口特性可用联系 u - i 关系的一个方程 $u=R_0i$ 或 $i=G_0u$ 来描述。双口网络[图5-23(b)]则有两个端口电压 u_1 、 u_2 和两个端口电流 i_1 、 i_2 。

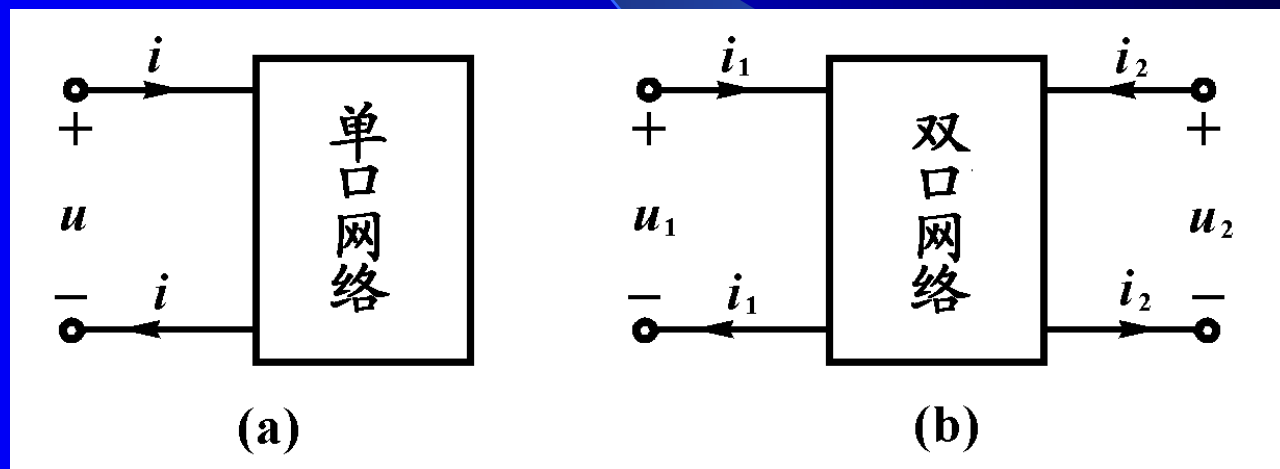
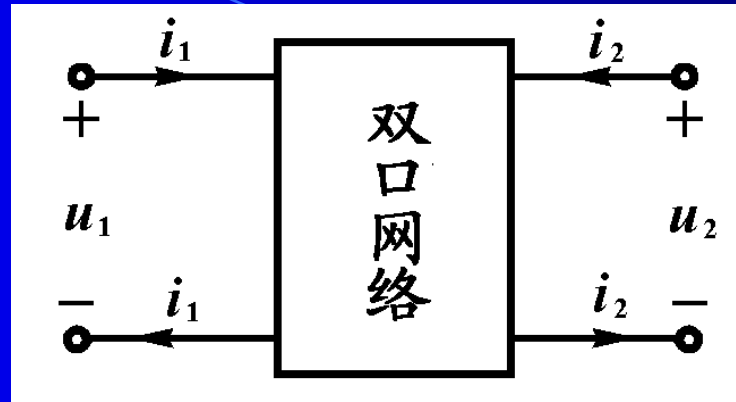
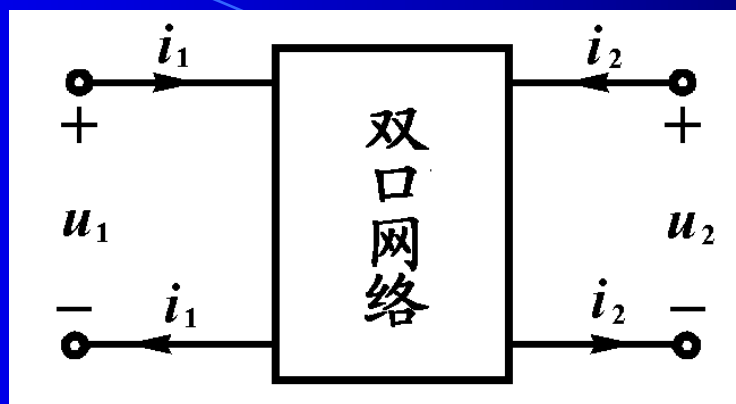


图5-23



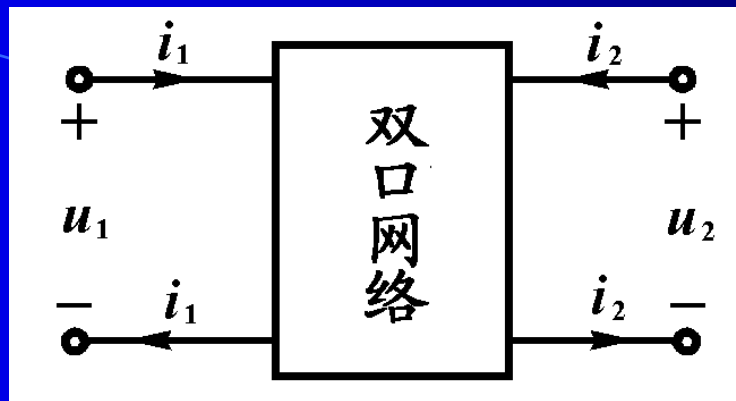
双口网络的端口特性可用联系 u_1 、 u_2 和 i_1 、 i_2 关系的两个方程来描述，共有六种不同组合的表达形式。

本章只讨论不含独立电源的线性电阻双口网络，现分别介绍它的六种表达式。



线性电阻双口网络的流控表达式(即以电流为自变量的表达式)为:

$$\begin{cases} u_1 = R_{11}i_1 + R_{12}i_2 \\ u_2 = R_{21}i_1 + R_{22}i_2 \end{cases} \quad (5-19)$$



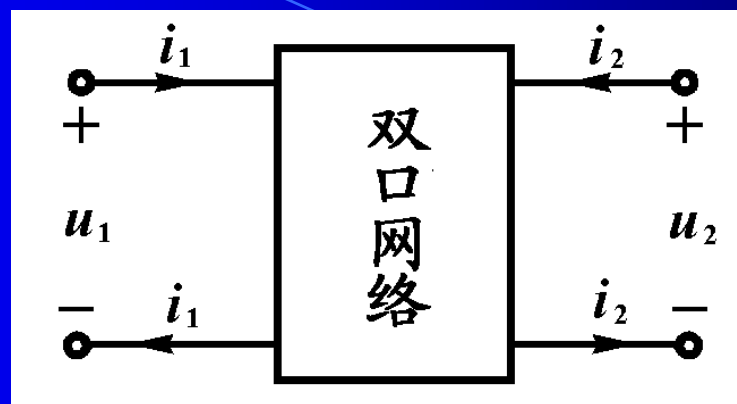
线性电阻双口网络的流控表达式的矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (5-20)$$

其中

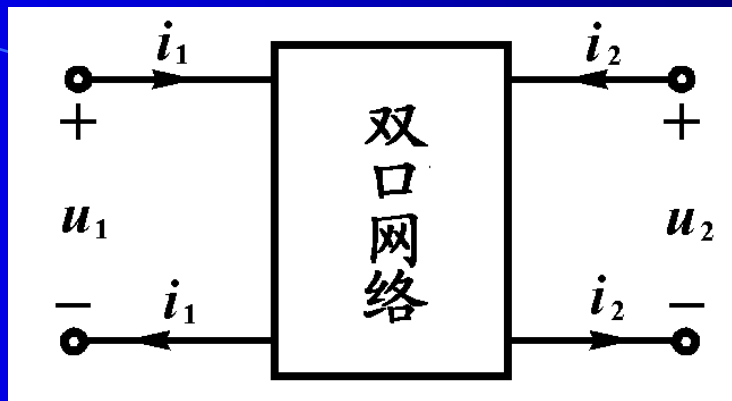
$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \quad (5-21)$$

称为双口网络的电阻矩阵，或 R 参数矩阵。



线性电阻双口网络的压控表达式为：

$$\begin{cases} i_1 = G_{11}u_1 + G_{12}u_2 \\ i_2 = G_{21}u_1 + G_{22}u_2 \end{cases} \quad (5-22)$$



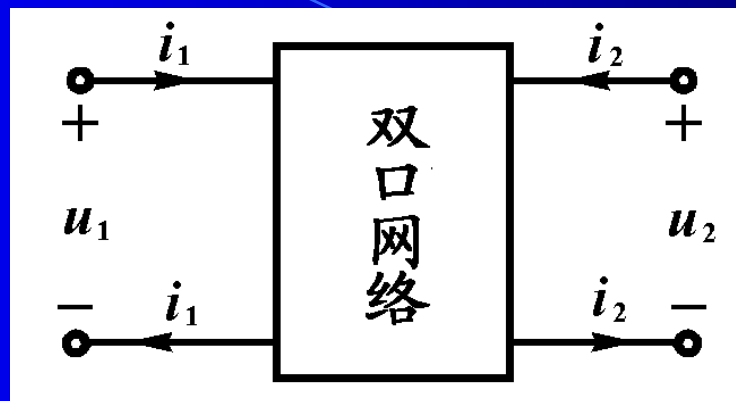
线性电阻双口网络的压控表达式的矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (5-23)$$

其中

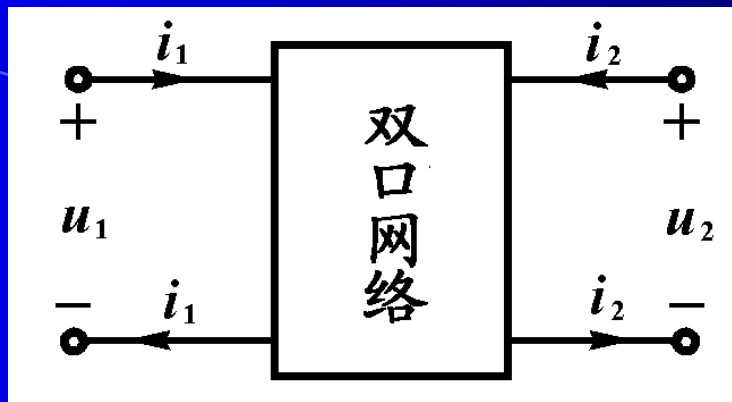
$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \quad (5-24)$$

称为双口网络的电导矩阵，或 G 参数矩阵



线性电阻双口网络的混合1表达式为：

$$\begin{cases} u_1 = H_{11}i_1 + H_{12}u_2 \\ i_2 = H_{21}i_1 + H_{22}u_2 \end{cases} \quad (5-25)$$



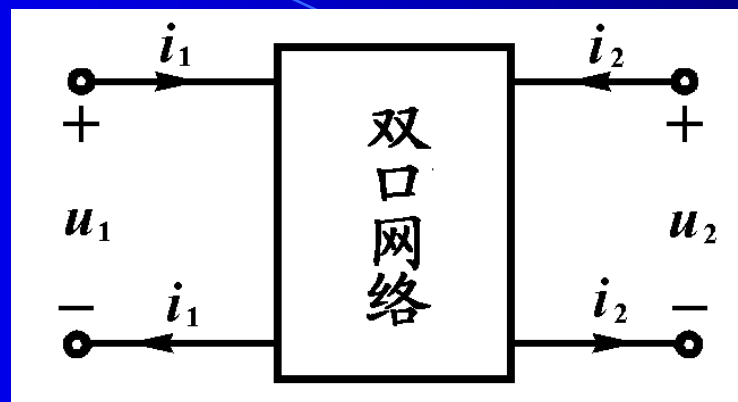
线性电阻双口网络的混合1表达式的矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (5-26)$$

其中

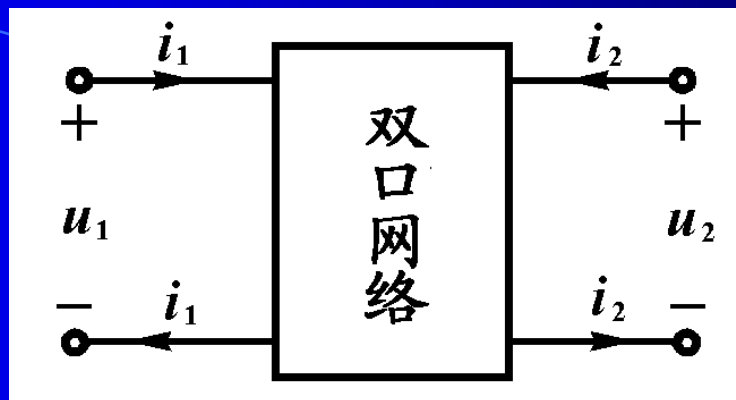
$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \quad (5-27)$$

称为双口网络的混合参数1矩阵，或 H 参数矩阵。



线性电阻双口网络的混合 2 表达式为：

$$\begin{cases} i_1 = H'_{11}u_1 + H'_{12}i_2 \\ u_2 = H'_{21}u_1 + H'_{22}i_2 \end{cases} \quad (5-28)$$



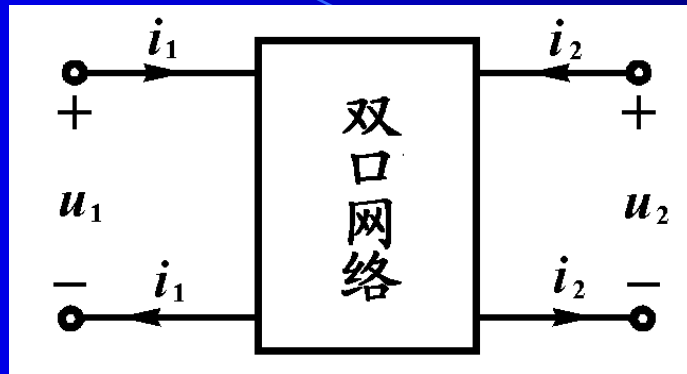
线性电阻双口网络的混合2表达式的矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H'_{11} & H'_{12} \\ H'_{21} & H'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H}' \begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (5-29)$$

其中

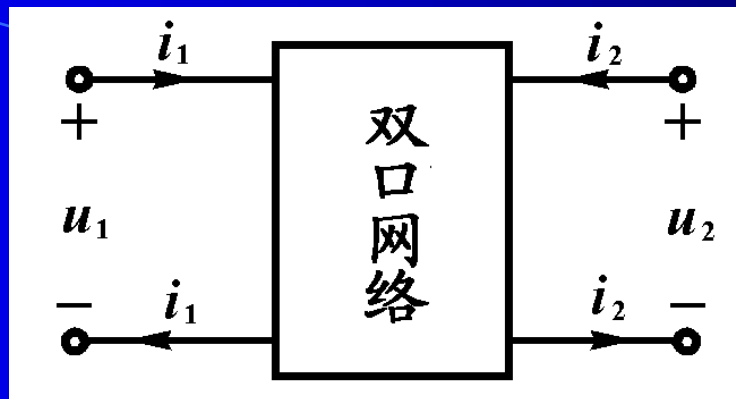
$$\mathbf{H}' = \begin{bmatrix} H'_{11} & H'_{12} \\ H'_{21} & H'_{22} \end{bmatrix} \quad (5-30)$$

称为双口网络的混合参数2矩阵，或 H' 参数矩阵。



线性电阻双口网络的传输1表达式为：

$$\begin{cases} u_1 = T_{11}u_2 - T_{12}i_2 \\ i_1 = T_{21}u_2 - T_{22}i_2 \end{cases} \quad (5-31)$$



线性电阻双口网络的传输1表达式的矩阵形式为

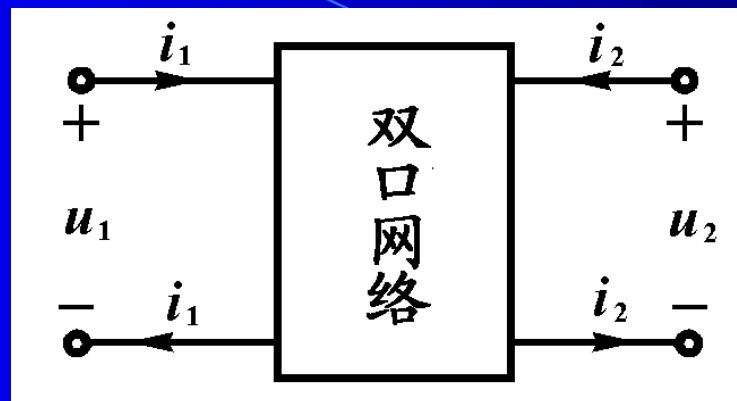
$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} \quad (5-32)$$

其中

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \quad (5-33)$$

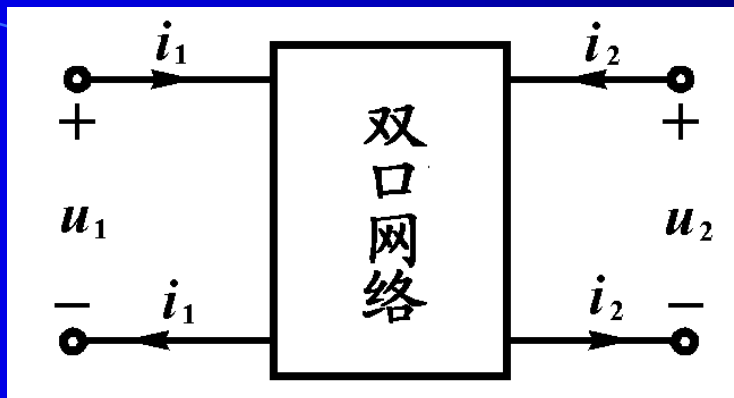
称为双口网络的传输参数1矩阵，或 T 参数矩阵。

注：有些教科书将 T_{11} ， T_{12} ， T_{21} ， T_{22} 记为 A 、 B 、 C 、 D



线性电阻双口网络的传输 2 表达式为：

$$\begin{cases} u_2 = T'_{11}u_1 + T'_{12}i_1 \\ -i_2 = T'_{21}u_1 + T'_{22}i_1 \end{cases} \quad (5-34)$$



线性电阻双口网络的传输2表达式的矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T'_{11} & T'_{12} \\ T'_{21} & T'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = T' \begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} \quad (5-35)$$

其中

$$T' = \begin{bmatrix} T'_{11} & T'_{12} \\ T'_{21} & T'_{22} \end{bmatrix} \quad (5-36)$$

称为双口的传输参数2矩阵，或 T' 参数矩阵。

流控表达式

$$\begin{cases} u_1 = R_{11}i_1 + R_{12}i_2 \\ u_2 = R_{21}i_1 + R_{22}i_2 \end{cases} \quad (5-19)$$

压控表达式

$$\begin{cases} i_1 = G_{11}u_1 + G_{12}u_2 \\ i_2 = G_{21}u_1 + G_{22}u_2 \end{cases} \quad (5-22)$$

混合1表达式

$$\begin{cases} u_1 = H_{11}i_1 + H_{12}u_2 \\ i_2 = H_{21}i_1 + H_{22}u_2 \end{cases} \quad (5-25)$$

混合 2 表达式

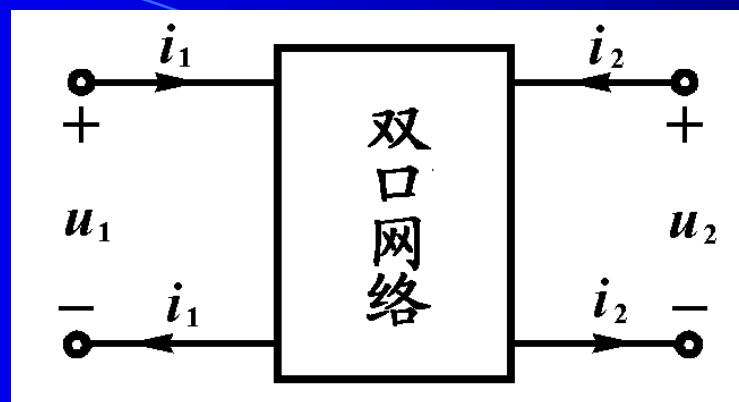
$$\begin{cases} i_1 = H'_{11}u_1 + H'_{12}i_2 \\ u_2 = H'_{21}u_1 + H'_{22}i_2 \end{cases} \quad (5-28)$$

传输 1 表达式

$$\begin{cases} u_1 = T_{11}u_2 - T_{12}i_2 \\ i_1 = T_{21}u_2 - T_{22}i_2 \end{cases} \quad (5-31)$$

传输 2 表达式

$$\begin{cases} u_2 = T'_{11}u_1 + T'_{12}i_1 \\ -i_2 = T'_{21}u_1 + T'_{22}i_1 \end{cases} \quad (5-34)$$



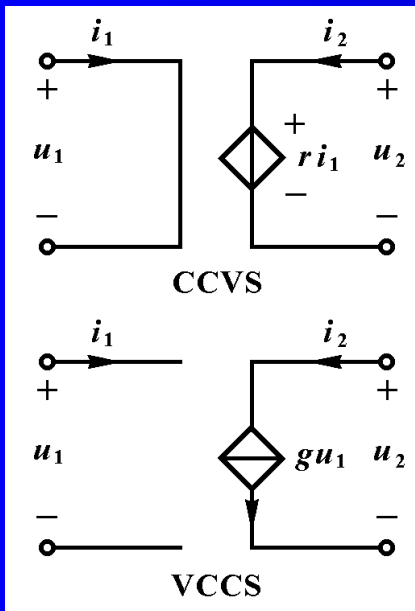
电阻双口网络的六种参数矩阵中， R 和 G 互为逆矩阵， H 和 H' 互为逆矩阵， T 和 T' 互为逆矩阵。

$$R = G^{-1} \quad G = R^{-1} \quad (5-37)$$

$$H = H'^{-1} \quad H' = H^{-1} \quad (5-38)$$

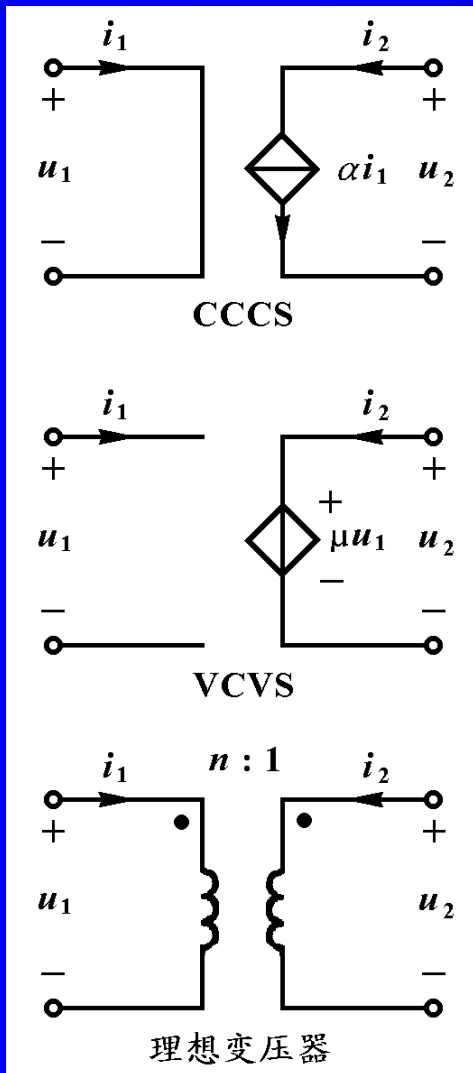
$$T = T'^{-1} \quad T' = T^{-1} \quad (5-39)$$

四种受控源和理想变压器等双口电阻元件,都可用双口网络参数表示,如下所示:



$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (5-40)$$

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (5-41)$$



$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (5-42)$$

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \mu & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (5-43)$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & +n \\ -n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (5-44)$$

图5-24 双口元件的网络参数