第二章 线性电阻电路分析

电阻电路：由电阻元件和独立电源组成的电路，称为电阻电路。独立电源在电阻电路中所起的作用与其它电阻元件完全不同，它是电路的输入或激励。独立电源所产生的电压和电流，称为电路的输出或响应。

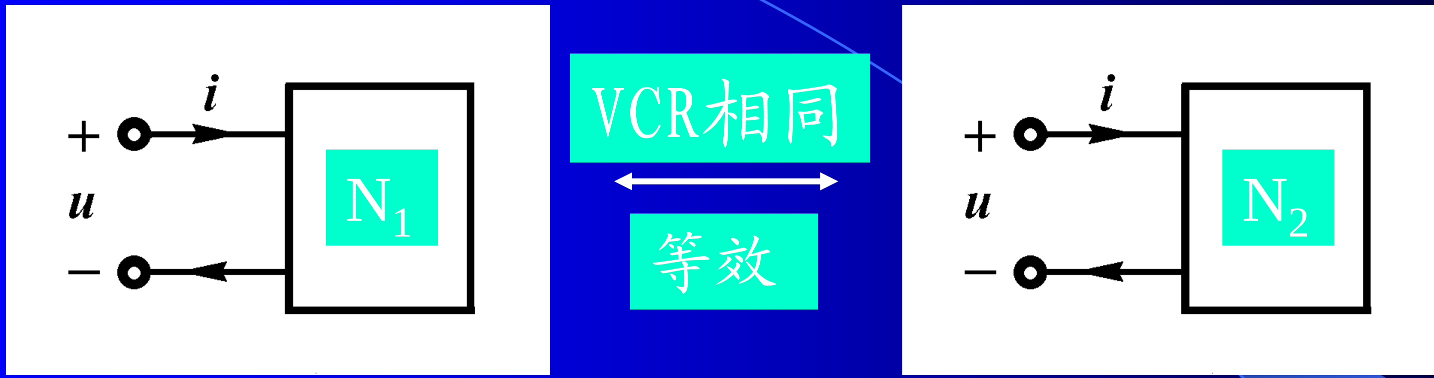
线性电阻电路：由线性电阻元件和独立电源组成的电路，称为线性电阻电路。其响应与激励之间存在线性关系，利用这种线性关系，可以简化电路的分析和计算。

上一章介绍的2*b*法的缺点是需要联立求解的方程数目太多，给手算求解带来困难。本章通过两个途径来解决这个问题。

1. 利用单口网络的等效电路来减小电路规模，从而减少方程数目。

2. 减少方程变量的数目，用独立电流或独立电压作变量来建立电路方程。

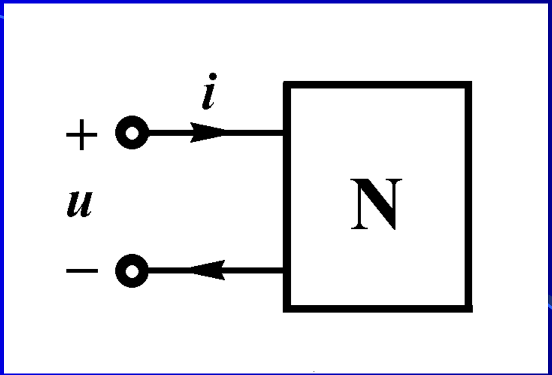
§2－1 电阻单口网络



单口网络: 只有两个端钮与其它电路相连接的网络，称为二端网络。当强调二端网络的端口特性，而不关心网络内部的情况时，称二端网络为单口网络，简称为单口(One-port)。

电阻单口网络的特性由端口电压电流关系(简称为VCR)来表征(它是u-i平面上的一条曲线)。

等效单口网络: 当两个单口网络的VCR关系完全相同时，称这两个单口是互相等效的。



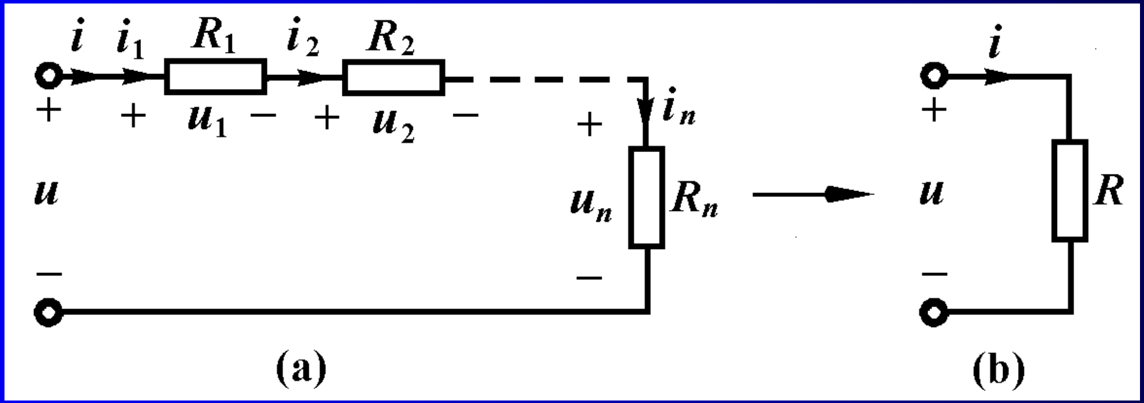
单口的等效电路：根据单口VCR方程得到的电路，称为单口的等效电路。单口网络与其等效电路的端口特性完全相同。一般来说，等效单口内部的结构和参数并不相同，谈不上什么等效问题。

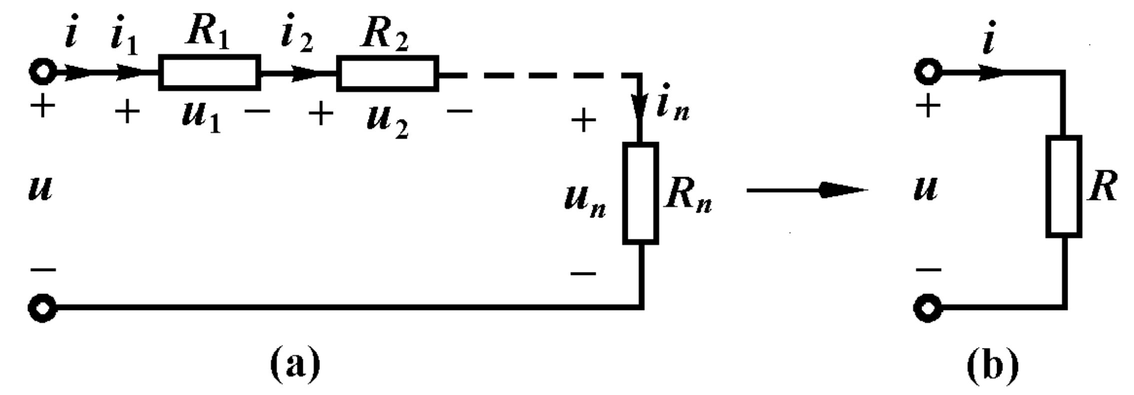
利用单口的等效来简化电路分析：将电路中的某些单口用其等效电路代替时，不会影响电路其余部分的支路电压和电流，但由于电路规模的减小，则可以简化电路的分析和计算。

一、线性电阻的串联和并联

1. 线性电阻的串联

两个二端电阻首尾相联，各电阻流过同一电流的连接方式，称为电阻的串联。图(a)表示n个线性电阻串联形成的单口网络。





用2*b*方程求得端口的VCR方程为

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n \\ &= R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_3 i_3 + \cdots + R_n i_n \\ &= (R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n) i \\ &= Ri \end{aligned}$$

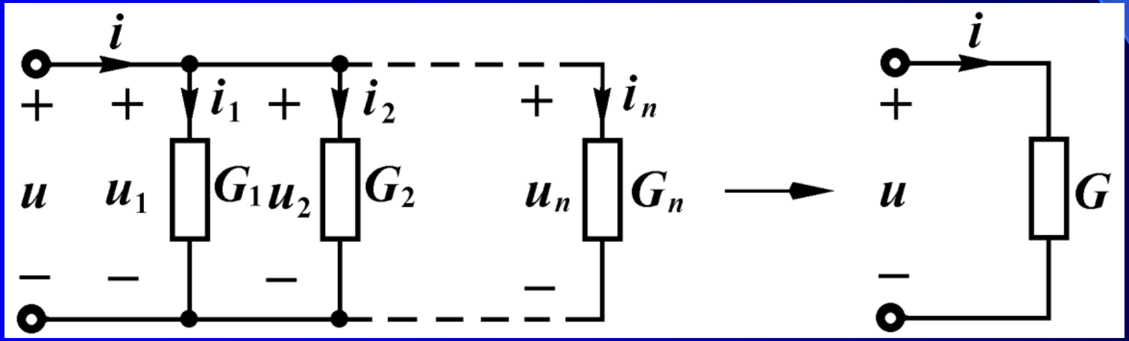
其中

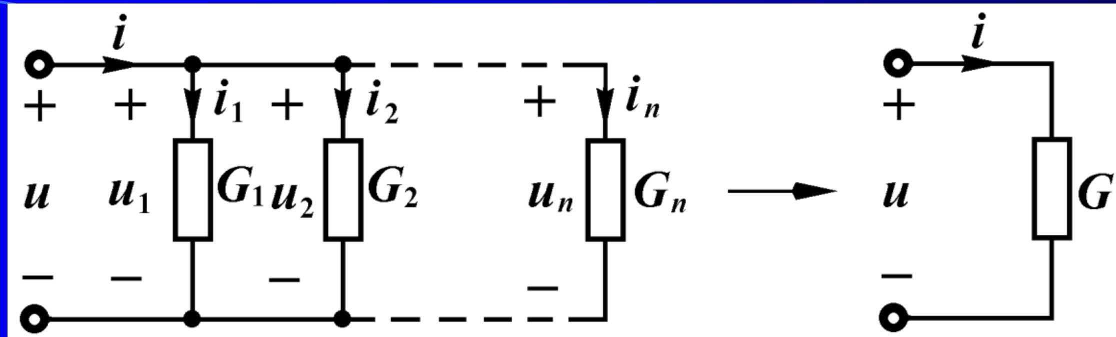
$$R = \frac{u}{i} = \sum_{k=1}^{n} R_k$$

上式表明*n*个线性电阻串联的单口网络，就端口特性而言，等效于一个线性二端电阻，其电阻值由上式确定。

2. 线性电阻的并联

两个二端电阻首尾分别相联，各电阻处于同一电压下的连接方式，称为电阻的并联。图(a)表示n个线性电阻的并联。





求得端口的VCR方程为

$$
\begin{aligned}
i &= i_1 + i_2 + i_3 + \cdots + i_n \\
&= G_1 u_1 + G_2 u_2 + G_3 u_3 + \cdots + G_n u_n \\
&= (G_1 + G_2 + G_3 + \cdots + G_n) u \\
&= Gu
\end{aligned}
$$

其中 $$G = \frac{i}{u} = \sum_{k=1}^{n} G_k$$

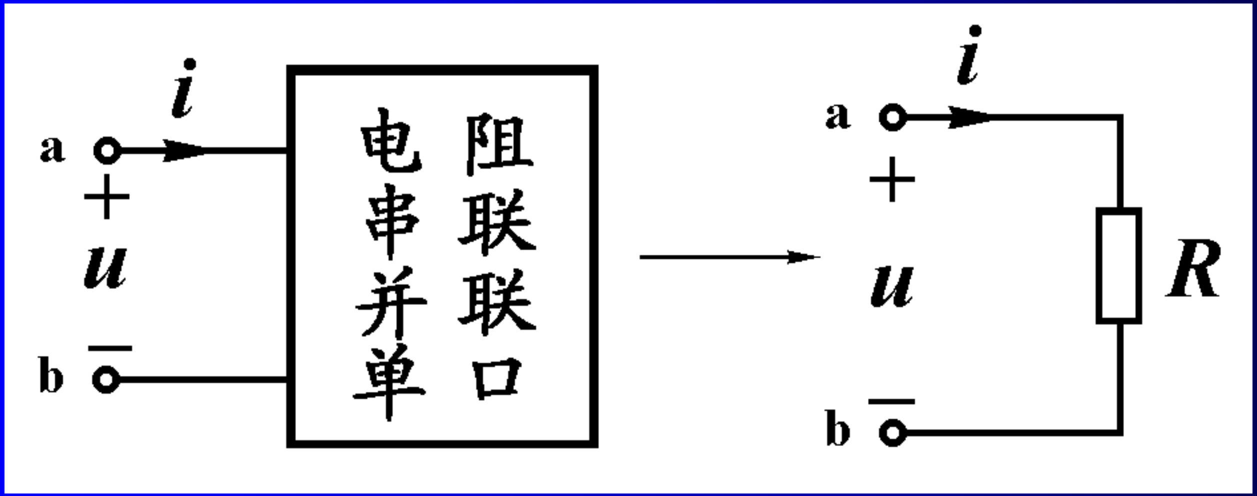
上式表明**n个线性电阻并联的单口网络，就端口特性而言，等效于一个线性二端电阻**，其电导值由上式确定。

两个线性电阻并联单口的等效电阻值，也可用以下公式计算

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

3. 线性电阻的串并联

由若干个线性电阻的串联和并联所形成的单口网络，就端口特性而言，等效于一个线性二端电阻，其等效电阻值可以根据具体电路，多次利用电阻串联和并联单口的等效电阻公式(2－l)和(2－2)计算出来。



例2-l 电路如图2-3(a)所示。

已知R_1=6Ω, R_2=15Ω， R_3=R_4=5Ω。

试求ab两端和cd两端的等效电阻。

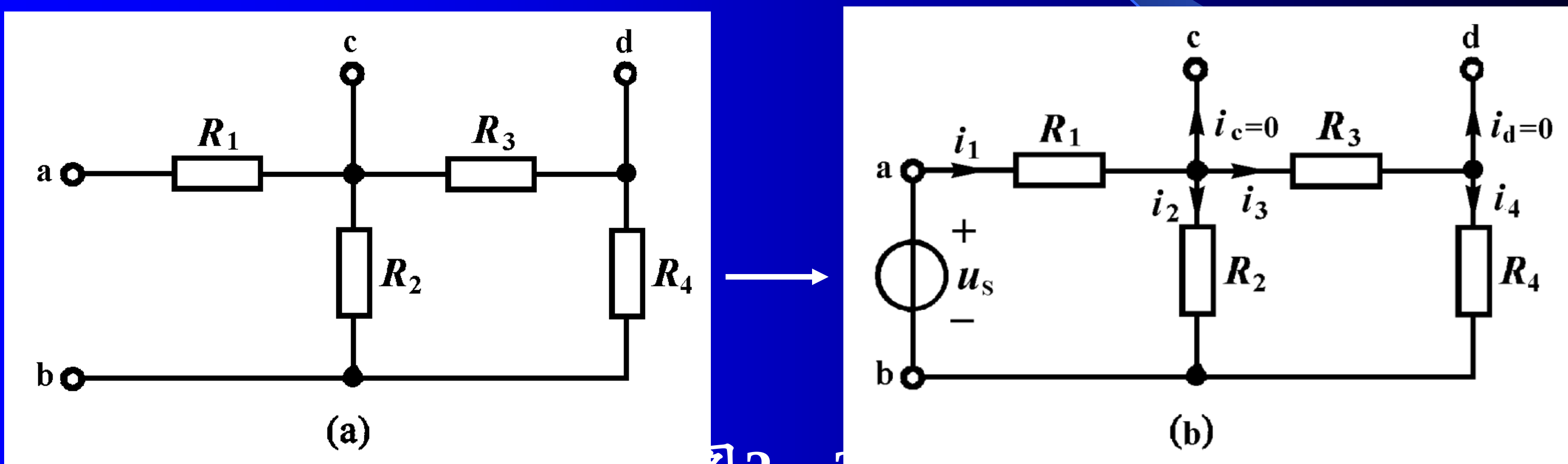
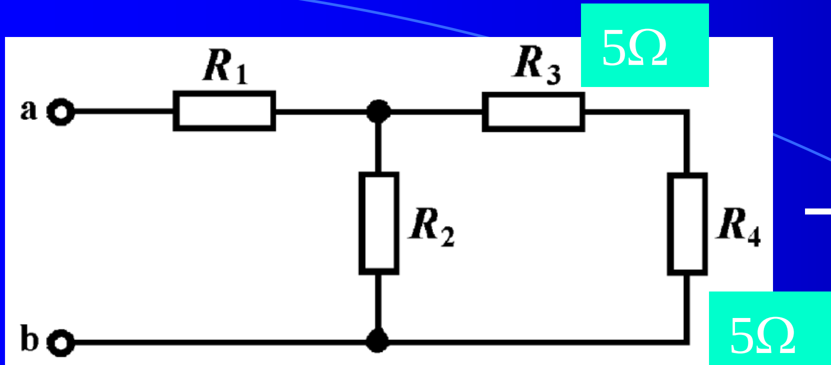
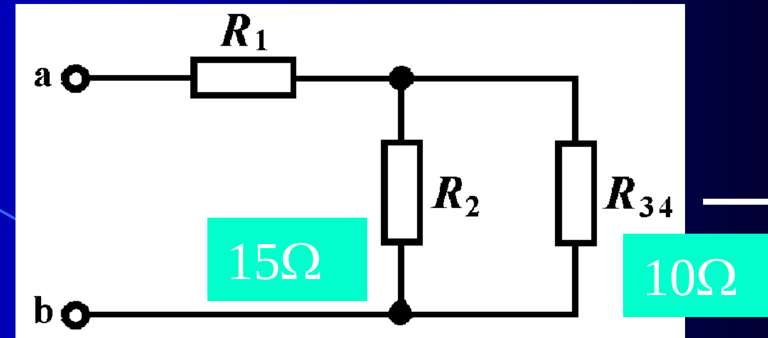


图2－3

为求R_{ab}，在ab两端外加电压源，根据各电阻中的电流电压是否相同来判断电阻的串联或并联。



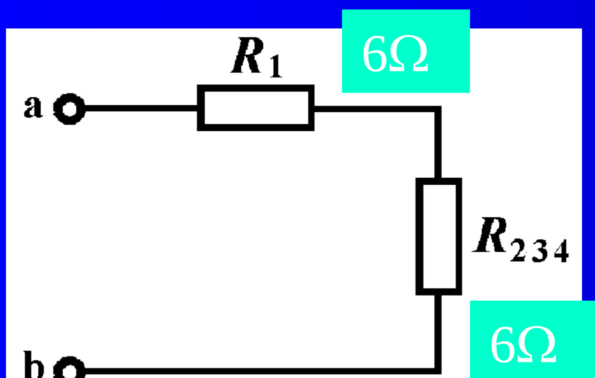
(c)



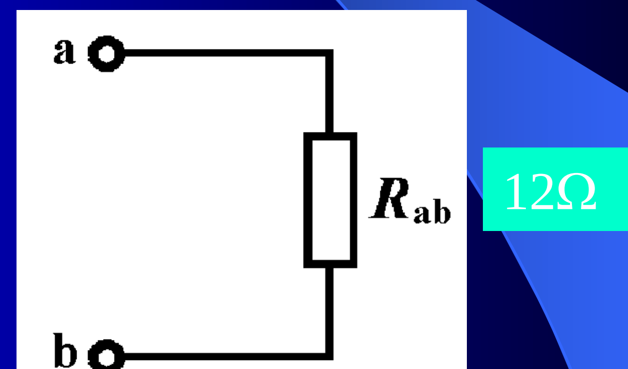
(d)

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 10\Omega$$

$$R_{234} = \frac{R_2 R_{34}}{R_2 + R_{34}} = \frac{15\times 10}{15+10}\Omega = 6\Omega$$



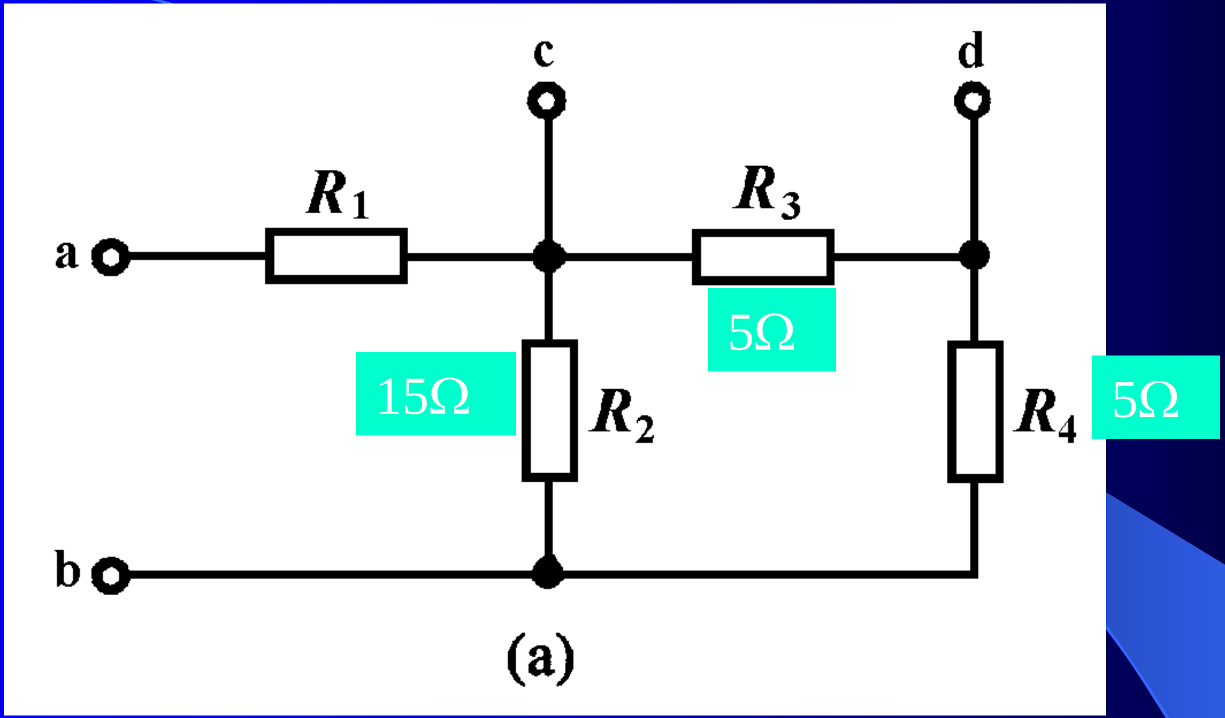
(e)



(f)

$$R_{ab} = R_1 + R_{234} = 6\Omega + 6\Omega = 12\Omega$$

$$R_{ab} = R_1 + \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4} = 6\Omega + \frac{15(5+5)}{15+5+5}\Omega = 12\Omega$$



显然，cd两点间的等效电阻为

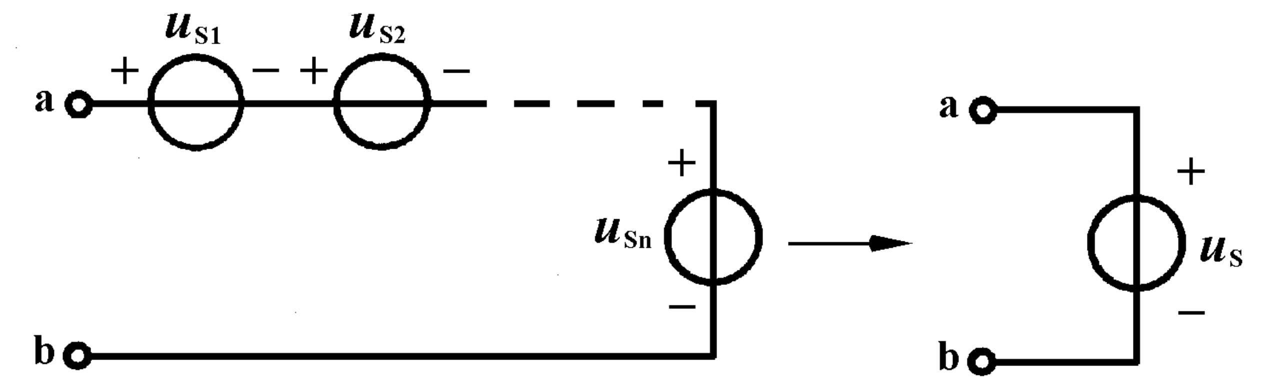
$$R_{\mathrm{cd}} = \frac{R_3(R_2+R_4)}{R_3+R_2+R_4} = \frac{5(15+5)}{5+15+5}\Omega = 4\Omega$$

二、独立电源的串联和并联

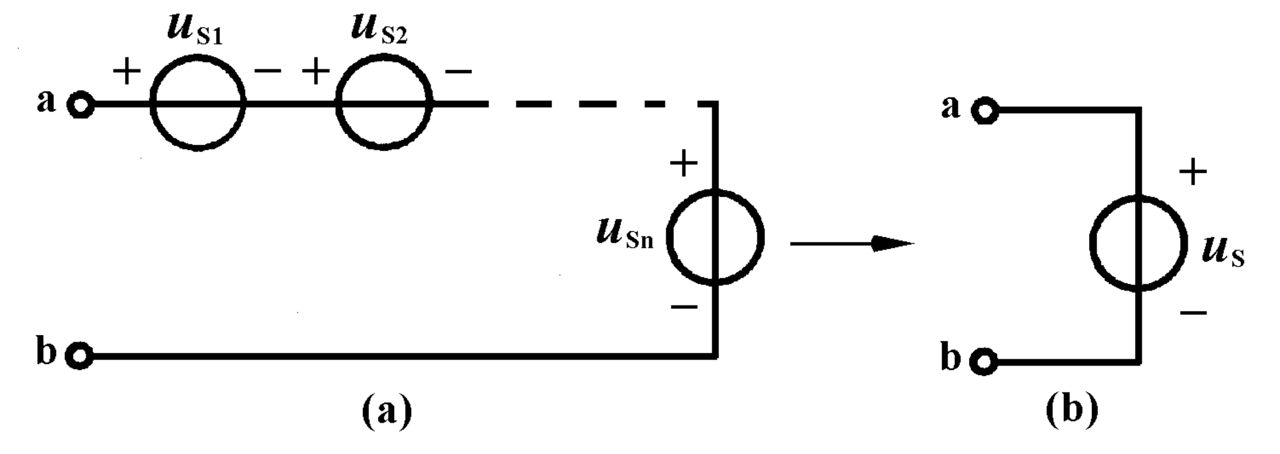
根据独立电源的VCR方程和 KCL、KVL方程可得到以下公式:

1. n个独立电压源的串联单口网络，如图2-4(a)所示，就端口特性而言，等效于一个独立电压源，其电压等于各电压源电压的代数和

$$u_S = \sum_{k=1}^{n} u_{Sk} \qquad (2-4)$$



(a) (b)



$$u_S = \sum_{k=1}^{n} u_{Sk} \qquad (2-4)$$

其中与u_S参考方向相同的电压源u_{Sk}取正号，相反则取负号。

2\. n个独立电流源的并联单口网络，如图2-5(a)所示，就端口特性而言，等效于一独立电流源，其电流等于各电流源电流的代数和

$$i_S = \sum_{k=1}^{n} i_{Sk} \qquad (2-5)$$

与i_S参考方向相同的电流源i_{Sk}取正号，相反则取负号。

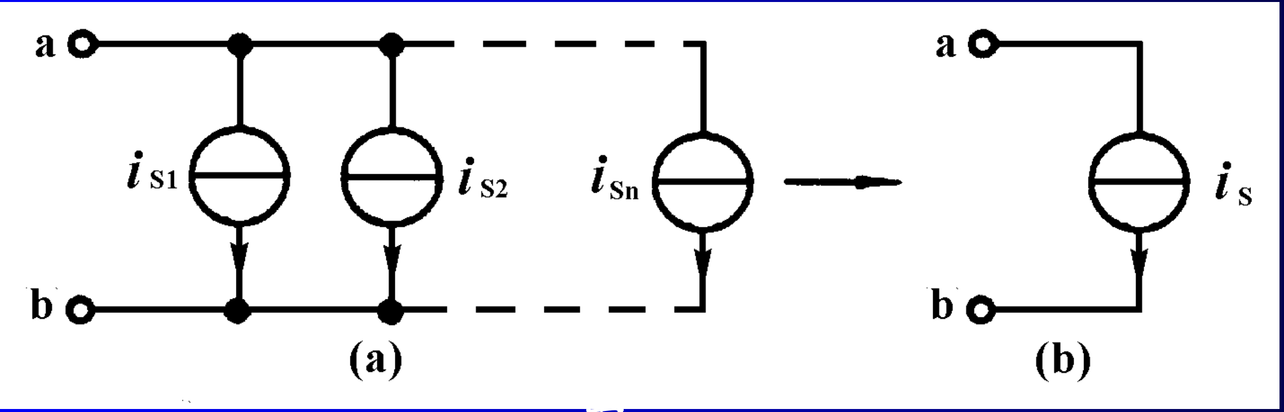


图2－5

就电路模型而言，两个电压完全相同的电压源才能并联；两个电流完全相同的电流源才能串联，否则将违反KCL、KVL和独立电源的定义。发生这种情况的原因往往是模型设置不当，而需要修改电路模型。

例2-2 图2-6(a)电路中。已知u_{S1}=10V, u_{S2}=20V, u_{S3}=5V, R_1=2Ω, R_2=4Ω, R_3=6Ω和R_L=3Ω。求电阻R_L的电流和电压。

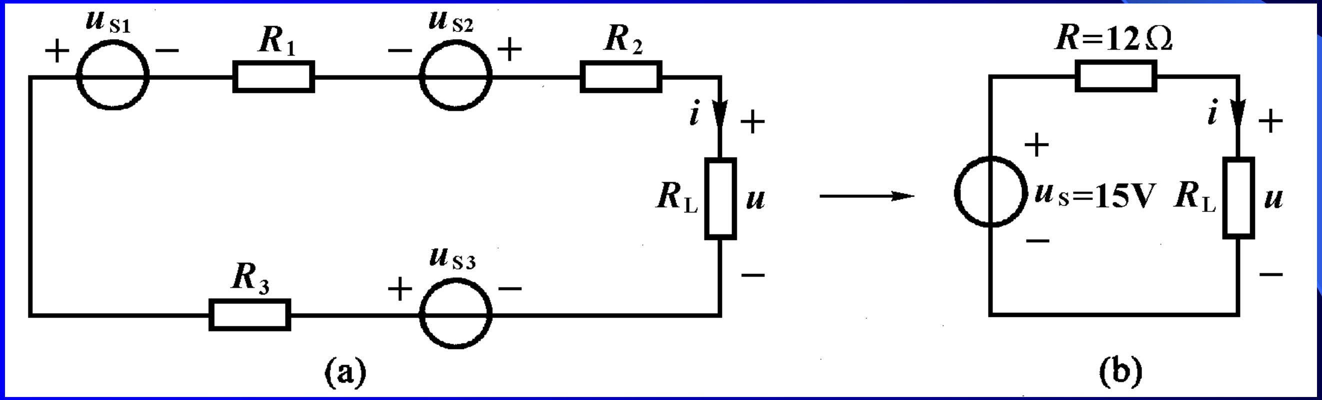


图2－6

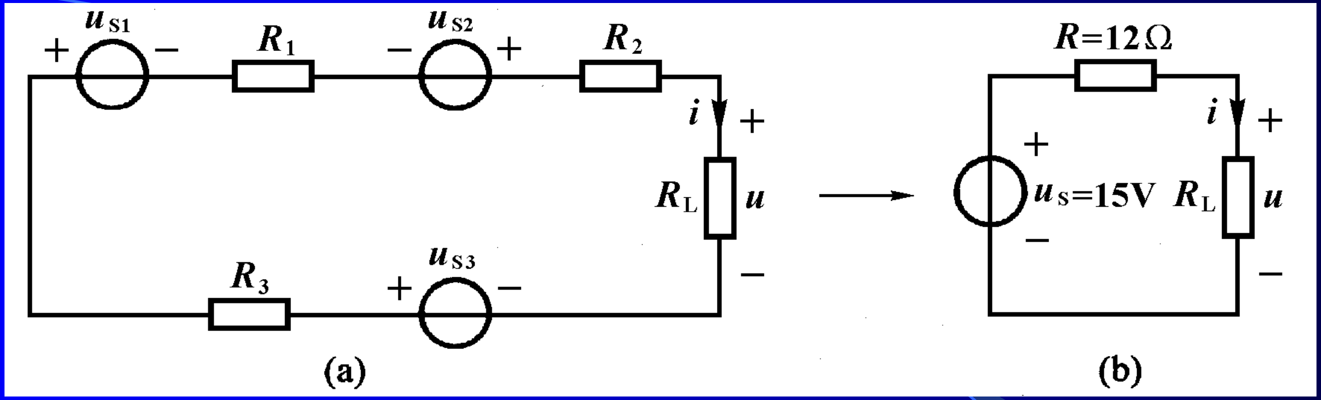


图2－6

解：为求电阻R_L的电压和电流，可将三个串联的电压源等效为一个电压源，其电压为

$$u_S = u_{S2} - u_{S1} + u_{S3} = 20V - 10V + 5V = 15V$$

将三个串联的电阻等效为一个电阻，其电阻为

$$R = R_2 + R_1 + R_3 = 4\Omega + 2\Omega + 6\Omega = 12\Omega$$

由图(b)电路可求得电阻R_L的电流和电压分别为：

$$i = \frac{u_S}{R + R_L} = \frac{15V}{12\Omega + 3\Omega} = 1A \quad u = R_L i = 3\Omega \times 1A = 3V$$

例2-3 电路如图2-7(a)所示。已知i_{S1}=10A, i_{S2}=5A, i_{S3}=1A, G_1=1S, G_2=2S和G_3=3S，求电流i_1和i_3。

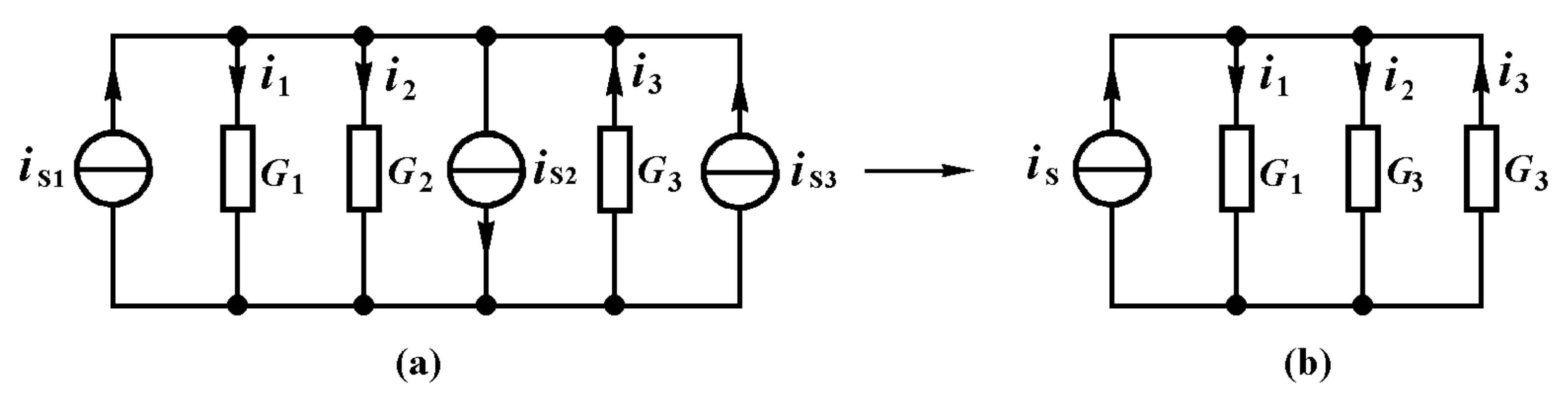


图2－7

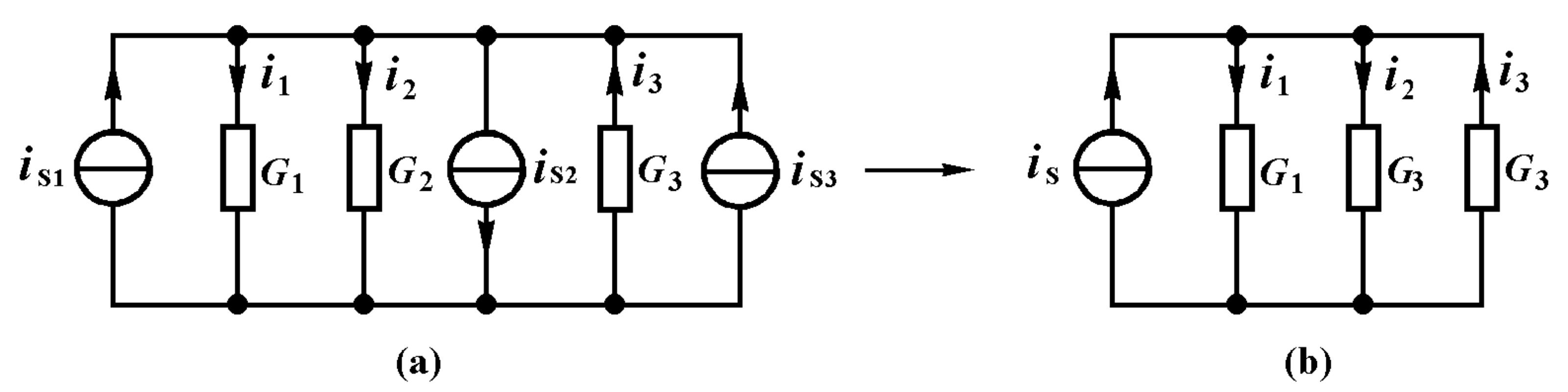


图2－7

解：为求电流i_1和i_3，可将三个并联的电流源等效为一个电流源，其电流为

$$i_S = i_{S1} - i_{S2} + i_{S3} = 10A - 5A + 1A = 6A$$

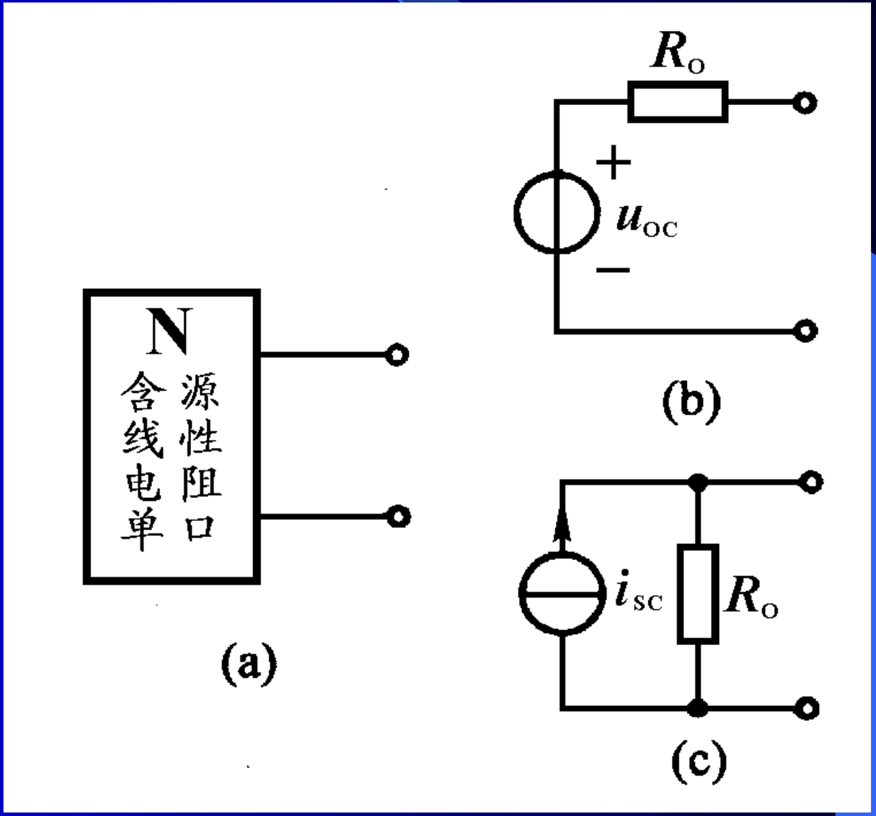
得到图(b)所示电路，用分流公式求得：

$$i_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2 + G_3} i_S = \frac{1}{1+2+3} \times 6A = 1A$$

$$i_3 = \frac{-G_3}{G_1 + G_2 + G_3} i_S = \frac{-3}{1+2+3} \times 6A = -3A$$

三、含独立电源的电阻单口网络

一般来说，由一些独立电源和一些线性电阻元件组成的*线性电阻单口网络*，就端口特性而言，可以等效为一个线性*电阻和电压源的串联*，或者等效为一个线性*电阻和电流源的并联*。可以通过计算端口VCR方程，得到相应的等效电路。



例2-4 图2-8(a)单口网络中。已知u_S=6V，i_S=2A，R_1=2Ω，R_2=3Ω。

求单口网络的VCR方程,并画出单口的等效电路。

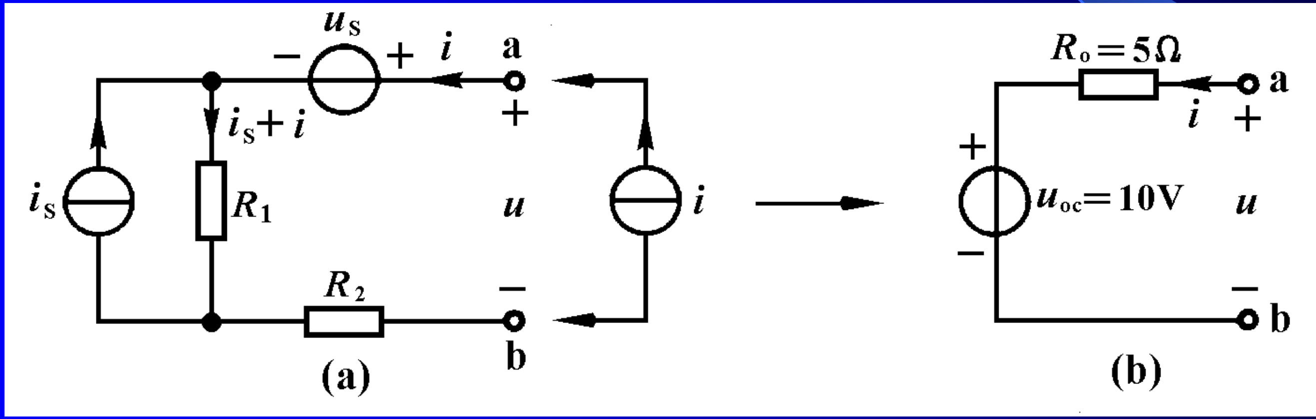
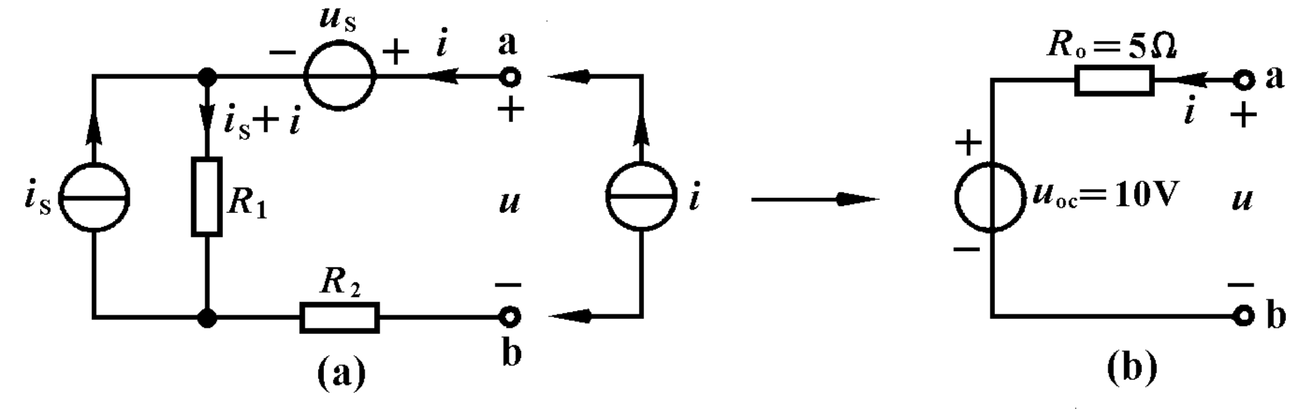


图2－8



解：在端口外加电流源i，写出端口电压的表达式

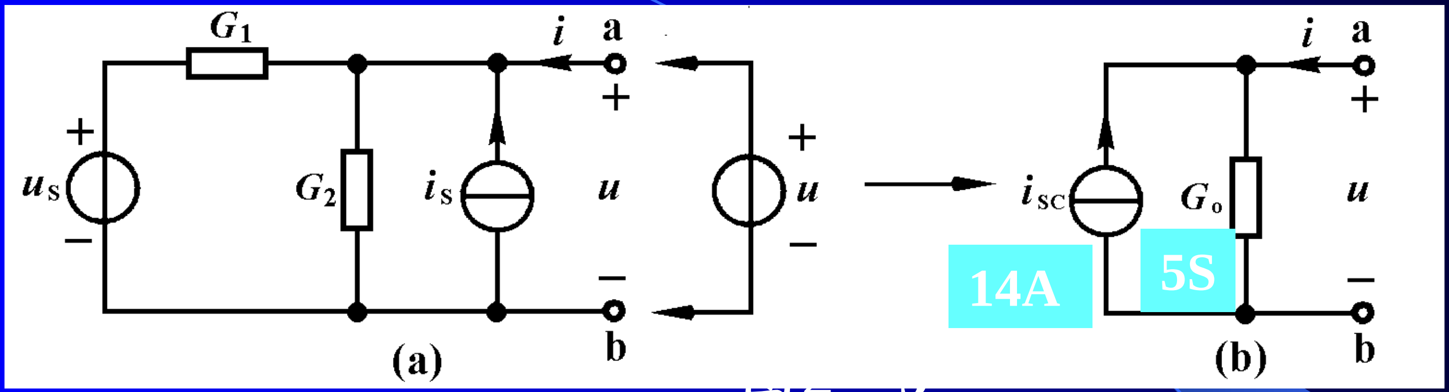
$$
\begin{aligned}
u &= u_S + R_1(i_S + i) + R_2 i \\
&= (R_1 + R_2)i + u_S + R_1 i_S \\
&= R_o i + u_{oc}
\end{aligned}
$$

其中：

$$
\begin{aligned}
R_o &= R_1 + R_2 = 2\Omega + 3\Omega = 5\Omega \\
u_{oc} &= u_S + R_1 i_S = 6V + 2\Omega \times 2A = 10V
\end{aligned}
$$

根据上式所得到的单口等效电路是电阻R_o和电压源u_{OC}的串联，如图(b)所示。

例2－5 图2-9(a)单口网络中,已知u_S=5V,i_S=4A,G_1=2S, G_2=3S。求单口网络的VCR方程,并画出单口的等效电路。



解:在端口外加电压源u，用2b方程写出端口电流的表达式为

$$\begin{aligned} i &= -i_S + G_2 u + G_1(u - u_S) \\ &= (G_1 + G_2)u - (i_S + G_1 u_S) \\ &= G_o u - i_{sc} \end{aligned}$$

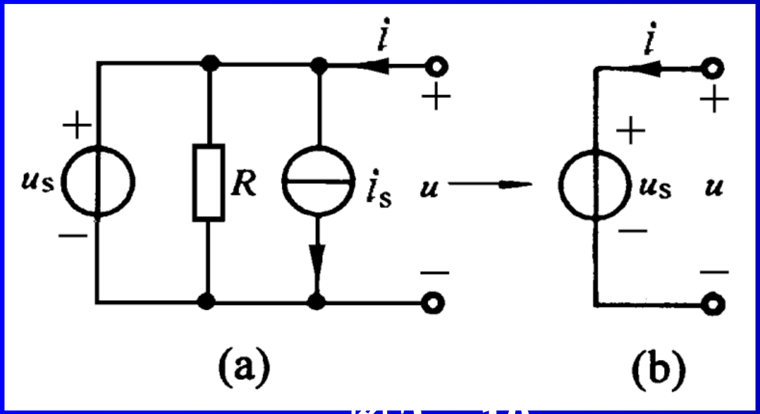
其中:

$$G_o = G_1 + G_2 = 2S + 3S = 5S$$

$$i_{sc} = i_S + G_1 u_S = 4A + 2S \times 5V = 14A$$

根据上式所得到的单口等效电路是电导G_o和电流源i_{SC}的并联,如图(b)所示。

例2-6 求图2－10(a)和(c)所示单口的VCR方程，并画出单口的等效电路。



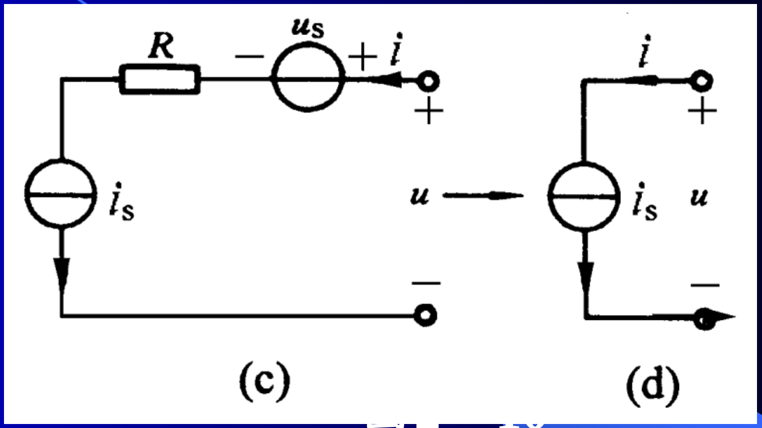
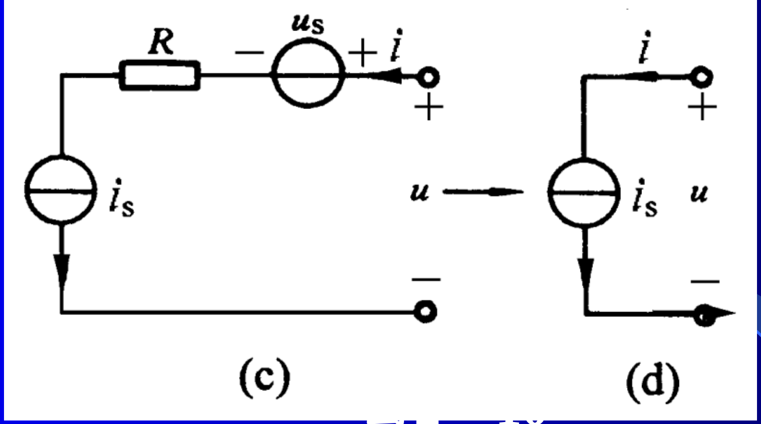


图2－10

解：图(a)所示单口的VCR方程为

$$u = u_S \qquad\qquad -\infty < i < \infty$$

根据电压源的定义，该单口网络的等效电路是一个电压为u_S的电压源，如图(b)所示。



图(c)所示单口VCR方程为

$$i = i_S \qquad\qquad -\infty < u < \infty$$

根据电流源的定义，该单口网络的等效电路是一个电流为i_S的电流源，如图(d)所示。

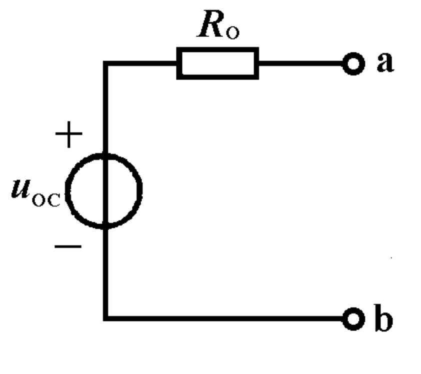
四、含源线性电阻单口两种等效电路的等效变换

含源线性电阻单口可能存在两种形式的VCR方程，即

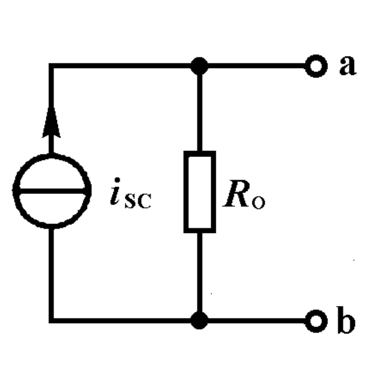
$$u = R_o i + u_{oc} \quad (2\text{-}6)$$

$$i = G_o u - i_{sc} \quad (2\text{-}7)$$

相应的两种等效电路，如图(a)和(c)所示。



(a)



(c)

式(2-7)改写为

$$u = \frac{1}{G_o} i + \frac{1}{G_o} i_{sc} \quad (2\text{-}8)$$

$$u = R_o i + u_{oc} \quad (2\text{-}6)$$

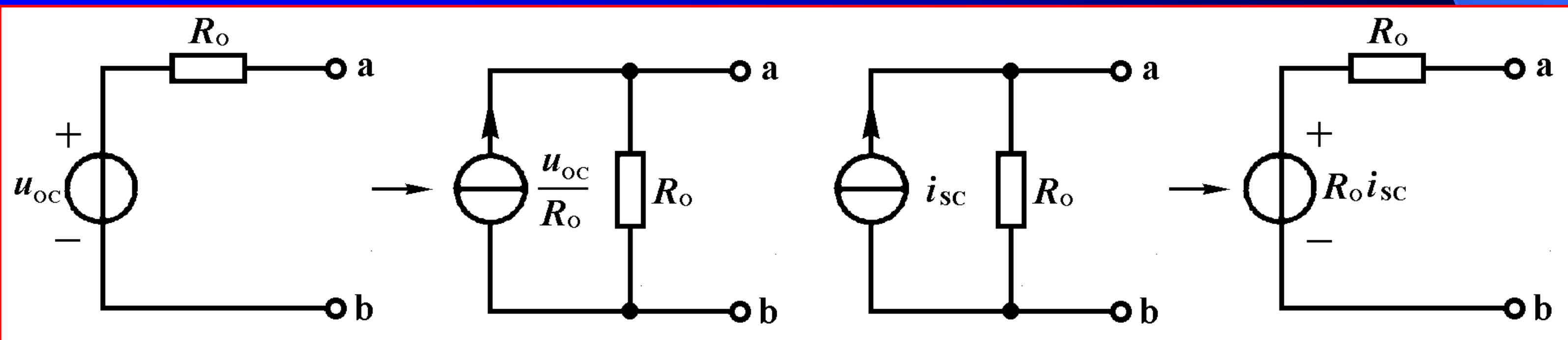
$$i = G_o u - i_{sc} \quad (2\text{-}7)$$

$$u = \frac{1}{G_o} i + \frac{1}{G_o} i_{sc} \quad (2\text{-}8)$$

令式(2－6)和(2－8)对应系数相等，可求得等效条件为

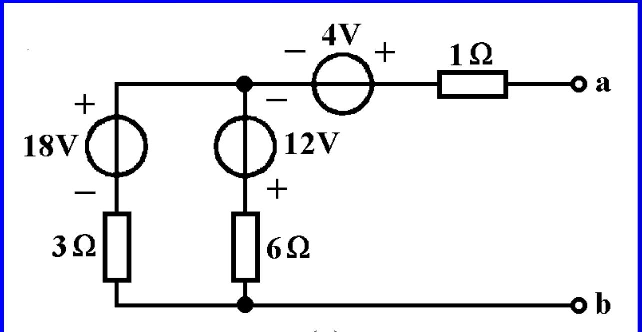
$$R_o = \frac{1}{G_o} \qquad u_{oc} = R_o i_{sc} \quad 或 \quad i_{sc} = \frac{u_{oc}}{R_o}$$

单口网络两种等效电路的等效变换可用下图表示。

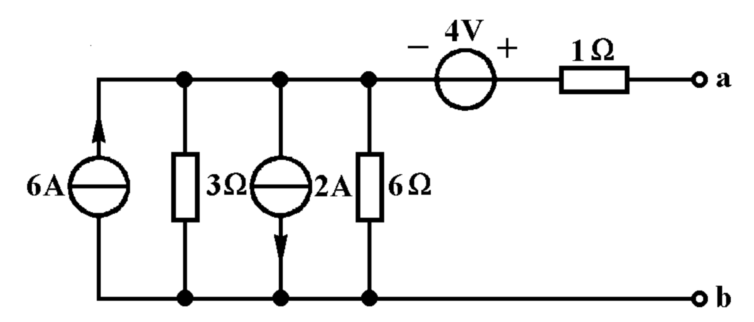


(a) (b) (c) (d)

例2－7 用电源等效变换求图2-12(a)单口网络的等效电路。



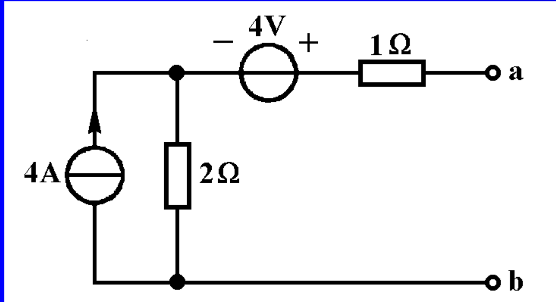
(a)



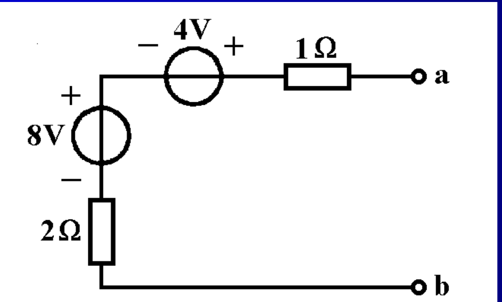
(b)

图2－12

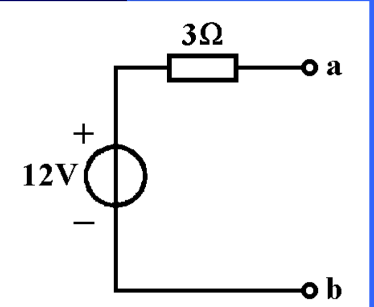
将电压源与电阻的串联等效变换为电流源与电阻的并联。



(c)



(d)

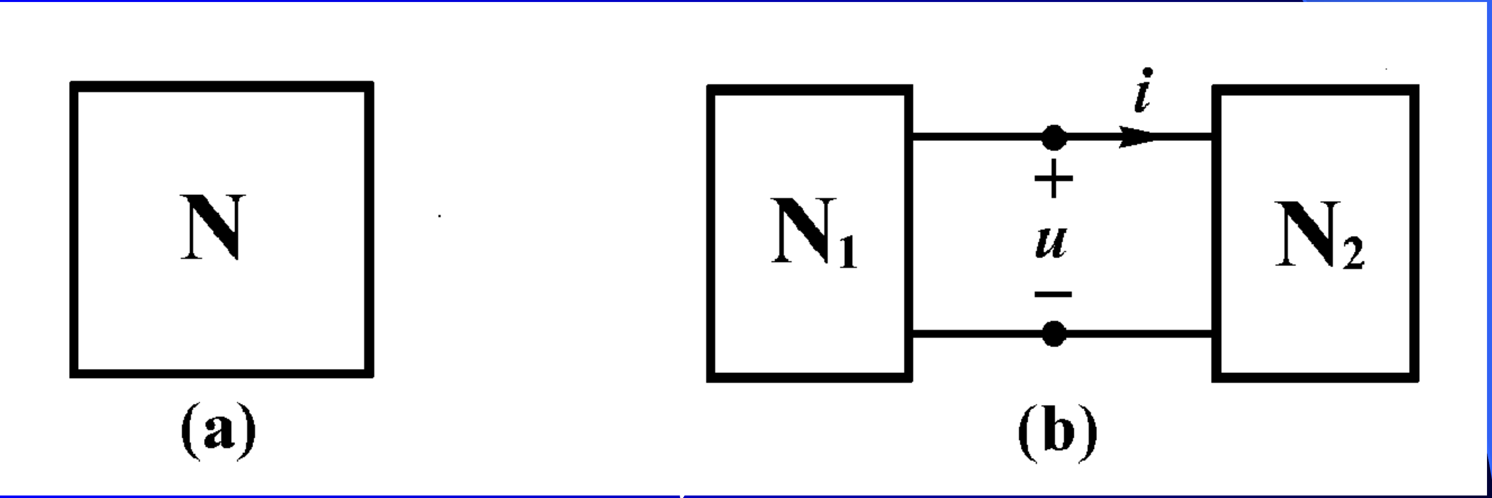


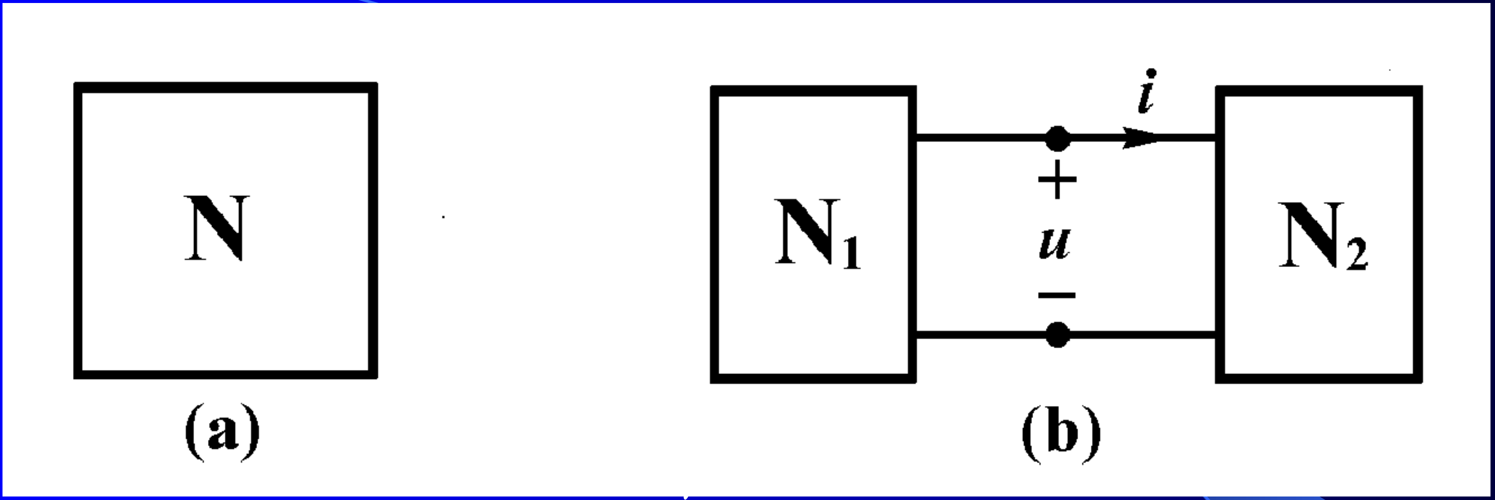
(e)

将电流源与电阻的并联变换为电压源与电阻的串联等效。

五、用单口等效电路简化电路分析

假如图2-13(a)所示电路N能分解为图2-13(b)所示的两个单口网络的连接，就可以用单口的等效电路来代替单口N_1(或 N_2)，使电路的支路数和结点数减少，从而简化电路分析。





由于单口与其等效电路的VCR方程完全相同，这种代替不会改变电路其余部分N_2(或 N_1)的电压和电流。

当仅需求解电路某一部分的电压和电流时，常用这种方法来简化电路分析。现举例加以说明。

例2－8 求图2-14(a)电路中电流i。

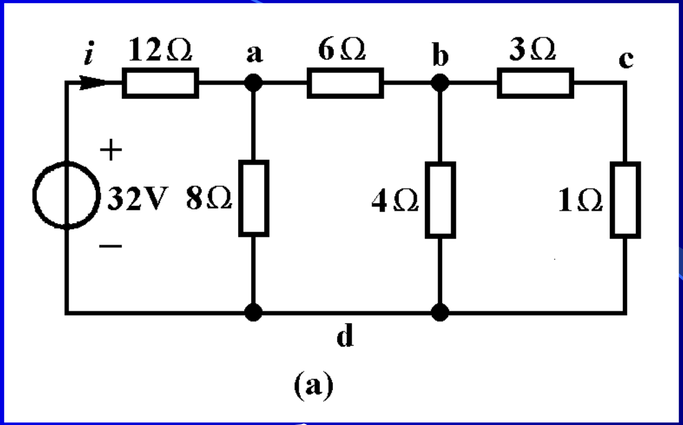


图2－14

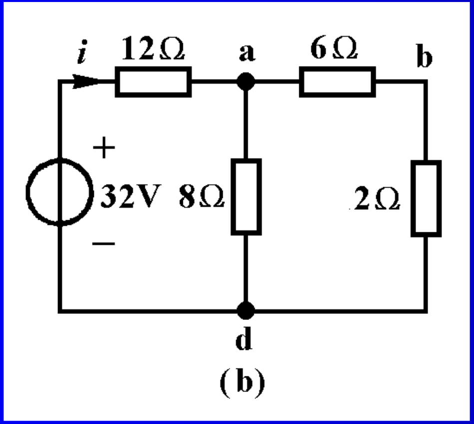
解：可用电阻串并联公式化简电路。

具体计算步骤如下：

先求出3Ω和1Ω电阻串联再与4Ω电阻并联的等效电阻R_{bd}

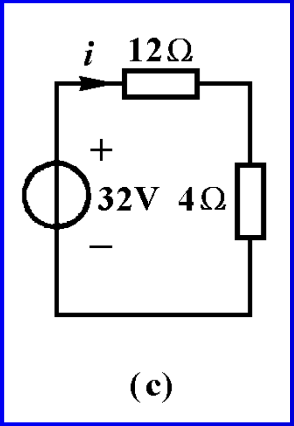
$$R_{bd}=\frac{4(3+1)}{4+3+1}\Omega=2\Omega$$

得到图(b)电路。再求出6Ω和2Ω电阻串联再与8Ω并联的等效电阻R_{ad}



$$R_{ad} = \frac{8(6+2)}{8+6+2}\Omega = 4\Omega$$

得到图(c)电路。由此求得电流



$$i = \frac{32\mathrm{V}}{12\Omega + 4\Omega} = 2\mathrm{A}$$

例2－9 求图2-15(a)电路中电流*i* 。

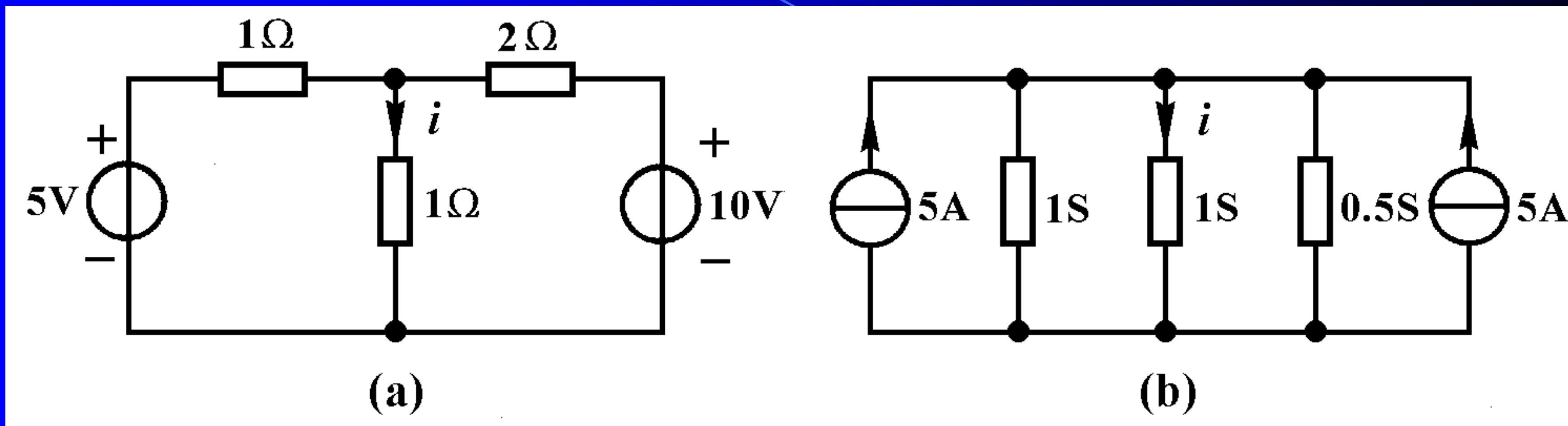
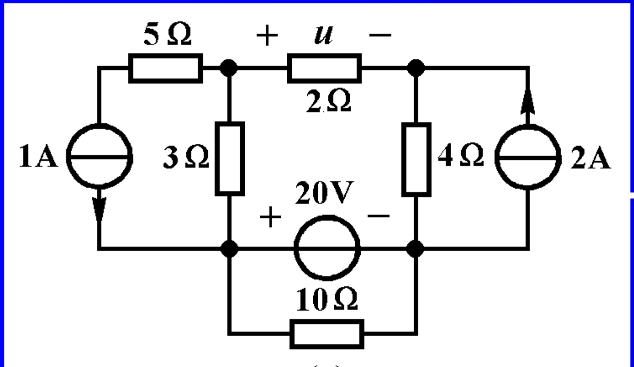


图2－15

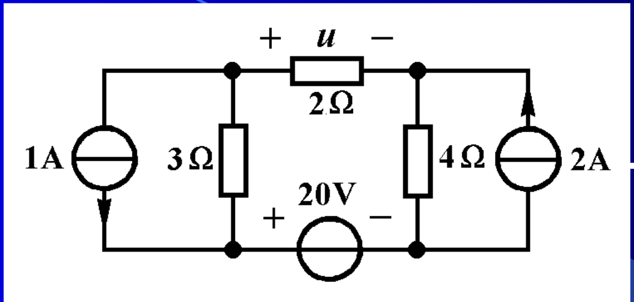
解：用电源等效变换公式，将电压源与电阻串联等效变换为电流源与电导并联，得到图(b)电路。用分流公式求得

$$i = \frac{1\mathrm{S}}{(1+1+0.5)\mathrm{S}}(5\mathrm{A}+5\mathrm{A}) = 4\mathrm{A}$$

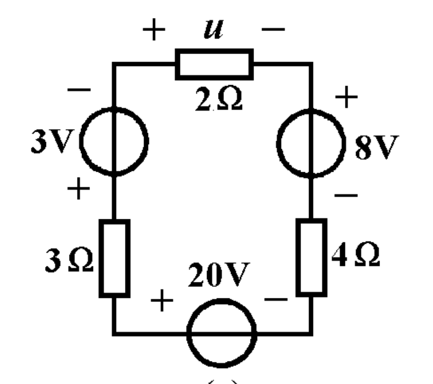
例2－10 求图2-16(a)电路中电压u。



(a)



(b)



(c)

图2－16

解：(1)将1A电流源与5Ω电阻的串联等效为1A电流源。20V电压源与10Ω电阻并联等效为20V电压源，得到图(b)电路。

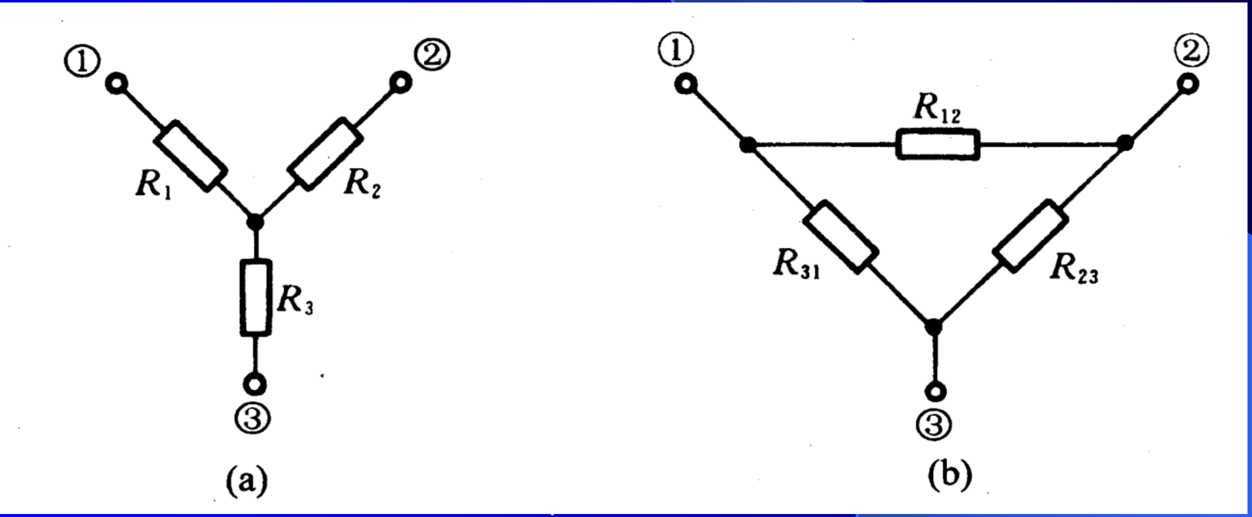
(2) 再将电流源与电阻并联等效为一个电压源与电阻串联，得到图(c)所示单回路电路。由此求得

$$u=\frac{(-3+20-8)\text{V}}{(2+3+4)\Omega}\times 2\Omega=2\text{V}$$

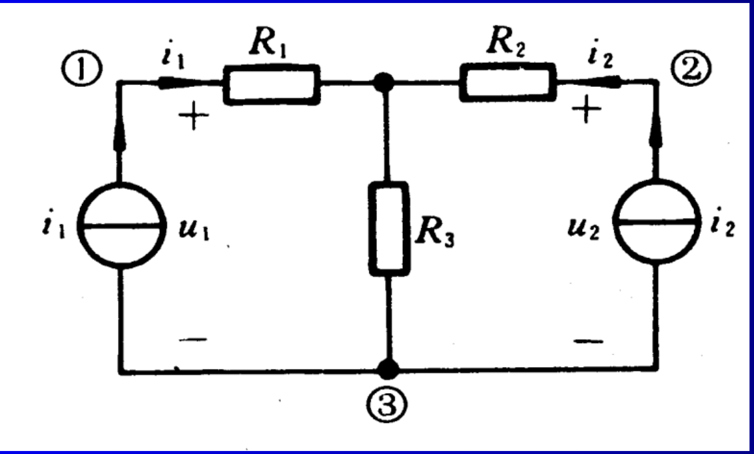
§2-2 电阻的星形联接与三角形联接

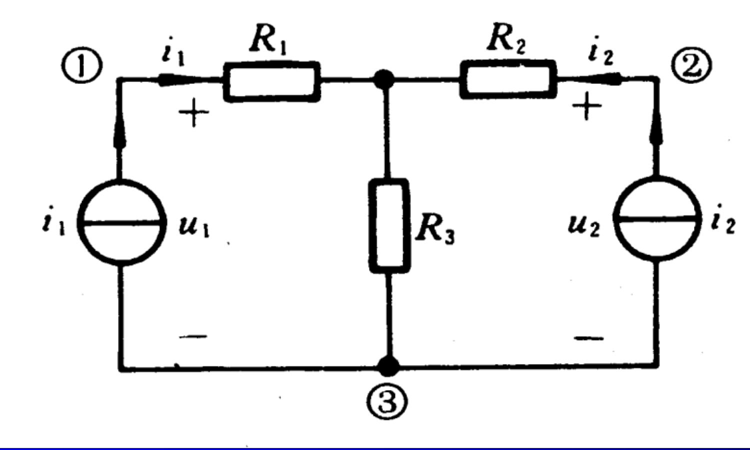
电阻的星形联接:将三个电阻的一端连在一起，另一端分别与外电路的三个结点相连，就构成星形联接，又称为Y形联接，如图2-17(a)所示。

电阻的三角形联接:将三个电阻首尾相连，形成一个三角形，三角形的三个顶点分别与外电路的三个结点相连，就构成三角形联接，又称为Δ形联接，如图(b)所示。



电阻的星形联接和电阻的三角形联接构成一个电阻三端网络。一般来说，电阻三端网络的端口特性，可用联系这些电压和电流关系的两个代数方程来表征。





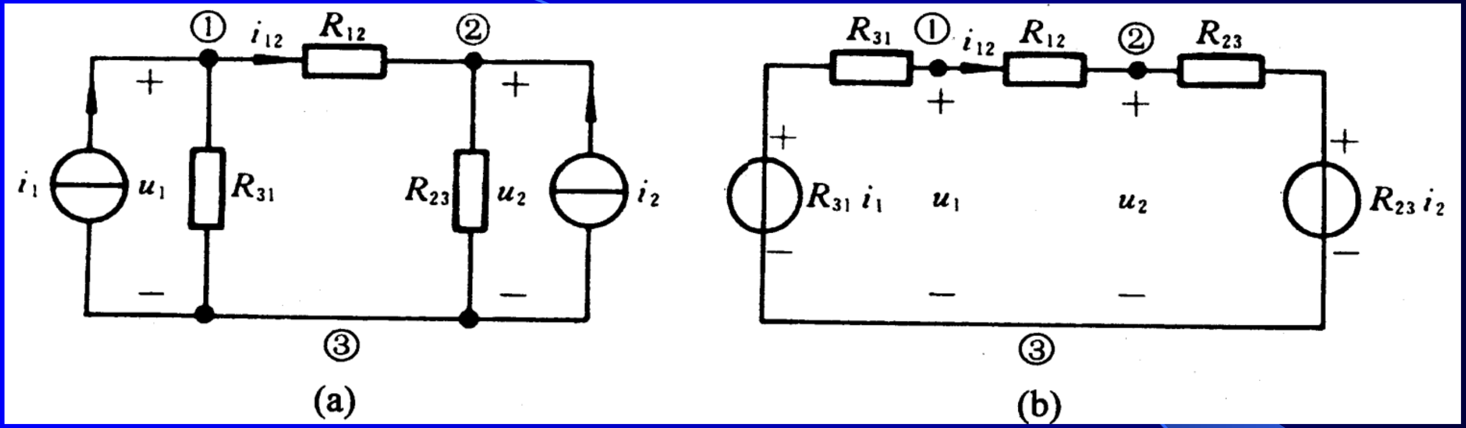
对于电阻星形联接的三端网络，外加两个电流源i_1和i_2。

用2*b*方程求出端口电压u_1和u_2的表达式为：

$$u_1 = R_1 i_1 + R_3(i_1 + i_2)$$
$$u_2 = R_2 i_2 + R_3(i_1 + i_2)$$

整理得到

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= (R_1 + R_3)i_1 + R_3 i_2 \\ u_2 &= R_3 i_1 + (R_2 + R_3)i_2 \end{aligned}\right\} \qquad (2-11)$$



对电阻三角形联接的三端网络，外加两个电流源i_1和i_2，将电流源与电阻的并联单口等效变换为一个电压源与电阻的串联单口，得到图(b)电路，由此得到

$$i_{12} = \frac{R_{31}i_1 - R_{23}i_2}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \qquad \begin{cases} u_1 = R_{31}i_1 - R_{31}i_{12} = R_{31}(i_1 - i_{12}) \\ u_2 = R_{23}i_{12} + R_{23}i_2 = R_{23}(i_2 + i_{12}) \end{cases}$$

$$i_{12}=\frac{R_{31}i_1-R_{23}i_2}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \qquad \begin{cases} u_1=R_{31}i_1-R_{31}i_{12}=R_{31}(i_1-i_{12}) \\ u_2=R_{23}i_{12}+R_{23}i_2=R_{23}(i_2+i_{12}) \end{cases}$$

将i_{12}表达式代入上两式，得到

$$\left.\begin{aligned} u_1&=\frac{R_{31}(R_{12}+R_{23})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}i_1+\frac{R_{23}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}i_2 \\ u_2&=\frac{R_{23}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}i_1+\frac{R_{23}(R_{12}+R_{31})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}i_2 \end{aligned}\right\} \qquad (2-12)$$

式(2－11)和(2－12)分别表示电阻星形联接和三角形联接网络的 VCR方程。

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= (R_1 + R_3)i_1 + R_3 i_2 \\ u_2 &= R_3 i_1 + (R_2 + R_3)i_2 \end{aligned}\right\} \qquad (2-11)$$

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= \frac{R_{31}(R_{12}+R_{23})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} i_1 + \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} i_2 \\ u_2 &= \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} i_1 + \frac{R_{23}(R_{12}+R_{31})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} i_2 \end{aligned}\right\} \qquad (2-12)$$

如果要求电阻星形联接和三角形联接等效，则要求以上两个VCR方程的对应系数分别相等，即：

$$\left.\begin{aligned} R_1 + R_3 &= \frac{R_{31}(R_{12}+R_{23})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_2 + R_3 &= \frac{R_{23}(R_{12}+R_{31})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \end{aligned}\right\} (2-13)$$

由此解得

$$\left.\begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{31}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_2 &= \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \end{aligned}\right\} \qquad (2-14)$$

$$\left.\begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{31}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_2 &= \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \end{aligned}\right\} \quad (2-14)$$

电阻三角形联接等效变换为电阻星形联接的公式为

$$R_i = \frac{\text{接于}i\text{端两电阻之乘积}}{\Delta\text{形三电阻之和}}$$

当$R_{12}= R_{23}= R_{31}= R_{\Delta}$时，有

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_Y = \frac{1}{3}R_{\Delta}$$

由式(2－14)可解得:

$$\left.\begin{aligned} R_{12} &= \frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_3} \\ R_{23} &= \frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_1} \\ R_{31} &= \frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_2} \end{aligned}\right\} \qquad (2-17)$$

电阻星形联接等效变换为电阻三角形联接的公式为

$$R_{mn} = \frac{\text{Y形电阻两两乘积之和}}{\text{不与}mn\text{端相连的电阻}} \qquad (2-18)$$

当$R_1 = R_2 = R_3 = R_Y$时，有

$$R_{12} = R_{23} = R_{31} = R_\Delta = 3R_Y \qquad (2-19)$$

在复杂的电阻网络中，利用电阻星形联接与电阻三角形联接网络的等效变换，可以简化电路分析。

例2－11 求图2-20(a)电路中电流 i。

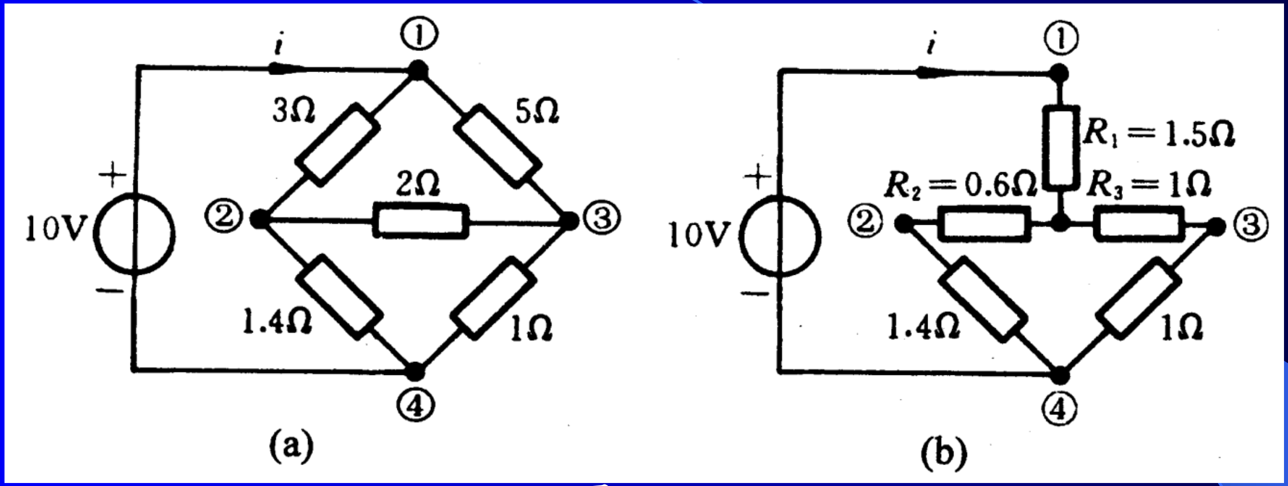


图2－20

解：将3Ω、5Ω和2Ω三个电阻构成的三角形网络等效变换为星形网络[图(b)]，其电阻值由式(2－14)求得

$$R_1=\frac{3\times5}{3+2+5}\Omega=1.5\Omega \quad R_2=\frac{3\times2}{3+2+5}\Omega=0.6\Omega \quad R_3=\frac{2\times5}{3+2+5}\Omega=1\Omega$$

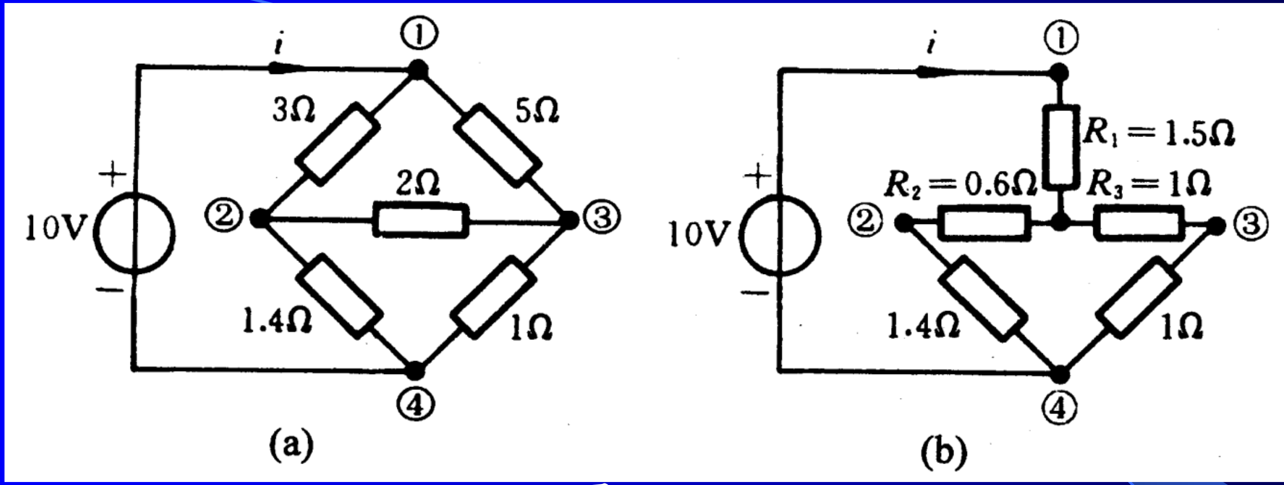


图2－20

再用电阻串联和并联公式，求出连接到电压源两端单口的等效电阻

$$R=1.5\Omega+\frac{(0.6+1.4)(1+1)}{0.6+1.4+1+1}\Omega=2.5\Omega$$

最后求得

$$i=\frac{10\text{V}}{R}=\frac{10\text{V}}{2.5\Omega}=4\text{A}$$

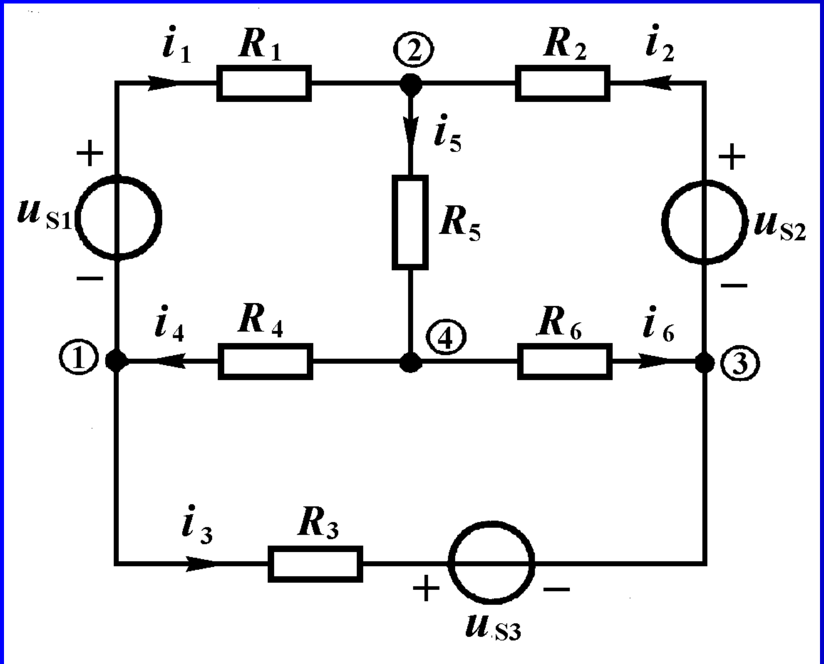
§2－3 网孔分析法

在支路电流法一节中已述及，由独立电压源和线性电阻构成的电路，可以*b*个支路电流变量来建立电路方程。在*b*个支路电流中，只有一部分电流是独立电流变量，另一部分电流则可由这些独立电流来确定。若用独立电流变量来建立电路方程，则可进一步减少电路方程数。

对于具有*b*条支路和*n*个结点的平面连通电路来说，它的$(b-n+1)$个网孔电流就是一组独立电流变量。用网孔电流作变量建立的电路方程，称为网孔方程。求解网孔方程得到网孔电流后，用 KCL方程可求出全部支路电流，再用VCR方程可求出全部支路电压。

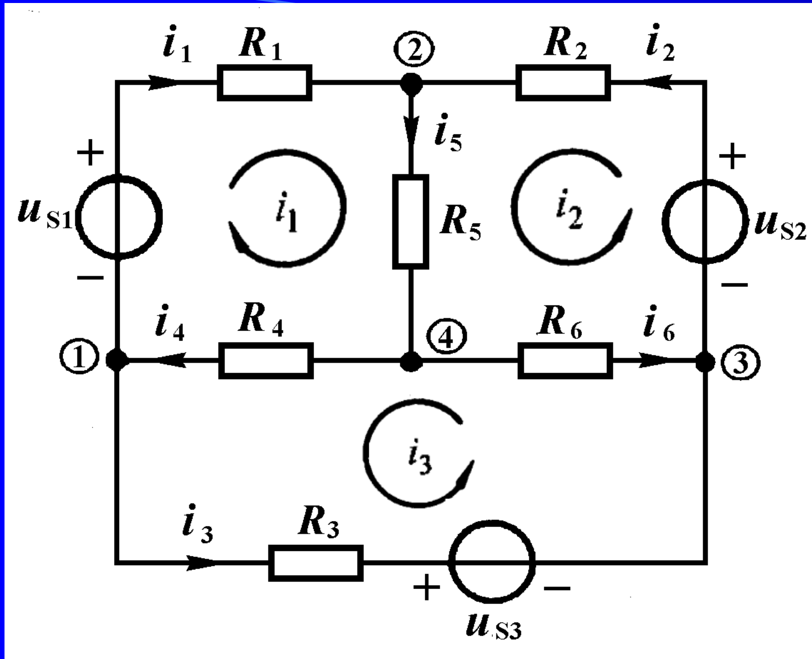
一、网孔电流

若将电压源和电阻串联作为一条支路时，该电路共有6条支路和4个结点。对①、②、③结点写出KCL方程。



$$\begin{cases} i_1 + i_3 - i_4 = 0 \rightarrow i_4 = i_1 + i_3 \\ -i_1 - i_2 + i_5 = 0 \rightarrow i_5 = i_1 + i_2 \\ i_2 - i_3 - i_6 = 0 \rightarrow i_6 = i_2 - i_3 \end{cases}$$

支路电流i_4、i_5和i_6可以用另外三个支路电流i_1、i_2和i_3的线性组合来表示。

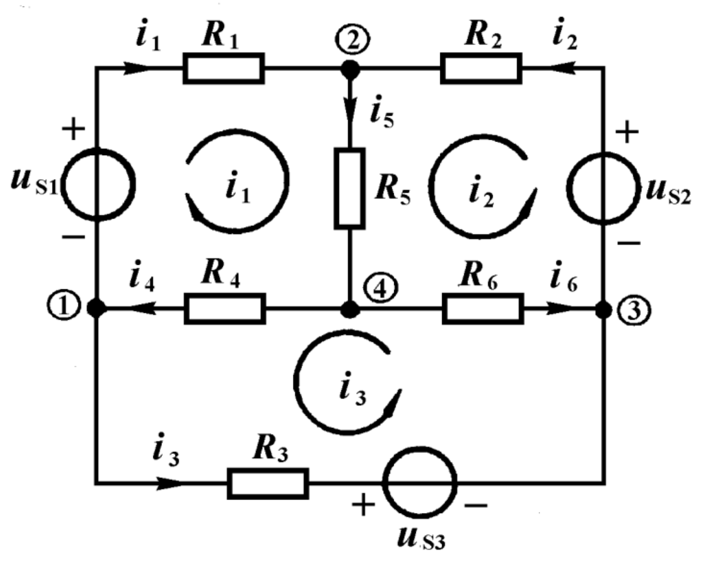


$$\begin{cases} i_1 + i_3 - i_4 = 0 & \rightarrow \quad i_4 = i_1 + i_3 \\ -i_1 - i_2 + i_5 = 0 & \rightarrow \quad i_5 = i_1 + i_2 \\ i_2 - i_3 - i_6 = 0 & \rightarrow \quad i_6 = i_2 - i_3 \end{cases}$$

电流i_4、i_5和i_6是非独立电流，它们由独立电流i_1、i_2和i_3的线性组合确定。这种线性组合的关系，可以设想为电流i_1、i_2和i_3沿每个网孔边界闭合流动而形成，如图中箭头所示。这种在网孔内闭合流动的电流，称为网孔电流。它是一组能确定全部支路电流的独立电流变量。对于具有b条支路和n个结点的平面连通电路来说，共有$(b-n+1)$个网孔电流。

二、网孔方程

以图示网孔电流方向为绕行方向，写出三个网孔的KVL方程分别为：



$$\left.\begin{aligned} R_1 i_1 + R_5 i_5 + R_4 i_4 &= u_{S1} \\ R_2 i_2 + R_5 i_5 + R_6 i_6 &= u_{S2} \\ R_3 i_3 - R_6 i_6 + R_4 i_4 &= -u_{S3} \end{aligned}\right\}$$

将以下各式代入上式，消去i_4、i_5和i_6后可以得到：

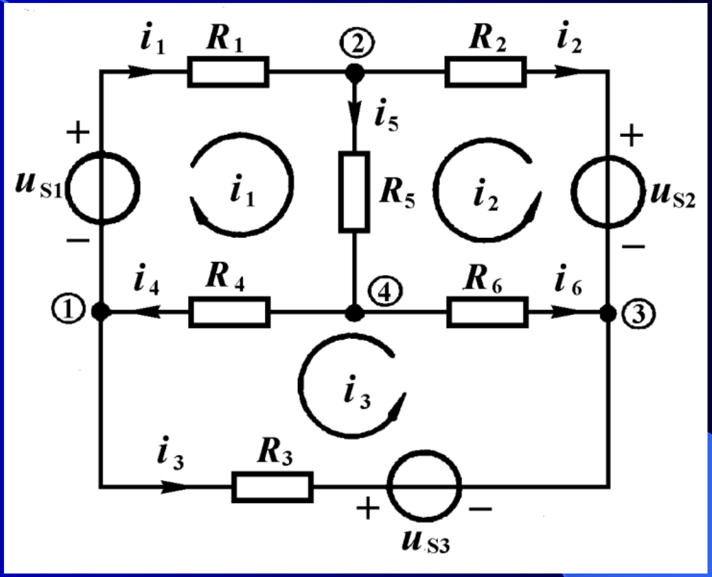
$$i_4 = i_1 + i_3 \quad i_5 = i_1 + i_2 \quad i_6 = i_2 - i_3$$

$$\left.\begin{aligned} (R_1 + R_4 + R_5) i_1 + R_5 i_2 + R_4 i_3 &= u_{S1} \\ R_5 i_1 + (R_2 + R_5 + R_6) i_2 - R_6 i_3 &= u_{S2} \\ R_4 i_1 - R_6 i_2 + (R_3 + R_4 + R_6) i_3 &= -u_{S3} \end{aligned}\right\}$$

网孔方程

将网孔方程写成一般形式:

$$\left.\begin{aligned} R_{11}i_1 + R_{12}i_2 + R_{13}i_3 &= u_{S11} \\ R_{21}i_1 + R_{22}i_2 + R_{23}i_3 &= u_{S22} \\ R_{31}i_1 + R_{32}i_2 + R_{33}i_3 &= u_{S33} \end{aligned}\right\}$$



其中R_{11}, R_{22}和R_{33}称为网孔自电阻，它们分别是各网孔内全部电阻的总和。例如$R_{11}= R_1+ R_4+ R_5$, $R_{22}= R_2 + R_5+ R_6$, $R_{33}= R_3+ R_4+ R_6$。

$R_{kj}(k\neq j)$称为网孔k与网孔j的互电阻，它们是两网孔公共电阻的正值或负值。当两网孔电流以相同方向流过公共电阻时取正号，例如$R_{12}= R_{21}= R_5, R_{13}= R_{31}= R_4$。当两网孔电流以相反方向流过公共电阻时取负号，例如$R_{23}= R_{32}=-R_6$。

u_{S11}、u_{S22}、u_{S33}分别为各网孔中全部电压源电压升的代数和。绕行方向由 - 极到 + 极的电压源取正号；反之则取负号。例如$u_{S11}=u_{S1},u_{S22}=u_{S2},u_{S33}=-u_{S3}$。

由独立电压源和线性电阻构成电路的网孔方程很有规律。可理解为各网孔电流在某网孔全部电阻上产生电压降的代数和，等于该网孔全部电压源电压升的代数和。根据以上总结的规律和对电路图的观察，就能直接列出网孔方程。具有m个网孔的平面电路，其网孔方程的一般形式为

$$\left.\begin{array}{l} R_{11}i_1+R_{12}i_2+\ldots+R_{1\mathrm{m}}i_{\mathrm{m}}=u_{\mathrm{S11}} \\ R_{21}i_1+R_{22}i_2+\ldots+R_{2\mathrm{m}}i_{\mathrm{m}}=u_{\mathrm{S22}} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ R_{\mathrm{m}1}i_1+R_{\mathrm{m}2}i_2+\ldots+R_{\mathrm{mm}}i_{\mathrm{m}}=u_{\mathrm{Smm}} \end{array}\right\}(2-25)$$

三、网孔分析法计算举例

网孔分析法的计算步骤如下：

1. 在电路图上标明网孔电流及其参考方向。若全部网孔电流均选为顺时针(或反时针)方向，则网孔方程的全部互电阻项均取负号。

2. 用观察电路图的方法直接列出各网孔方程。

3. 求解网孔方程，得到各网孔电流。

4. 假设支路电流的参考方向。根据支路电流与网孔电流的线性组合关系，求得各支路电流。

5. 用VCR方程，求得各支路电压。

例2－12 用网孔分析法求图2-22电路各支路电流。

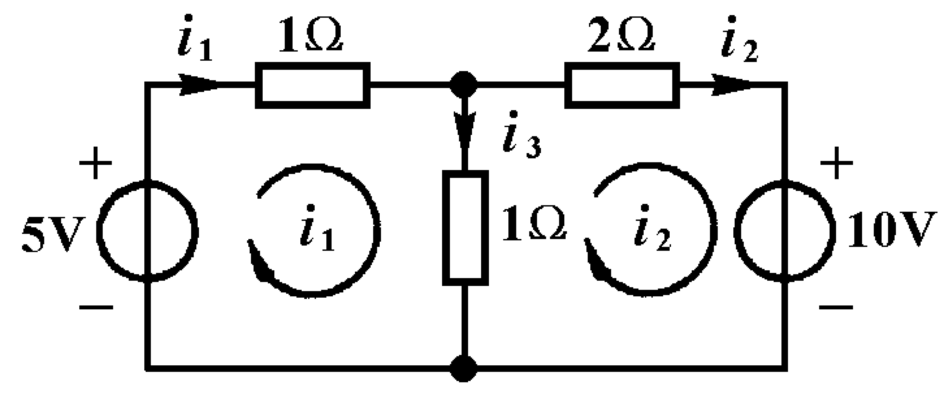


图2－22

解：选定两个网孔电流i_1和i_2的参考方向，如图所示。

用观察电路的方法直接列出网孔方程：

$$\begin{cases}(1\Omega+1\Omega)i_1-(1\Omega)i_2=5\text{V}\\-1\Omega i_1+(1\Omega+2\Omega)i_2=-10\text{V}\end{cases}$$

整理为

$$\begin{cases}2i_1-i_2=5\text{A}\\-i_1+3i_2=-10\text{A}\end{cases}$$

$$\begin{cases} 2i_1 - i_2 = 5\text{A} \\ -i_1 + 3i_2 = -10\text{A} \end{cases}$$

解得:

$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -10 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}}\text{A} = \frac{5}{5}\text{A} = 1\text{A}$$

$$i_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}}\text{A} = \frac{-15}{5}\text{A} = -3\text{A}$$

各支路电流分别为i_1=1A, i_2=-3A, i_3=i_1-i_2=4A。

例2－13　用网孔分析法求图2－23电路各支路电流。

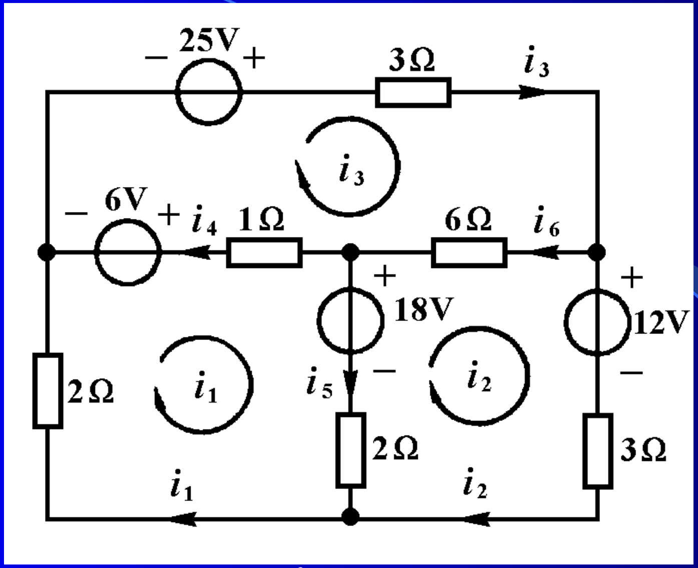


图2－23

解：选定各网孔电流的参考方向，如图所示。

用观察法列出网孔方程：

$$(2\Omega+1\Omega+2\Omega)i_1-(2\Omega)i_2-(1\Omega)i_3=6\text{V}-18\text{V}$$

$$-(2\Omega)i_1+(2\Omega+6\Omega+3\Omega)i_2-(6\Omega)i_3=18\text{V}-12\text{V}$$

$$-(1\Omega)i_1-(6\Omega)i_2+(3\Omega+6\Omega+1\Omega)i_3=25\text{V}-6\text{V}$$

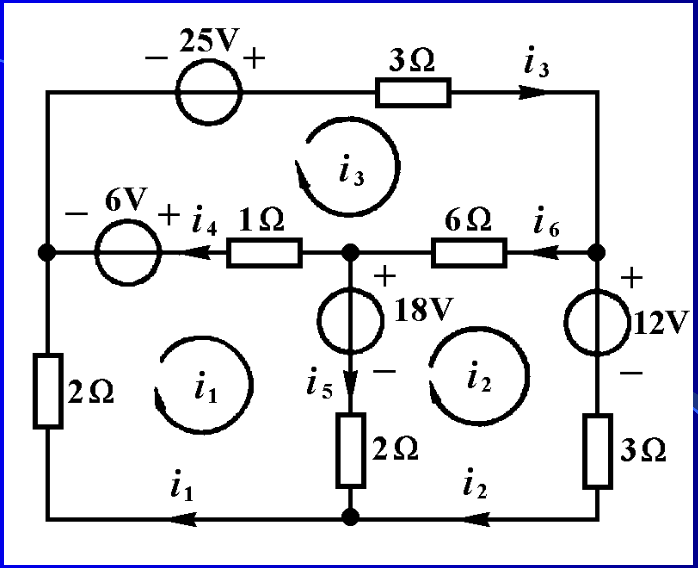


图2－23

整理为

$$5i_1 - 2i_2 - i_3 = -12\text{A}$$
$$-2i_1 + 11i_2 - 6i_3 = 6\text{A}$$
$$-i_1 - 6i_2 + 10i_3 = 19\text{A}$$

解得:

$$i_1 = -1\text{A} \quad i_2 = 2\text{A} \quad i_3 = 3\text{A}$$
$$i_4 = i_3 - i_1 = 4\text{A} \quad i_5 = i_1 - i_2 = -3\text{A} \quad i_6 = i_3 - i_2 = 1\text{A}$$

四、含独立电流源电路的网孔方程

当电路中含有独立电流源时，不能用式(2－25)来建立含电流源网孔的网孔方程。若有电阻与电流源并联单口，则可先等效变换为电压源和电阻串联单口，将电路变为仅由电压源和电阻构成的电路，再用式(2－25)建立网孔方程。

若电路中的电流源没有电阻与之并联，则应增加电流源电压作变量来建立这些网孔的网孔方程。此时，由于增加了电压变量，需补充电流源电流与网孔电流关系的方程。

$$\left.\begin{aligned}
&R_{11}i_1 + R_{12}i_2 + \ldots + R_{1m}i_m = u_{S11} \\
&R_{21}i_1 + R_{22}i_2 + \ldots + R_{2m}i_m = u_{S22} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&R_{m1}i_1 + R_{m2}i_2 + \ldots + R_{mm}i_m = u_{Smm}
\end{aligned}\right\}(2-25)$$

综上所述，对于由独立电压源，独立电流源和电阻构成的电路来说，其网孔方程的一般形式应改为以下形式

$$\left.\begin{aligned}
&R_{11}i_1 + R_{12}i_2 + \ldots + R_{1m}i_m + \underline{\boldsymbol{u}_{iS11}} = u_{S11} \\
&R_{21}i_1 + R_{22}i_2 + \ldots + R_{2m}i_m \underline{+ \boldsymbol{u}_{iS22}} = u_{S22} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&R_{m1}i_1 + R_{m2}i_2 + \ldots + R_{mm}i_m \underline{+ \boldsymbol{u}_{iSmm}} = u_{Smm}
\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} &R_{11}i_1 + R_{12}i_2 + \ldots + R_{1m}i_m \underline{+\boldsymbol{u}_{iS11}} = u_{S11} \\ &R_{21}i_1 + R_{22}i_2 + \ldots + R_{2m}i_m \underline{+\boldsymbol{u}_{iS22}} = u_{S22} \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ &R_{m1}i_1 + R_{m2}i_2 + \ldots + R_{mm}i_m \underline{+\boldsymbol{u}_{iSmm}} = u_{Smm} \end{aligned}\right\}$$

其中u_{iskk}**表示第k个网孔的全部电流源电压的代数和**，其电压的参考方向与该网孔电流参考方向相同的取正号，相反则取负号。由于变量的增加，需要补充这些电流源(i_{SK})与相关网孔电流(i_i, i_j) 关系的方程，其一般形式为

$$\boxed{i_{Sk} = \pm i_i \pm i_j}$$

其中，当电流源(i_{SK})参考方向与网孔电流参考方向(i_i或i_j)相同时取正号，相反则取负号。

例2－14 用网孔分析法求图2－24电路的支路电流。

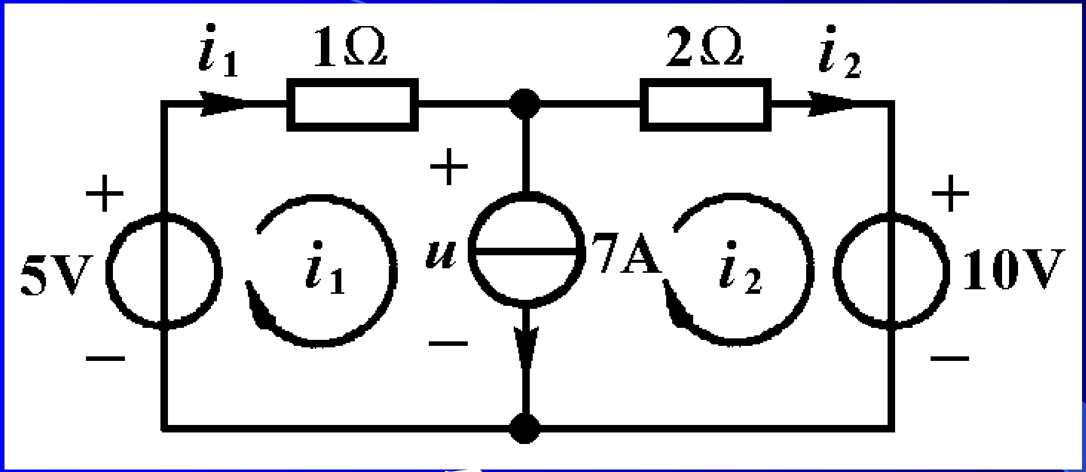


图2－24

解：设电流源电压为u，考虑了电压u的网孔方程为：

$$(1\Omega)i_1 + u = 5\text{V}$$

$$(2\Omega)i_2 - u = -10\text{V}$$

补充方程 $i_1 - i_2 = 7\text{A}$

$$i_1 + 2i_2 = -5\text{A}$$

$$i_1 - i_2 = 7\text{A}$$

求解以上方程得到：

$$i_1 = 3\text{A} \qquad i_2 = -4\text{A} \qquad u = 2\text{V}$$

例2－15 用网孔分析法求解图2－25电路的网孔电流。

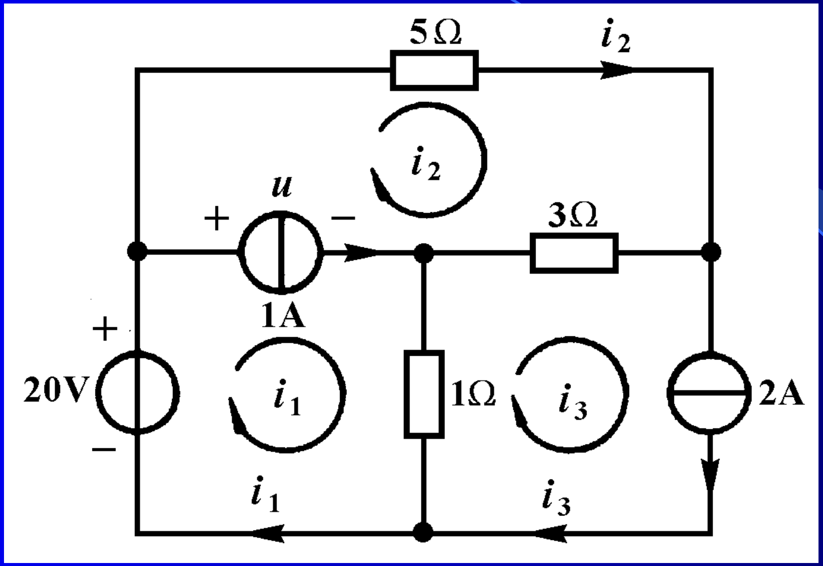


图2－25

解：当电流源出现在电路外围边界上时，该网孔电流等于电流源电流，成为已知量，此例中为i_3=2A。此时不必列出此网孔的网孔方程。

只需计入1A电流源电压u，列出两个网孔方程和一个补充方程:

$$(1\Omega)i_1-(1\Omega)i_3+u=20\text{V}$$
$$(5\Omega+3\Omega)i_2-(3\Omega)i_3-u=0$$
$$i_1-i_2=1\text{A}$$

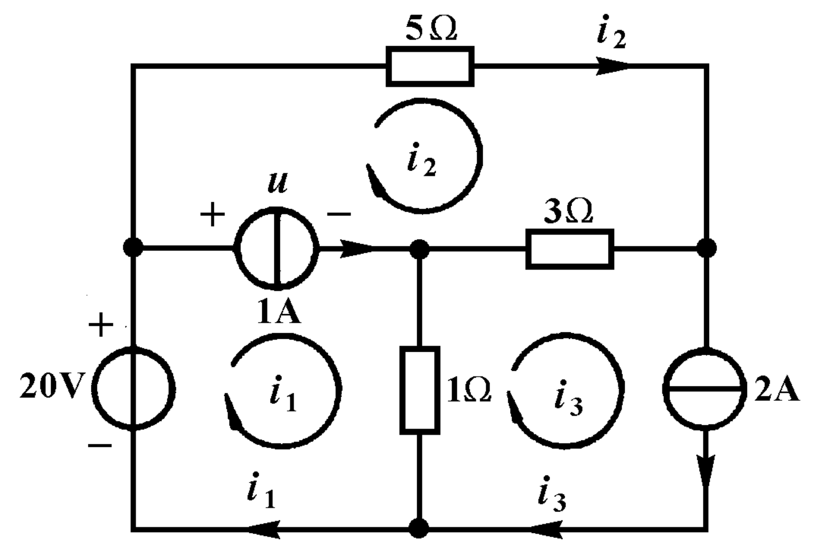


图2－25

代入i_3=2A，整理后得到:

$$i_1+8i_2=28\text{A}$$
$$i_1-i_2=1\text{A}$$

解得i_1=4A, i_2=3A和i_3=2A。

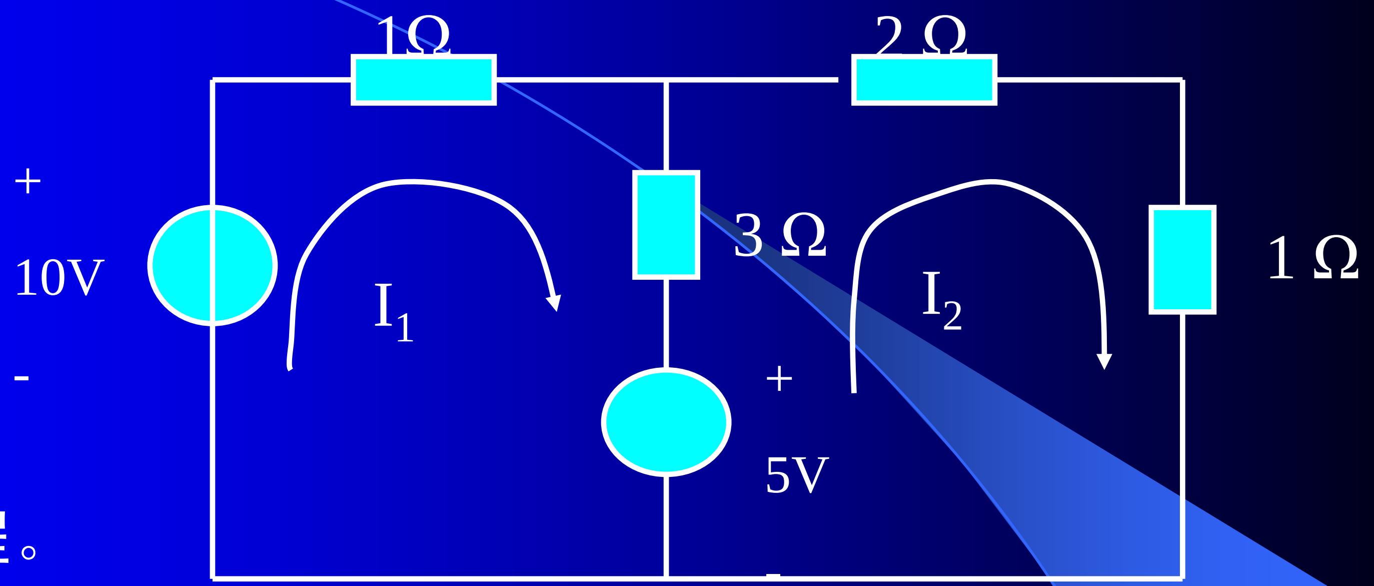
观察电路图的方法列出各网孔方程。

（a）R_{11}、R_{22}、$R_{33...}$对角线的元数，自电阻，该网孔所有电阻之和。

（b）R_{12}、等非对角线上元数，互电阻，为两个网孔共有电阻取负号。

（c）u_{s11}、等方程右端元数，该网孔所有电压源代数和，电压升，取正，否则，取负。

例：如图所示，求各网孔电流。



解：

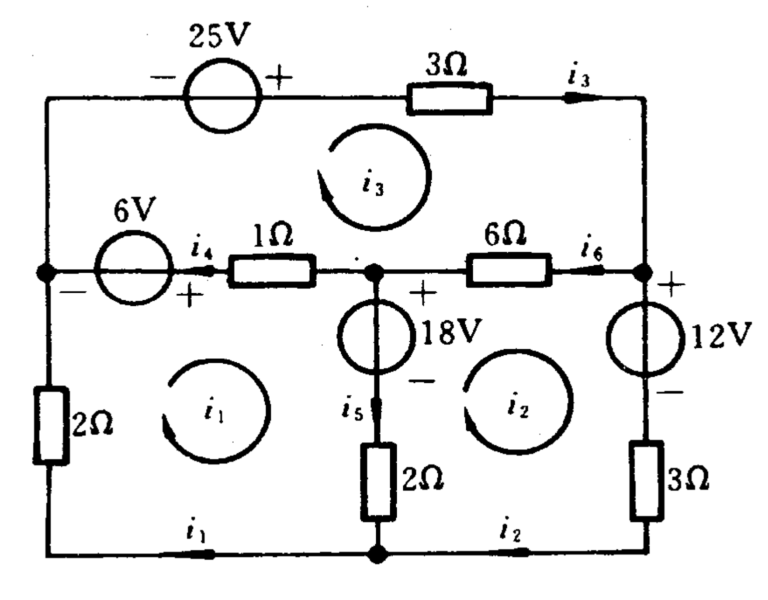
按规则列写方程。

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 6 \end{vmatrix}} = \frac{30-(15)}{24-9} = \frac{45}{15} = 3(\mathrm{A})$$

$$I_2 = \frac{7}{3}(\mathrm{A})$$

例：用网孔分析法求图电路各支路电流。



解:选定各网孔电流参考方向，如图所示。用观察法列出网孔方方程整理为：

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & -1 \\ -2 & 11 & -6 \\ -1 & -6 & 10 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -12 \\ 6 \\ 19 \end{pmatrix}$$

求解得到：

$$i_1 = -1\text{A}$$
$$i_2 = 2\text{A}$$
$$i_3 = 3\text{A}$$
$$i_4 = i_3 - i_1 = 4\text{A}$$
$$i_5 = i_1 - i_2 = -3\text{A}$$
$$i_6 = i_3 - i_2 = 1\text{A}$$

五、回路分析法

与网孔分析法相似，也可用$(b-n+1)$个独立回路电流作变量，来建立回路方程。由于回路电流的选择有较大灵活性，当电路存在m个电流源时，若能选择每个电流源电流作为一个回路电流，就可以少列写m个回路方程。网孔分析法只适用平面电路，而回路分析法却是普遍适用的方法。

例2－16 用回路分析法重解图2－25电路。

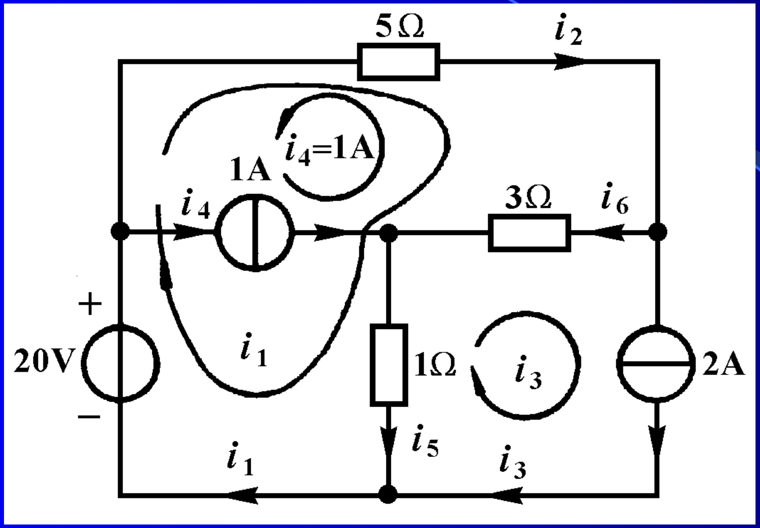


图2－26

解：为了减少联立方程数目，选择回路电流的原则是：

每个电流源支路只流过一个回路电流。

若选择图2－26所示的三个回路电流i_1, i_3和i_4，则i_3=2A, i_4=1A成为已知量。

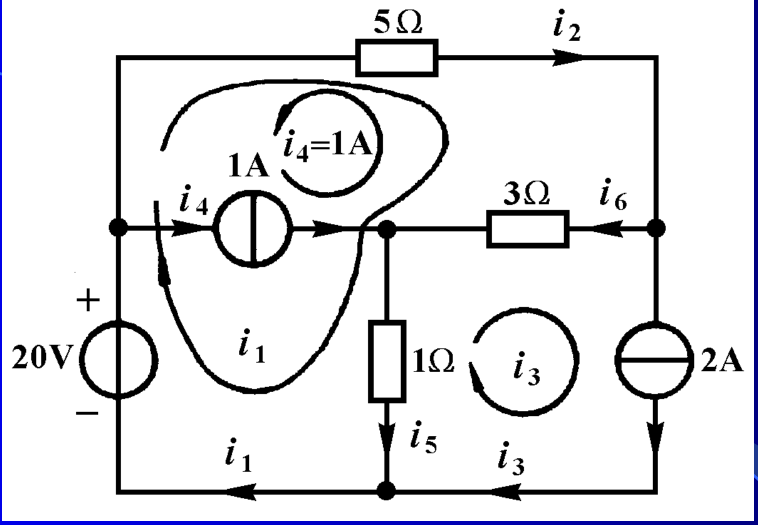


图2－26

只需列出i_1回路的方程

$$(5\Omega+3\Omega+1\Omega)i_1-(1\Omega+3\Omega)i_3-(5\Omega+3\Omega)i_4=20\text{V}$$

代入i_3=2A, i_4=1A解得:

$$i_1=\frac{20\text{V}+8\text{V}+8\text{V}}{5\Omega+3\Omega+1\Omega}=4\text{A} \qquad i_2=i_1-i_4=3\text{A}$$

$$i_5=i_1-i_3=2\text{A} \qquad i_6=i_1-i_3-i_4=1\text{A}$$

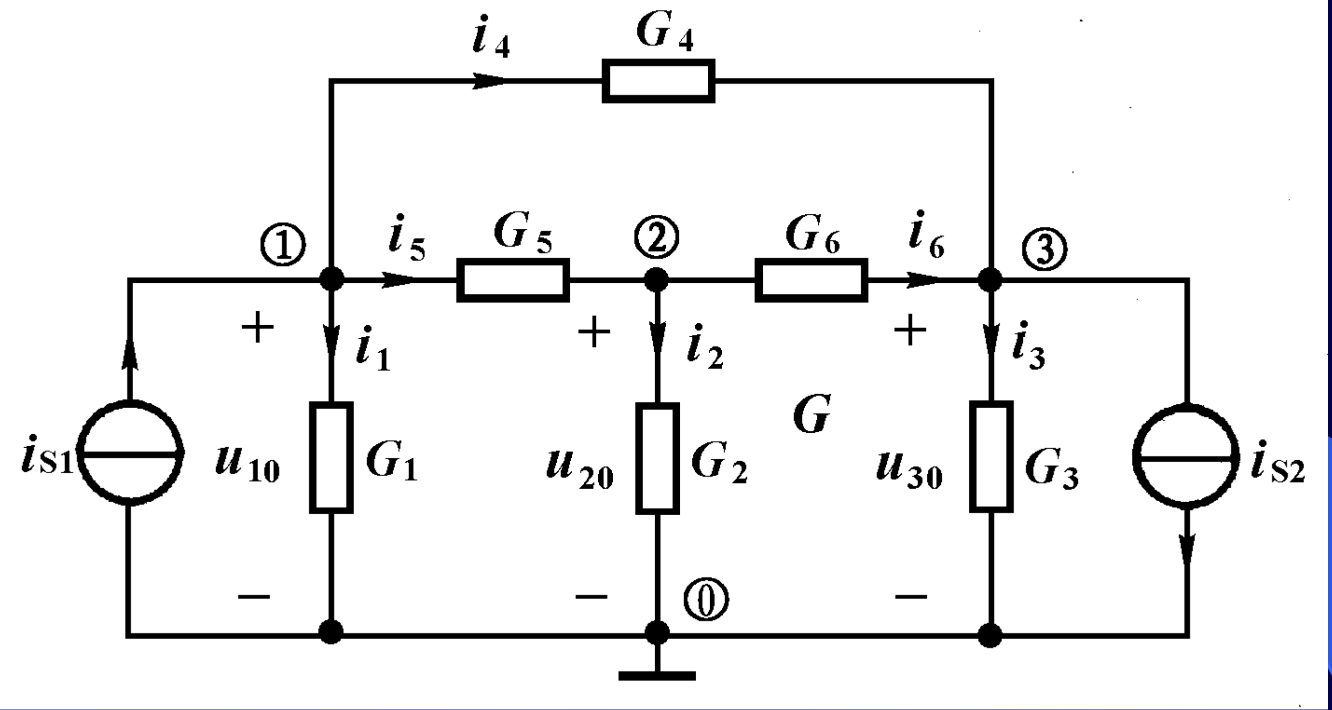
§2－4 结点分析法

与用独立电流变量来建立电路方程相类似，也可用独立电压变量来建立电路方程。在全部支路电压中，只有一部分电压是独立电压变量，另一部分电压则可由这些独立电压根据KVL方程来确定。若用独立电压变量来建立电路方程，也可使电路方程数目减少。对于具有*n*个结点的连通电路来说，它的(*n*-1)个结点对第*n*个结点的电压，就是一组独立电压变量。用这些结点电压作变量建立的电路方程，称为结点方程。这样，只需求解(*n*-1)个结点方程，就可得到全部结点电压，然后根据KVL方程可求出各支路电压，根据VCR方程可求得各支路电流。

一、结点电压

在具有*n*个结点的连通电路(模型)中，可以选其中一个结点作为基准，其余(*n*-1)个结点相对基准结点的电压，称为结点电压。将基准结点作为电位参考点或零电位点，各结点电压就等于各结点电位。这些结点电压不能构成一个闭合路径，不能组成KVL方程，不受 KVL约束，是一组独立的电压变量。由于任一支路电压是其两端结点电位之差或结点电压之差，由此可求得全部支路电压。

例如图示电路各支路电压可表示为:



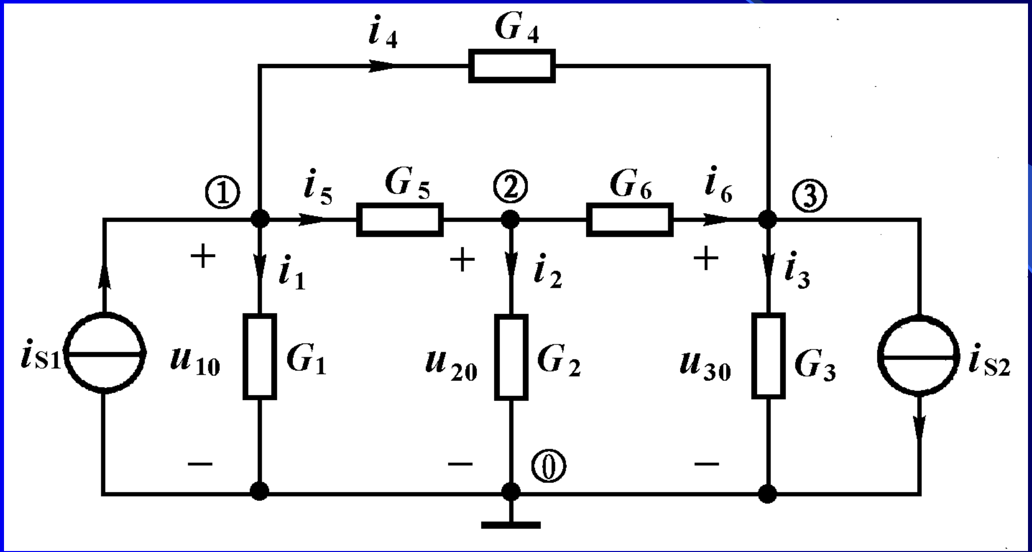
$$u_1 = u_{10} = v_1 \qquad u_4 = u_{10} - u_{30} = v_1 - v_3$$

$$u_2 = u_{20} = v_2 \qquad u_5 = u_{10} - u_{20} = v_1 - v_2$$

$$u_3 = u_{30} = v_3 \qquad u_6 = u_{20} - u_{30} = v_2 - v_3$$

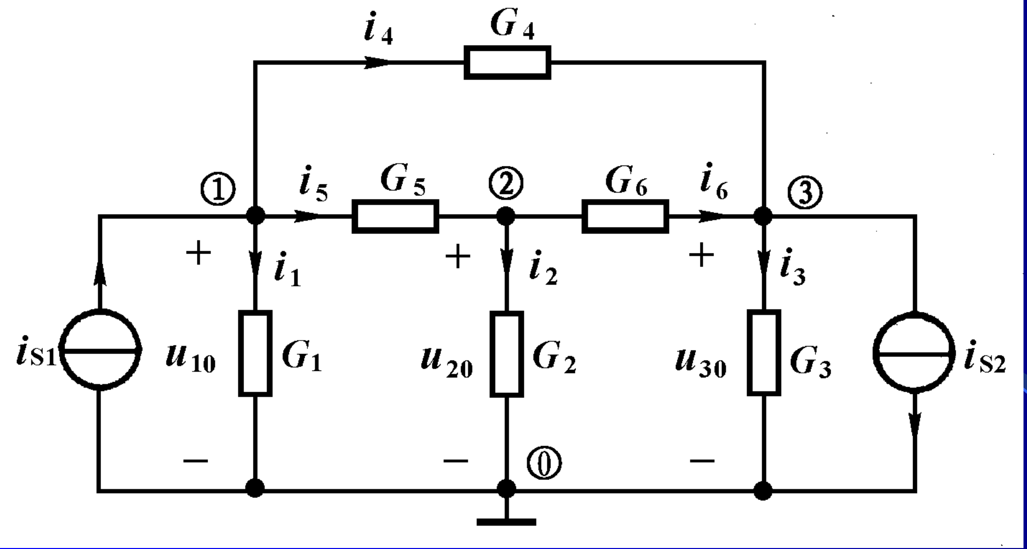
二、结点方程

下面以图示电路为例说明如何建立结点方程。



对电路的三个独立结点列出KCL方程:

$$\left.\begin{aligned} i_1 + i_4 + i_5 &= i_{S1} \\ i_2 - i_5 + i_6 &= 0 \\ i_3 - i_4 - i_6 &= -i_{S2} \end{aligned}\right\}$$



$$\left.\begin{aligned} i_1 + i_4 + i_5 &= i_{S1} \\ i_2 - i_5 + i_6 &= 0 \\ i_3 - i_4 - i_6 &= -i_{S2} \end{aligned}\right\}$$

列出用结点电压表示的电阻 VCR方程:

$$i_1 = G_1 v_1 \quad i_2 = G_2 v_2 \quad i_3 = G_3 v_3$$

$$i_4 = G_4(v_1 - v_3) \quad i_5 = G_5(v_1 - v_2) \quad i_6 = G_6(v_2 - v_3)$$

代入KCL方程中，经过整理后得到:

$$\left.\begin{aligned} &(G_1 + G_4 + G_5)v_1 - G_5 v_2 - G_4 v_3 = i_{S1} \\ &-G_5 v_1 + (G_2 + G_5 + G_6)v_2 - G_6 v_3 = 0 \\ &-G_4 v_1 - G_6 v_2 + (G_3 + G_4 + G_6)v_3 = -i_{S2} \end{aligned}\right\} \text{节点方程}$$

写成一般形式

$$\left.\begin{aligned} G_{11}v_1 + G_{12}v_2 + G_{13}v_3 &= i_{S11} \\ G_{21}v_1 + G_{22}v_2 + G_{23}v_3 &= i_{S22} \\ G_{31}v_1 + G_{32}v_2 + G_{33}v_3 &= i_{S33} \end{aligned}\right\} \qquad (2-29)$$

其中G_{11}、G_{22}、G_{33}称为**结点自电导**，它们分别是各结点全部电导的总和。

此例中$G_{11}= G_1+ G_4+ G_5$,

$G_{22}= G_2 + G_5+ G_6$,

$G_{33}= G_3+ G_4+ G_6$。

$$\left.\begin{aligned} G_{11}v_1 + G_{12}v_2 + G_{13}v_3 &= i_{S11} \\ G_{21}v_1 + G_{22}v_2 + G_{23}v_3 &= i_{S22} \\ G_{31}v_1 + G_{32}v_2 + G_{33}v_3 &= i_{S33} \end{aligned}\right\} \qquad (2-29)$$

$G_{ij}(i \neq j)$称为**结点i和j的互电导**,是结点i和j间电导总和的负值，此例中$G_{12}= G_{21}=-G_5$, $G_{13}= G_{31}=-G_4$, $G_{23}= G_{32}=- G_6$。

i_{S11}、i_{S22}、i_{S33}是流入该结点全部电流源电流的代数和。此例中$i_{S11}=i_{S1}$,$i_{S22}=0$,$i_{S33}=-i_{S3}$。

从上可见，由独立电流源和线性电阻构成电路的结点方程，其系数很有规律，可以用观察电路图的方法直接写出结点方程。

从上可见，由独立电流源和线性电阻构成电路的结点方程，其系数很有规律，可以用观察电路图的方法直接写出结点方程。

由独立电流源和线性电阻构成的具有***n***个结点的连通电路，其结点方程的一般形式为：

$$
\left.\begin{array}{l}
G_{11}v_1 + G_{12}v_2 + \ldots + G_{1(n-1)}v_{n-1} = i_{S11} \\
G_{21}v_1 + G_{22}v_2 + \ldots + G_{2(n-1)}v_{n-1} = i_{S22} \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
G_{(n-1)1}v_1 + G_{(n-1)2}v_2 + \cdots + G_{(n-1)(n-1)}v_{n-1} = i_{S(n-1((n-1)}
\end{array}\right\}(2-30)
$$

三、结点分析法计算举例

结点分析法的计算步骤如下：

1. 指定连通电路中任一结点为参考结点，用接地符号表示。标出各结点电压，其参考方向总是独立结点为“ + ”，参考结点为“ – ”。

2. 用观察法列出(n-1)个结点方程。

3. 求解结点方程，得到各结点电压。

4. 选定支路电流和支路电压的参考方向，计算各支路电流和支路电压。

例2－17 用结点分析法求图2-28电路中各电阻支路电流。

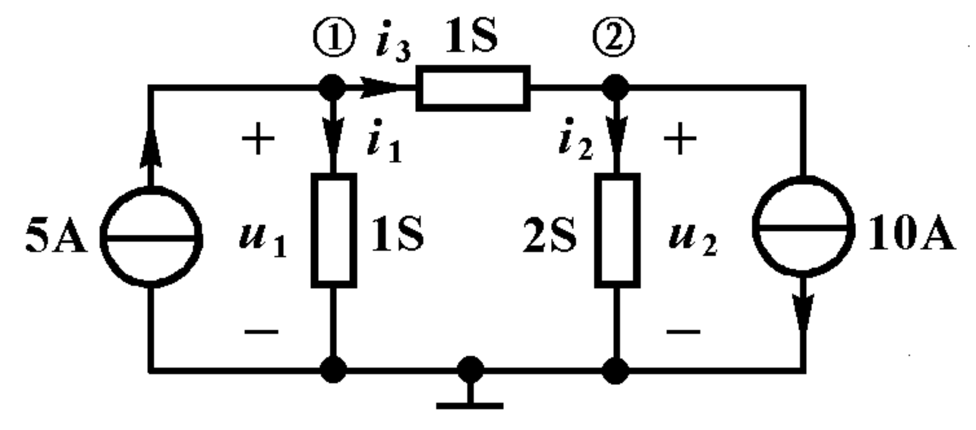


图2－28

解：用接地符号标出参考结点，标出两个结点电压u_1和u_2的参考方向，如图所示。用观察法列出结点方程：

$$\begin{cases} (1\text{S}+1\text{S})u_1-(1\text{S})u_2=5\text{A} \\ -(1\text{S})u_1+(1\text{S}+2\text{S})u_2=-10\text{A} \end{cases}$$

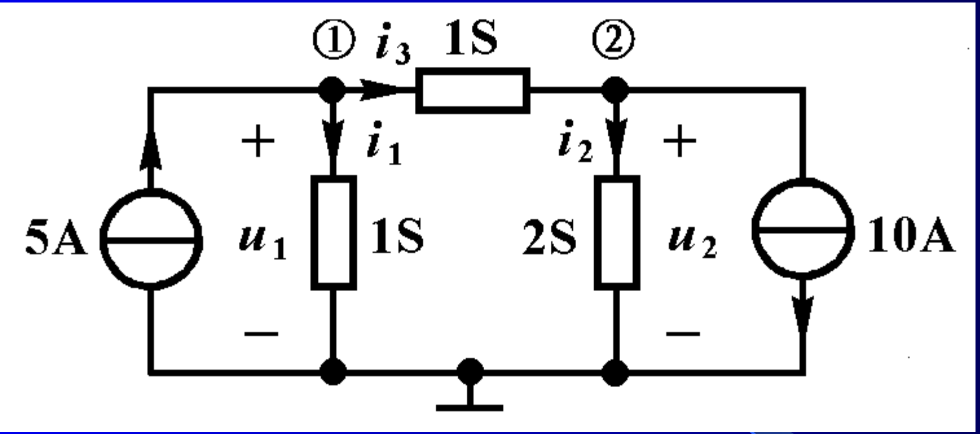


图2－28

整理得到:

$$\begin{cases} 2u_1 - u_2 = 5\text{V} \\ -u_1 + 3u_2 = -10\text{V} \end{cases}$$

解得各结点电压为:

$$u_1 = 1\text{V} \qquad u_2 = -3\text{V}$$

选定各电阻支路电流参考方向如图所示，可求得

$$i_1 = (1\text{S})u_1 = 1\text{A} \qquad i_2 = (2\text{S})u_2 = -6\text{A} \qquad i_3 = (1\text{S})(u_1 - u_2) = 4\text{A}$$

例2－18　用结点分析法求图2-29电路各支路电压。

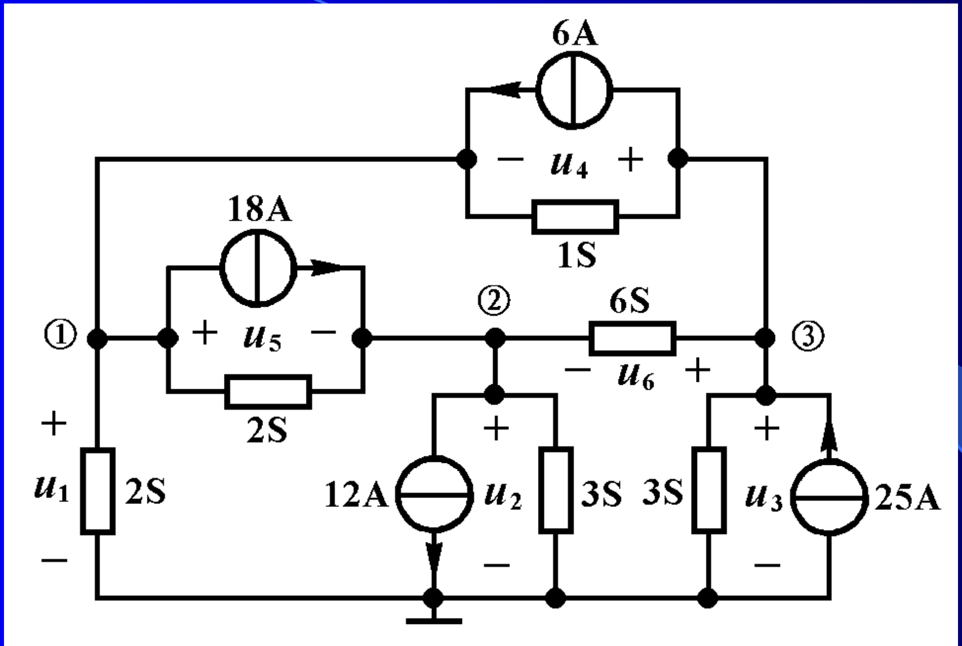


图2－29

解: 参考结点和结点电压如图所示。用观察法列出三个结点方程:

$$(2S+2S+1S)u_1-(2S)u_2-(1S)u_3=6A-18A$$
$$-(2S)u_1+(2S+3S+6S)u_2-(6S)u_3=18A-12A$$
$$-(1S)u_1-(6S)u_2+(1S+6S+3S)u_3=25A-6A$$

$$(2S+2S+1S)u_1-(2S)u_2-(1S)u_3=6A-18A$$
$$-(2S)u_1+(2S+3S+6S)u_2-(6S)u_3=18A-12A$$
$$-(1S)u_1-(6S)u_2+(1S+6S+3S)u_3=25A-6A$$

整理得到:

$$5u_1-2u_2-u_3=-12V$$
$$-2u_1+11u_2-6u_3=6V$$
$$-u_1-6u_2+10u_3=19V$$

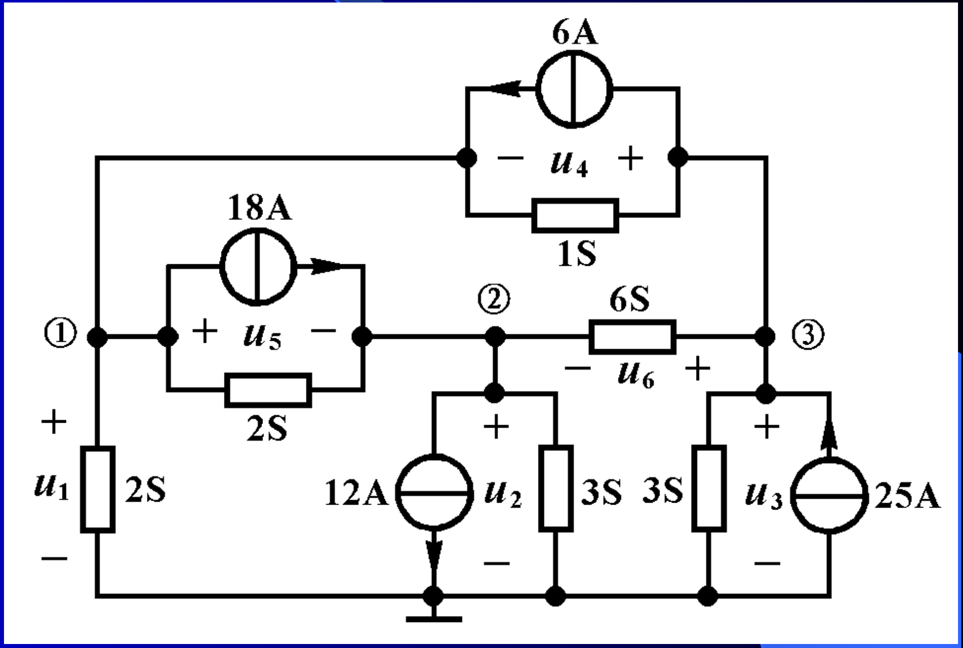


图2－29

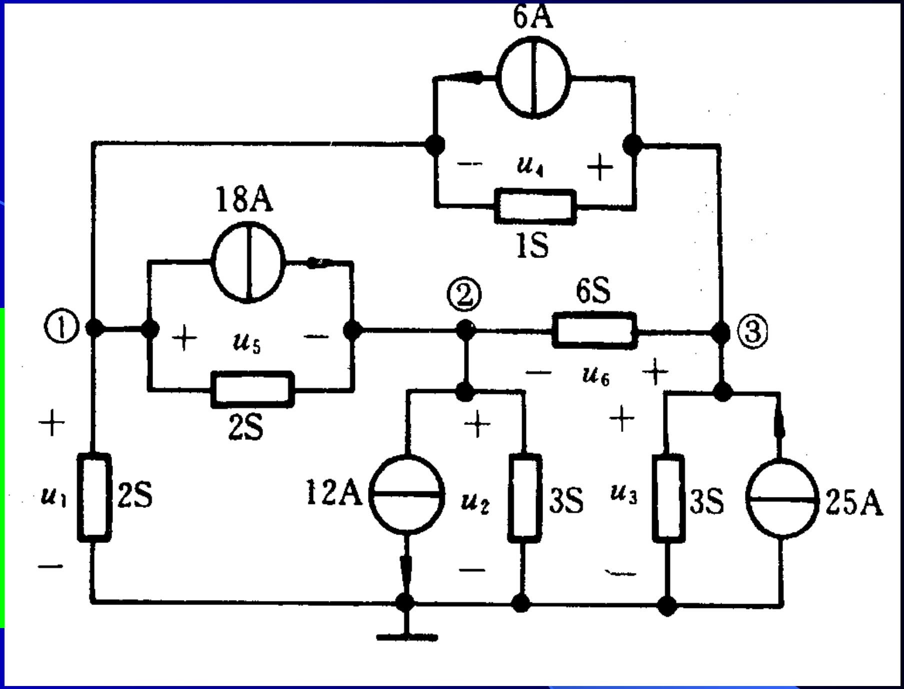
解得结点电压

$$u_1=-1V$$
$$u_2=2V$$
$$u_3=3V$$

求得另外三个支路电压为:

$$u_4=u_3-u_1=4V \quad u_5=u_1-u_2=-3V \quad u_6=u_3-u_2=1V$$

例：用结点分析法求图电路各支路电压。



解：列写方程：

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & -1 \\ -2 & 11 & -6 \\ -1 & -6 & 10 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 6 \\ 19 \end{pmatrix}$$

解得各结点电压为：

$$u_1 = -1\text{V}$$
$$u_2 = 2\text{V}$$
$$u_3 = 3\text{V}$$

求得另外三个支路电压为：

$$u_4 = u_3 - u_1 = 4\text{V}$$
$$u_5 = u_1 - u_2 = -3\text{V}$$
$$u_6 = u_3 - u_2 = 1\text{V}$$

四、含独立电压源电路的结点方程

当电路中存在独立电压源时，不能用式(2－30)建立含有电压源结点的方程，其原因是没有考虑电压源的电流。若有电阻与电压源串联单口，可以先等效变换为电流源与电阻并联单口后，再用式(2－30)建立结点方程。若没有电阻与电压源串联，则应增加电压源的电流变量来建立结点方程。此时，由于增加了电流变量，需补充电压源电压与结点电压关系的方程。

综上所述，由独立电压源，独立电流源和电阻构成的电路，其结点方程的一般形式应改为以下形式

$$\left.\begin{array}{l}G_{11}v_1+G_{12}v_2+\ldots+G_{1(n-1)}v_{n-1}+\underline{\boldsymbol{i}_{uS11}}=i_{S11}\\ G_{21}v_1+G_{22}v_2+\ldots+G_{2(n-1)}v_{n-1}+\underline{\boldsymbol{i}_{uS22}}=i_{S22}\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ G_{(n-1)1}v_1+G_{(n-1)2}v_2+\cdots+G_{(n-1)(n-1)}v_{n-1}+\underline{\boldsymbol{i}_{uS(n-1)(n-1)}}=i_{S(n-1)(n-1)}\end{array}\right\}$$

其中i_{uskk}是与第k个结点相连的全部电压源电流的代数和，其电流参考方向流出该结点的取正号，相反的取负号。

$$\left.\begin{aligned}
&G_{11}v_1+G_{12}v_2+\ldots+G_{1(n-1)}v_{n-1}+\underline{\boldsymbol{i}_{uS11}}=i_{S11}\\
&G_{21}v_1+G_{22}v_2+\ldots+G_{2(n-1)}v_{n-1}+\underline{\boldsymbol{i}_{uS22}}=i_{S22}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&G_{(n-1)1}v_1+G_{(n-1)2}v_2+\cdots+G_{(n-1)(n-1)}v_{n-1}+\underline{\boldsymbol{i}_{uS(n-1)(n-1)}}=i_{S(n-1)(n-1)}
\end{aligned}\right\}$$

由于变量的增加，需要补充这些电压源与相关结点电压关系的方程，其一般形式如下：

$$\boxed{u_{Sk}=v_i-v_j}$$

其中，v_i是连接到电压源参考极性“ + ”端的结点电压，v_j是连接到电压源参考极性“ − ”端的结点电压。

例2－19 用结点分析法求图2-30(a)电路的电压u和支路电流i_1，i_2。

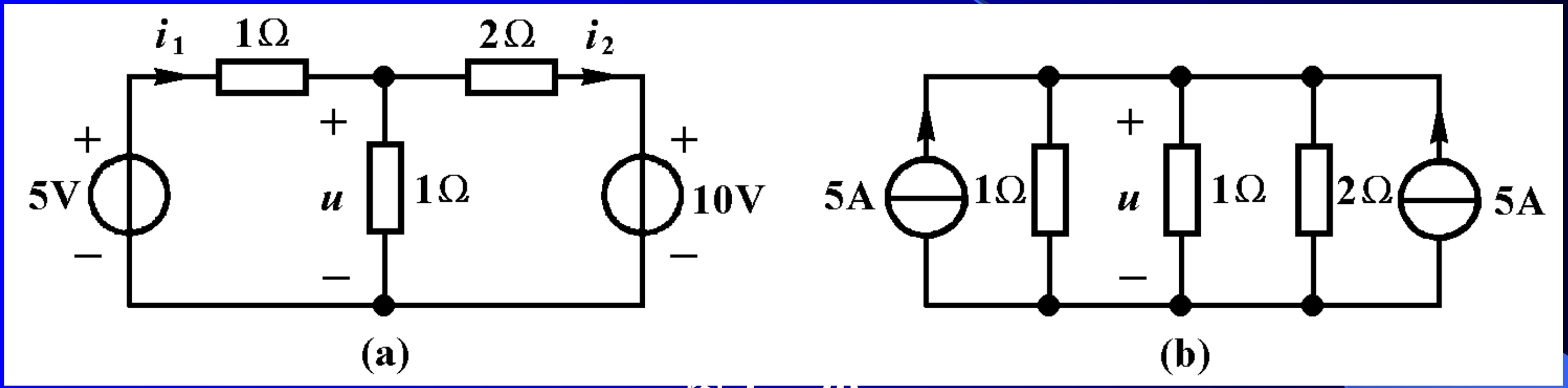


图2－30

解：先将电压源与电阻串联等效变换为电流源与电阻并联，如图(b)所示。对结点电压u来说，图(b)与图(a)等效。只需列出一个结点方程。

$$(1\text{S}+1\text{S}+0.5\text{S})u = 5\text{A}+5\text{A}$$

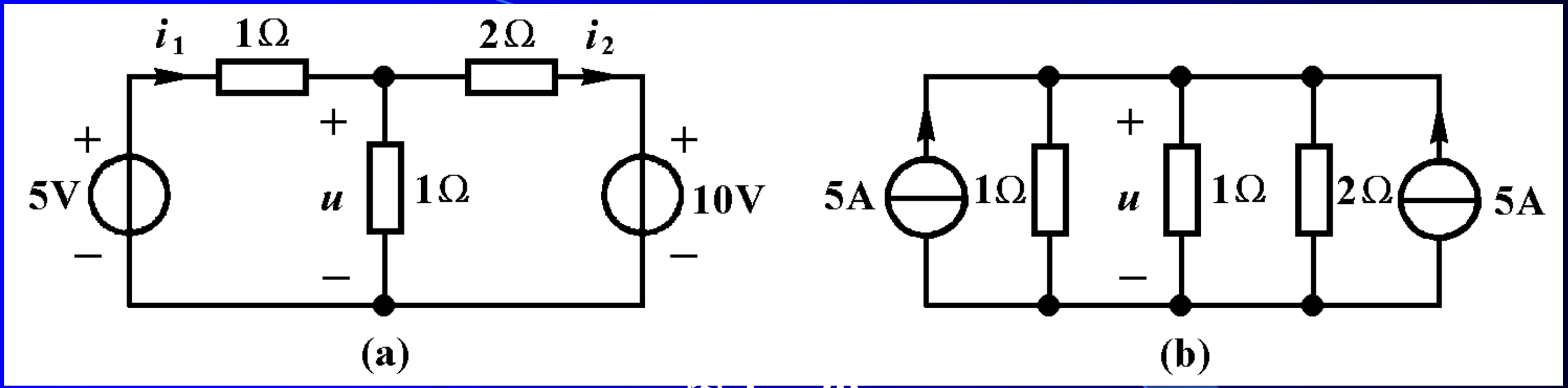


图2－30

$$(1S+1S+0.5S)u = 5A+5A$$

解得

$$u = \frac{10A}{2.5S} = 4V$$

按照图(a)电路可求得电流i_1和i_2

$$i_1 = \frac{5V-4V}{1\Omega} = 1A \qquad i_2 = \frac{4V-10V}{2\Omega} = -3A$$

例2－20 用结点分析法求图2-31示电路的结点电压。

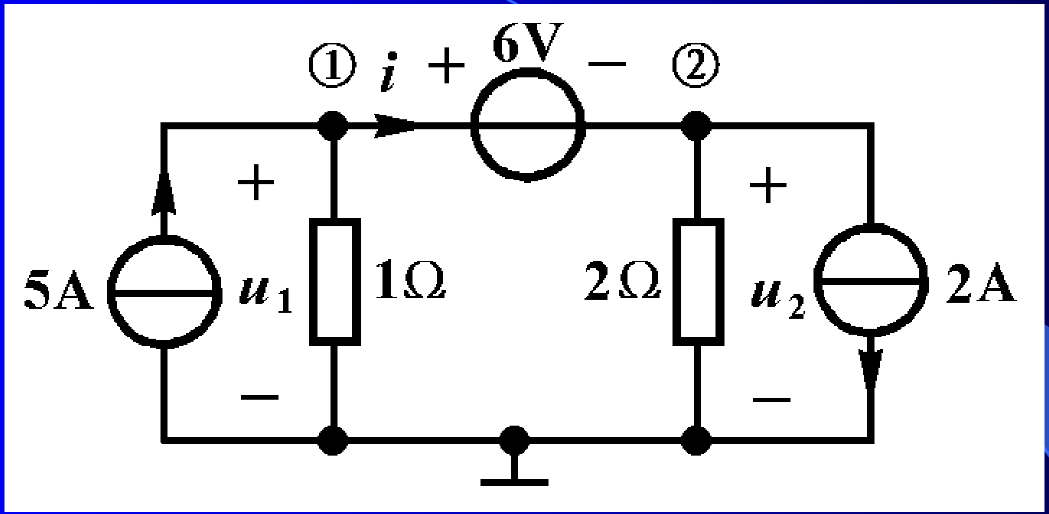


图2－31

解：选定6V电压源电流i的参考方向。计入电流变量I 列出两个结点方程：

$$(1\mathrm{S})u_1 + i = 5\mathrm{A}$$
$$(0.5\mathrm{S})u_2 - i = -2\mathrm{A}$$

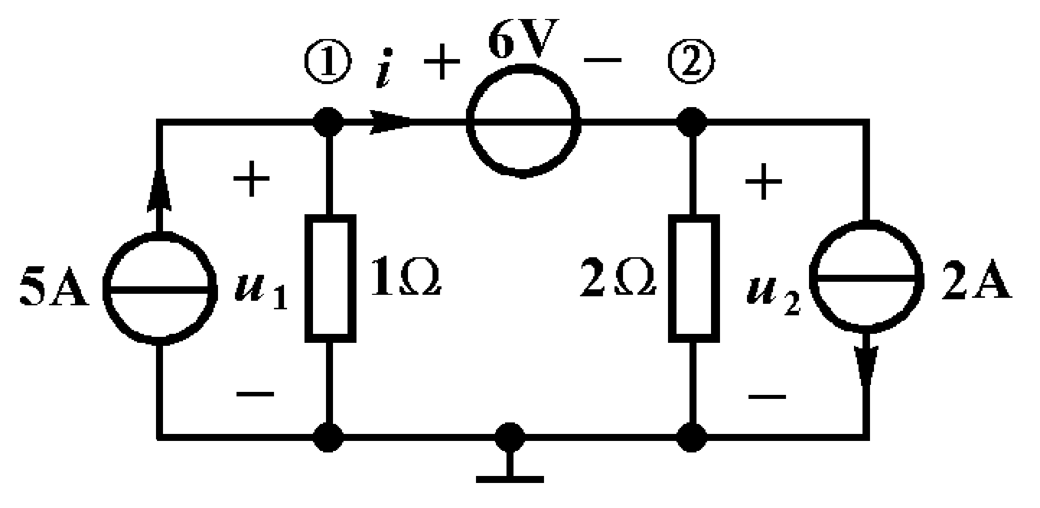


图2－31

$$(1\text{S})u_1 + i = 5\text{A}$$

$$(0.5\text{S})u_2 - i = -2\text{A}$$

补充方程

$$u_1 - u_2 = 6\text{V}$$

解得

$$u_1 = 4\text{V}, u_2 = -2\text{V}, i = 1\text{A}$$

这种增加电压源电流变量建立的一组电路方程，称为改进的结点方程(modified node equation)，它扩大了结点方程适用的范围，为很多计算机电路分析程序采用。

例2－21 用结点分析法求图2-32电路的结点电压。

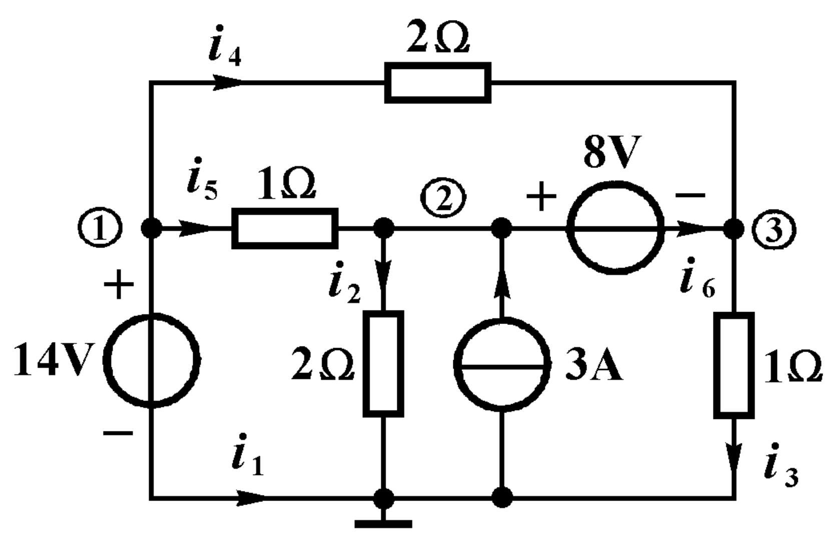


图2－32

解：由于14V电压源连接到结点①和参考结点之间，结点①的结点电压u_1=14V成为已知量，可以不列出结点①的结点方程。考虑到8V电压源电流i列出的两个结点方程为：

$$-(1\mathrm{S})u_1+(1\mathrm{S}+0.5\mathrm{S})u_2+i=3\mathrm{A}$$

$$-(0.5\mathrm{S})u_1+(1\mathrm{S}+0.5\mathrm{S})u_3-i=0$$

$$-(1\mathrm{S})u_1+(1\mathrm{S}+0.5\mathrm{S})u_2+i=3\mathrm{A}$$
$$-(0.5\mathrm{S})u_1+(1\mathrm{S}+0.5\mathrm{S})u_3-i=0$$

补充方程

$$u_2-u_3=8\mathrm{V}$$

代入u_1=14V，整理得到：

$$\begin{cases}1.5u_2+1.5u_3=24\mathrm{V}\\ u_2-u_3=8\mathrm{V}\end{cases}$$

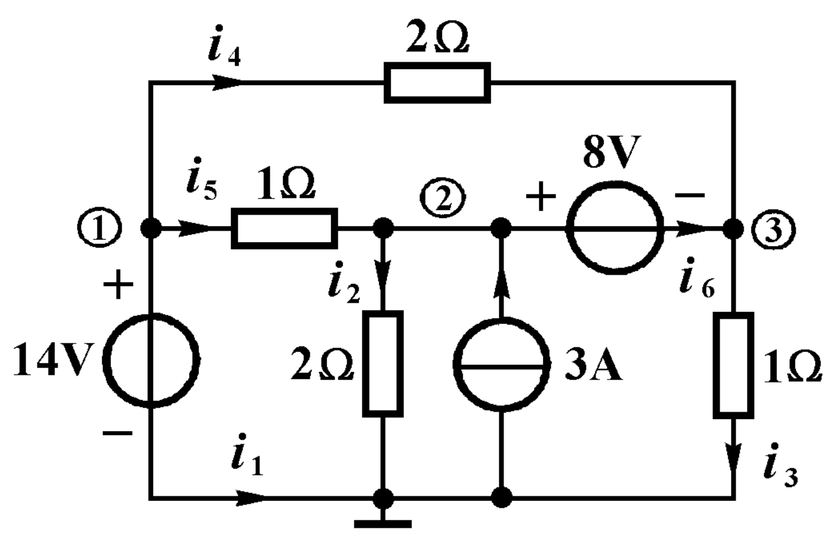


图2－32

解得：

$$u_2=12\mathrm{V}\quad u_3=4\mathrm{V}\quad i=-1\mathrm{A}$$

五、割集分析法

与结点分析法用n-1个结点电压作为变量来建立电路方程类似，也可以用n-1个独立支路电压作为变量来建立电路方程。由于选择支路电压有较大的灵活性，当电路存在m个独立电压源时，其电压是已知量，若能选择这些支路电压作为变量，就可以少列m个电路方程。

现在用图2－32电路为例加以说明。为了求得电压u_2，我们可以选择支路电压u_2和两个电压源电压作为变量，列出与图示封闭面相交的几条支路电流的KCL方程

$$i_4 + i_5 - i_2 - i_3 = -3\text{A}$$

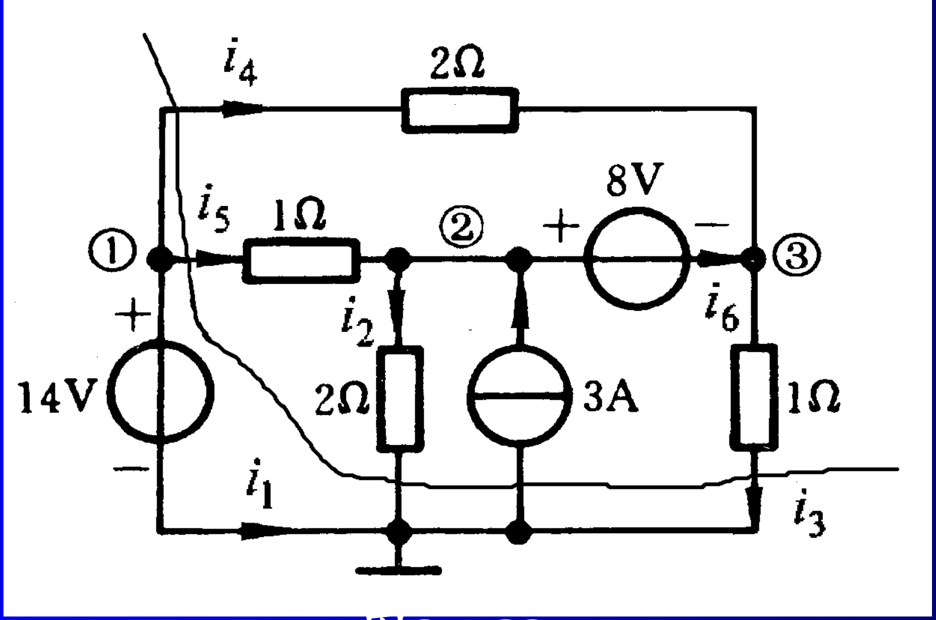


图2－32

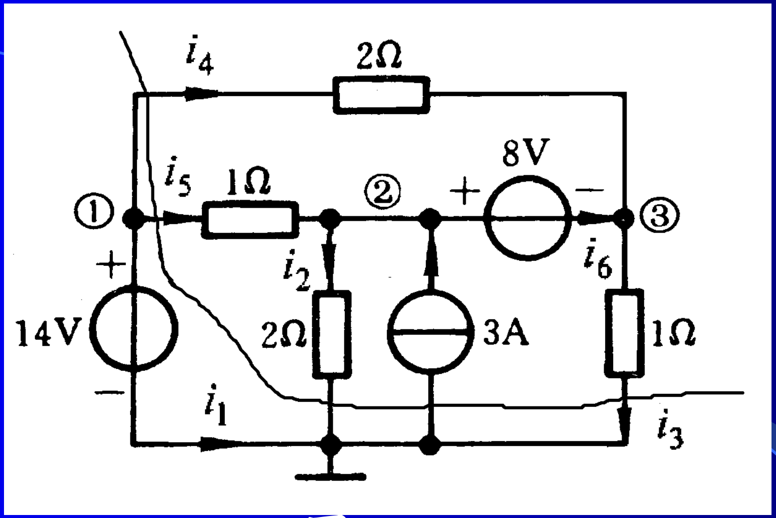


图2－32

$$i_4 = \frac{u_4}{2\Omega} = \frac{1}{2\Omega}(14\text{V} - u_2 + 8\text{V})$$

$$i_5 = \frac{u_5}{1\Omega} = \frac{1}{1\Omega}(14\text{V} - u_2)$$

$$i_3 = \frac{u_3}{1\Omega} = \frac{1}{1\Omega}(-8\text{V} + u_2)$$

$$\frac{1}{2\Omega}(14\text{V} - u_2 + 8\text{V}) + \frac{1}{1\Omega}(14\text{V} - u_2) - \frac{1}{2\Omega}u_2 - \frac{1}{1\Omega}(-8\text{V} + u_2) = -3\text{A}$$

求解方程得到　u_2=12V

§2-5 含受控源的电路分析

在电子电路中广泛使用各种晶体管、运算放大器等多端器件。这些多端器件的某些端钮的电压或电流受到另一些端钮电压或电流的控制。为了模拟多端器件各电压、电流间的这种耦合关系，需要定义一些多端电路元件(模型)。

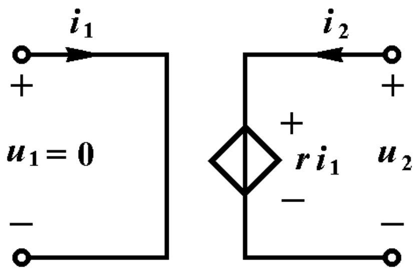
本节介绍的受控源是一种非常有用的电路元件，常用来模拟含晶体管、运算放大器等多端器件的电子电路。从事电子、通信类专业的工作人员，应掌握含受控源的电路分析。

一、受控源

受控源又称为非独立源。一般来说，一条支路的电压或电流受本支路以外的其它因素控制时统称为受控源。受控源由两条支路组成，其第一条支路是控制支路，呈开路或短路状态；第二条支路是受控支路，它是一个电压源或电流源，其电压或电流的量值受第一条支路电压或电流的控制。

受控源可以分成四种类型，分别称为电流控制的电压源(CCVS)，电压控制的电流源(VCCS)，电流控制的电流源(CCCS)和电压控制的电压源(VCVS),如下图所示。

每种受控源由两个线性代数方程来描述:

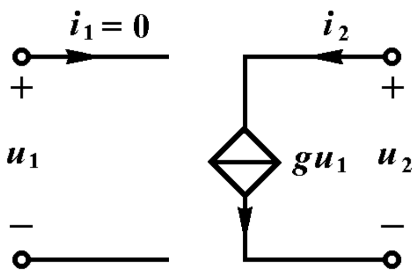


(a) CCVS

CCVS:

$$\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_2 = ri_1 \end{cases} \qquad (2-31)$$

r具有电阻量纲，称为转移电阻。

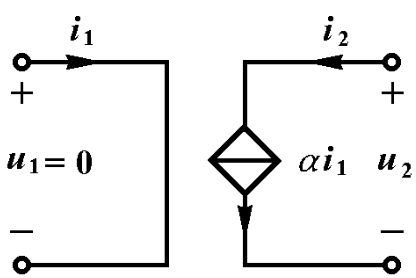


(b) VCCS

VCCS:

$$\begin{cases} i_1 = 0 \\ i_2 = gu_1 \end{cases} \qquad (2-32)$$

g具有电导量纲，称为转移电导。

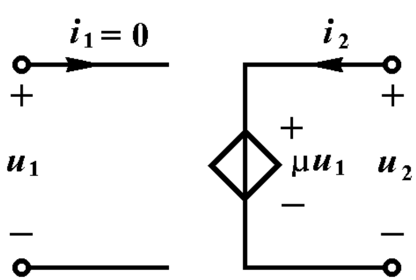


(c) CCCS

CCCS:

$$\begin{cases} u_1 = 0 \\ i_2 = \alpha\, i_1 \end{cases} \qquad (2-33)$$

α无量纲，称为转移电流比。

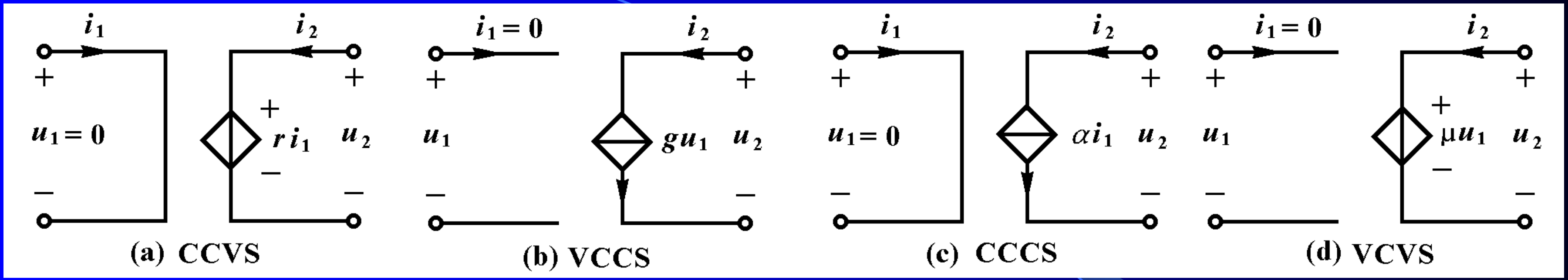


(d) VCVS

VCVS:

$$\begin{cases} i_1 = 0 \\ u_2 = \mu\, u_1 \end{cases} \qquad (2-34)$$

μ亦无量纲，称为转移电压比。



当受控源的控制系数r、g、α和μ为常量时，它们是时不变双口电阻元件。本书只研究线性时不变受控源，并采用菱形符号来表示受控源(不画出控制支路)，以便与独立电源相区别。

受控源与独立电源的特性完全不同，它们在电路中所起的作用也完全不同。

独立电源是电路的输入或激励，它为电路提供按给定时间函数变化的电压和电流，从而在电路中产生电压和电流。

受控源则描述电路中两条支路电压和电流间的一种约束关系，它的存在可以改变电路中的电压和电流，使电路特性发生变化。

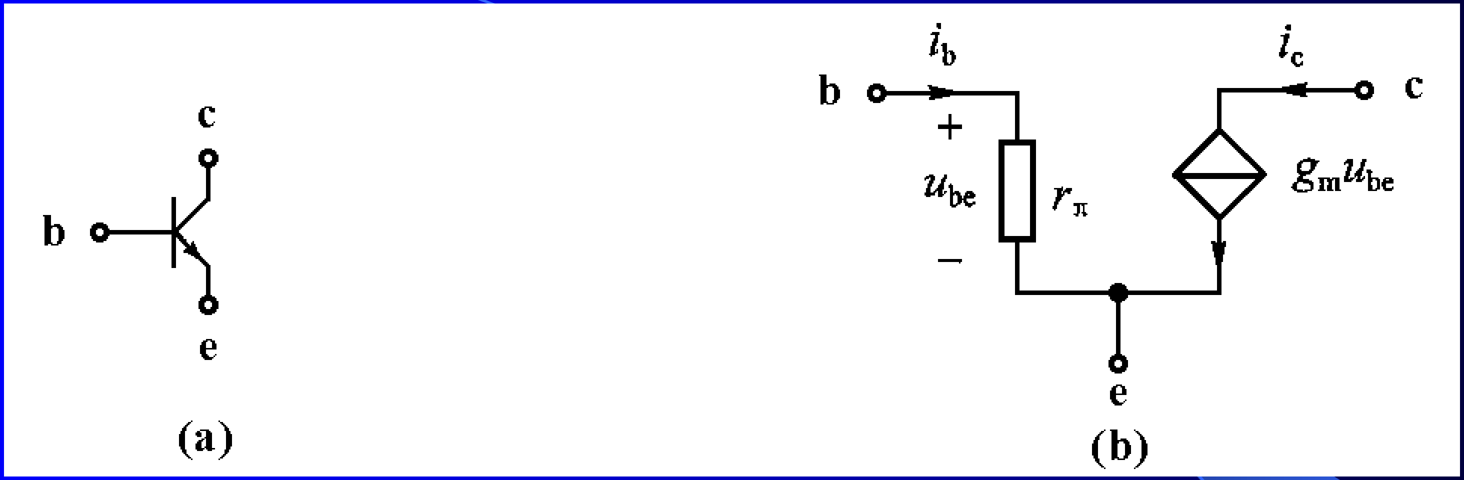


图2－34

图(a)所示的晶体管在一定条件下可以用图(b)所示的模型来表示。这个模型由一个受控源和一个电阻构成，这个受控源受与电阻并联的开路的控制，控制电压是u_{be}，受控源的控制系数是转移电导g_m。

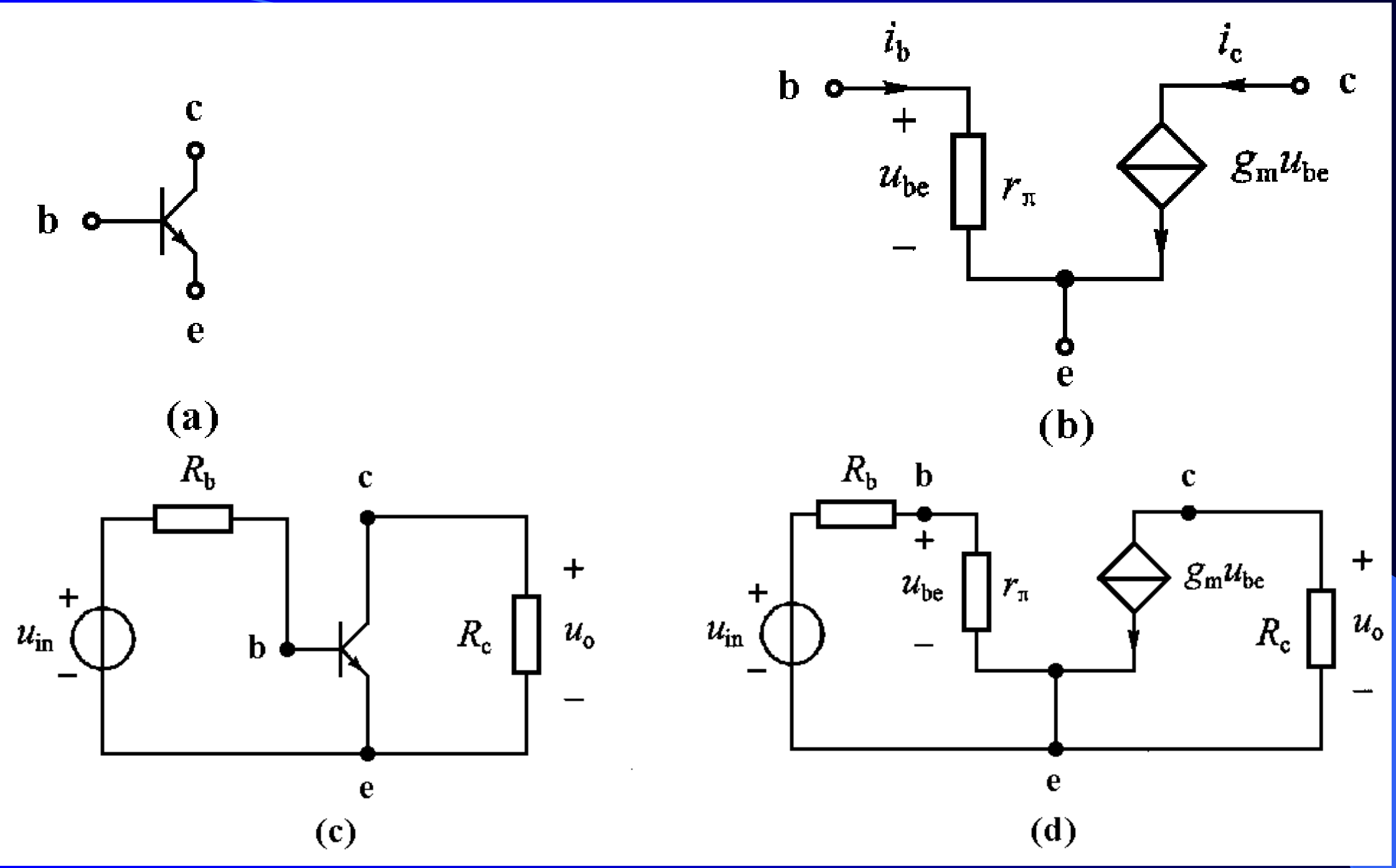


图2－34

图(d)表示用图(b)的晶体管模型代替图(c)电路中的晶体管所得到的一个电路模型。

二、含受控源单口网络的等效电路

在本章第一节中已指明，由若干线性二端电阻构成的电阻单口网络，就端口特性而言，可等效为一个线性二端电阻。

由线性二端电阻和线性受控源构成的电阻单口网络，就端口特性而言，也等效为一个线性二端电阻，其等效电阻值常用外加独立电源计算单口VCR方程的方法求得。现举例加以说明。

例2－22 求图2-35(a)所示单口网络的等效电阻。

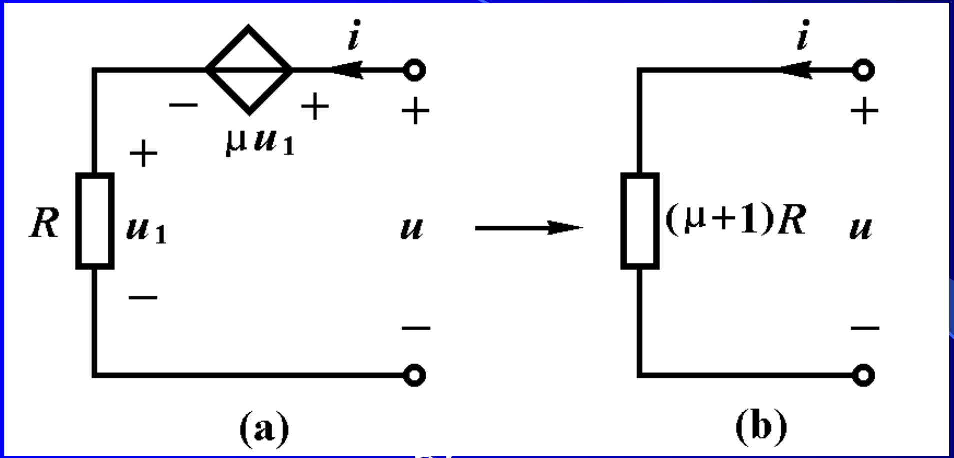


图2－35

解: 设想在端口外加电流源i，写出端口电压u的表达式

$$u = \mu u_1 + u_1 = (\mu + 1)u_1 = (\mu + 1)Ri = R_o i$$

求得单口的等效电阻

$$R_o = \frac{u}{i} = (\mu + 1)R$$

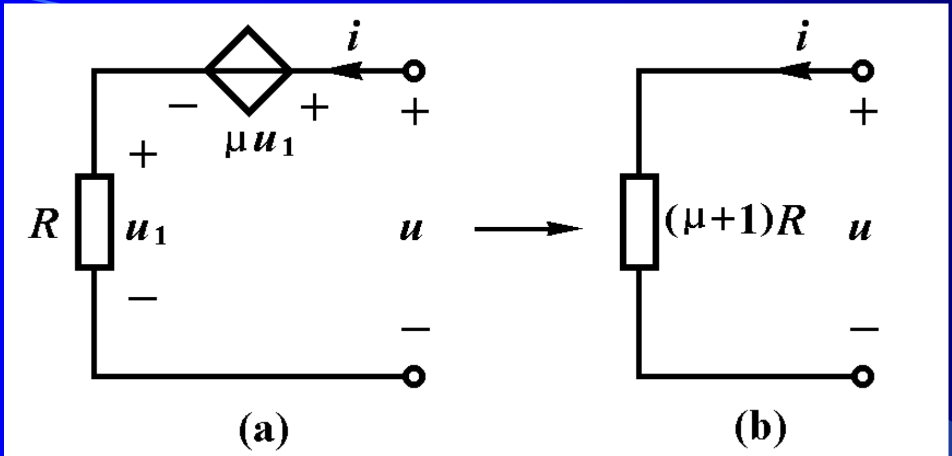


图2－35

求得单口的等效电阻

$$R_o = \frac{u}{i} = (\mu + 1)R$$

由于受控电压源的存在，使端口电压增加了$\mu u_1=\mu Ri$，导致单口等效电阻增大到$(\mu+1)$倍。若控制系数$\mu=-2$，则单口等效电阻$R_o=-R$，这表明该电路可将正电阻变换为一个负电阻。

例2－23 求图2-36(a)所示单口网络的等效电阻。

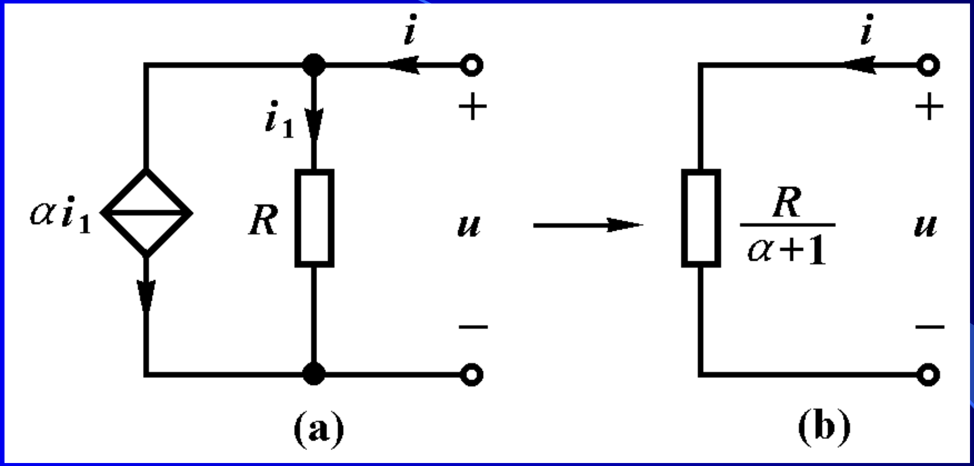


图2－36

解：设想在端口外加电压源u，写出端口电流i的表达式为

$$i = \alpha i_1 + i_1 = (\alpha + 1) i_1 = \frac{\alpha + 1}{R} u = G_o u$$

由此求得单口的等效电导为

$$G_o = \frac{i}{u} = (\alpha + 1) G$$

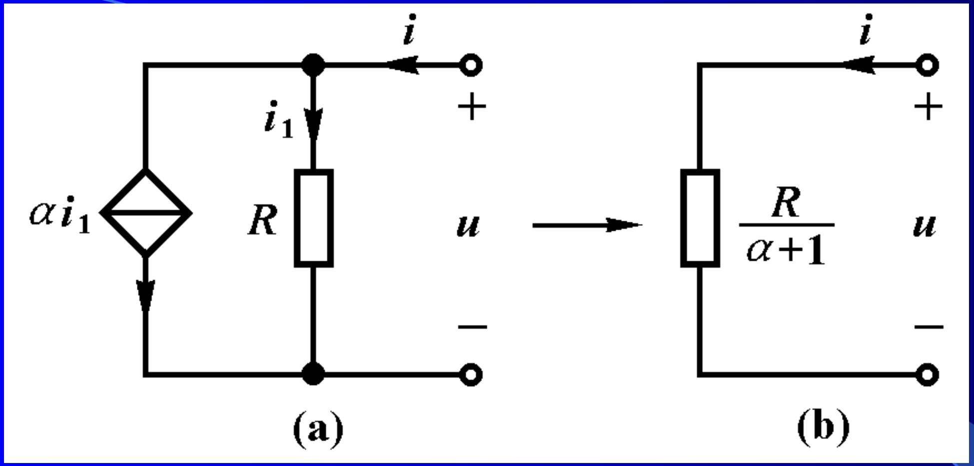


图2－36

由此求得单口的等效电导为

$$G_o = \frac{i}{u} = (\alpha + 1)G$$

该电路将电导G增大到原值的$(\alpha+1)$倍或将电阻$R=1/G$变小到原值的$1/(\alpha+1)$倍，若$\alpha=-2$，则$G_o=-G$ 或$R_o=-R$，这表明该电路也可将一个正电阻变换为负电阻。

由 端口特性

而言， 联单口，或

等效为

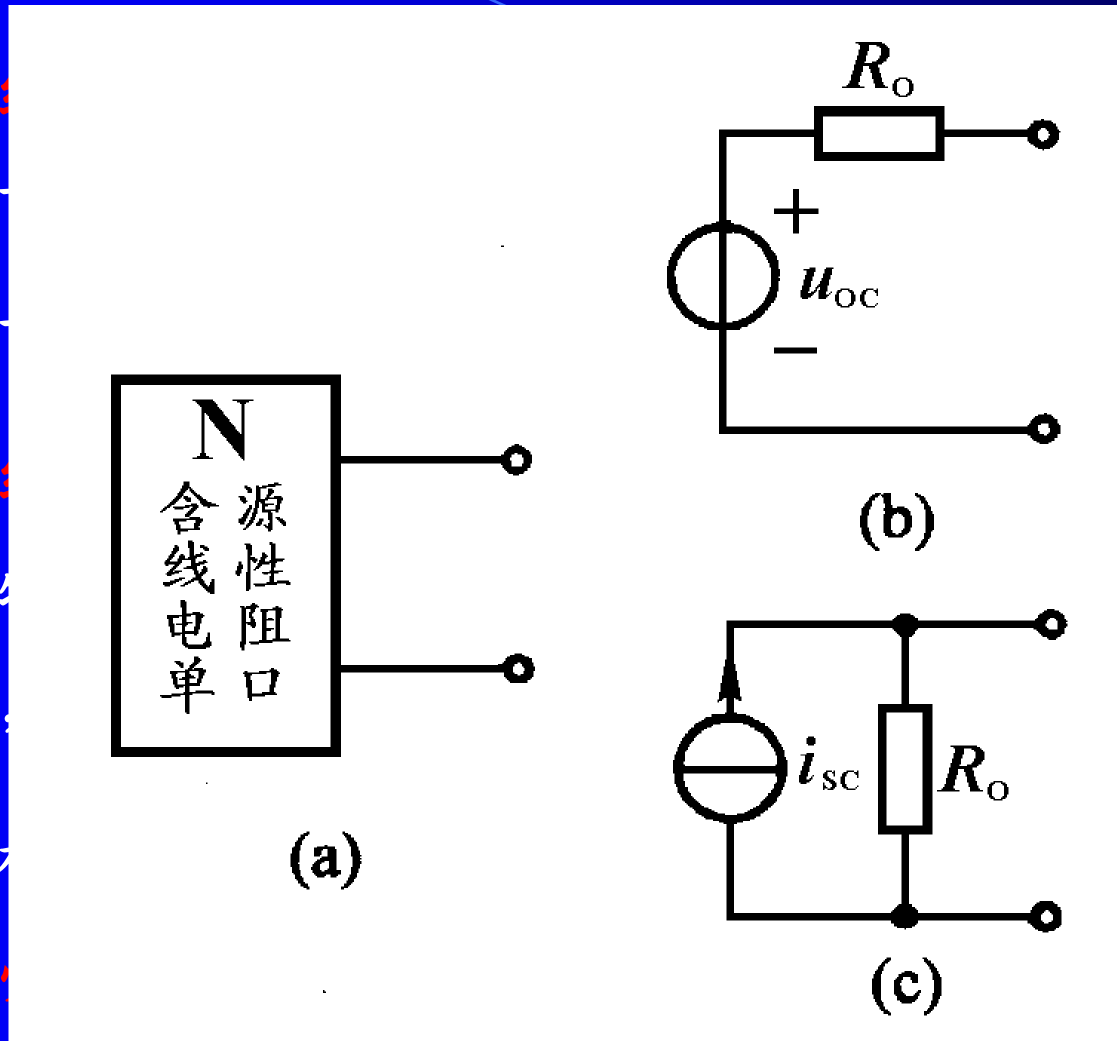
由 单口网络，

就端口 压源的串

联单口， 联单口。

同 方法，求得

含线性



例2－24 求图2-37(a)所示单口网络的等效电路。

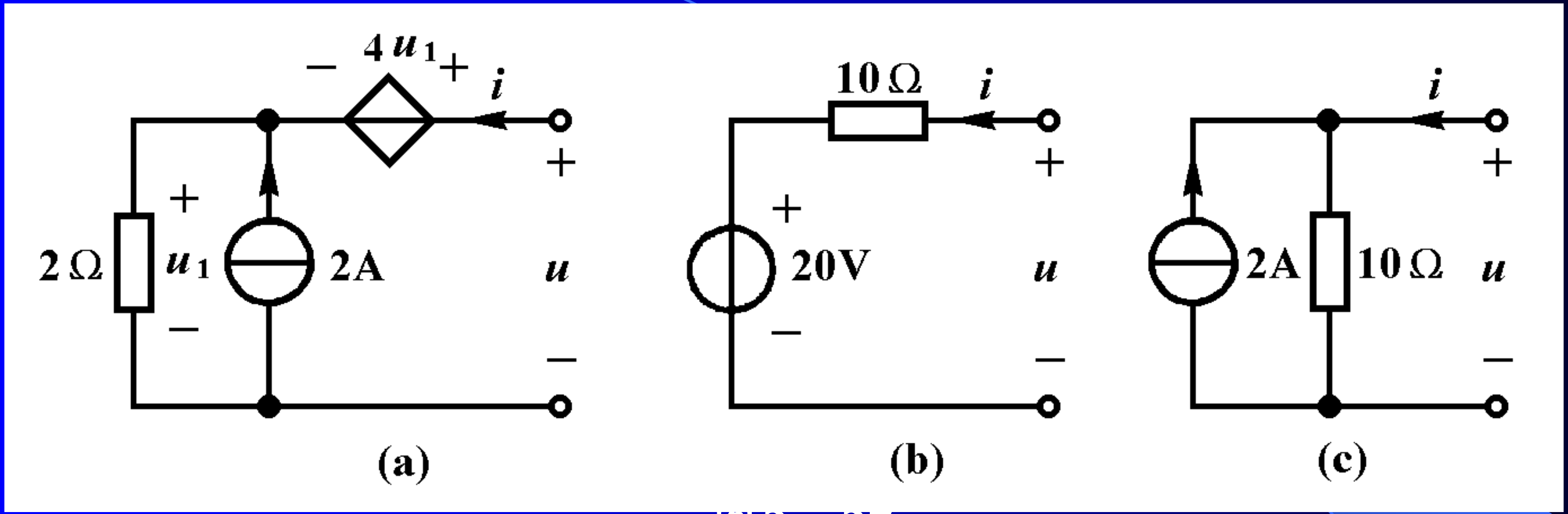


图2－37

解：用外加电源法，求得单口VCR方程为

$$u = 4u_1 + u_1 = 5u_1$$

其中 $$u_1 = (2\Omega)(i + 2\text{A})$$

得到 $$u = (10\Omega)i + 20\text{V}$$

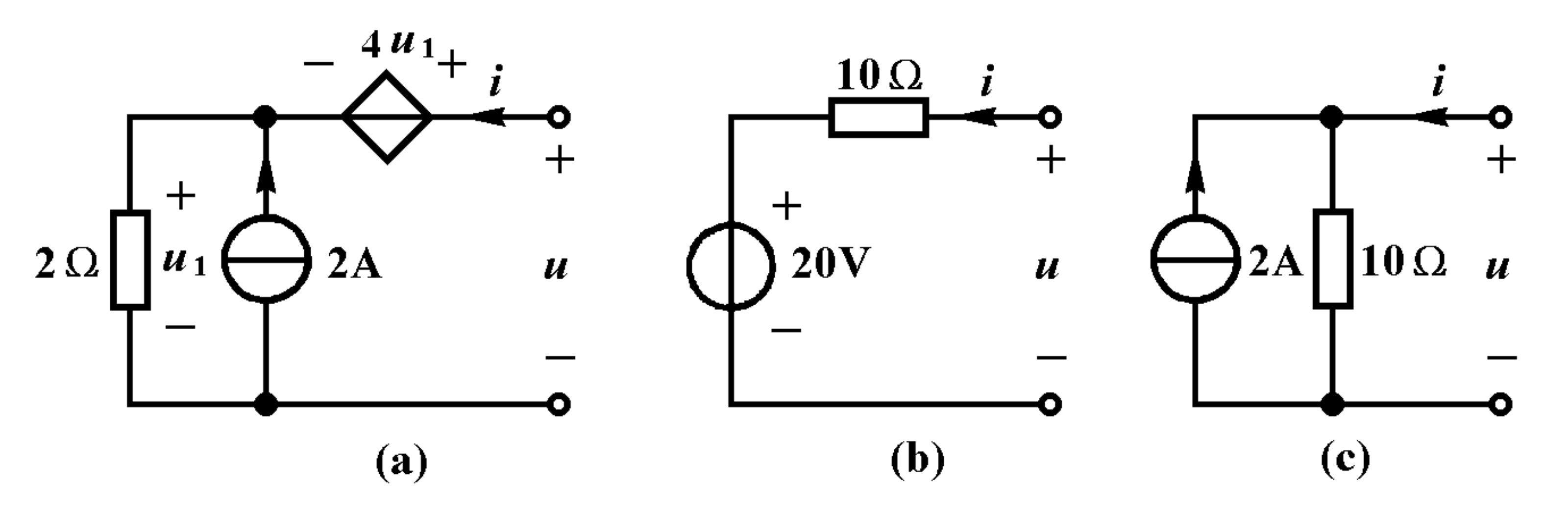


图2－37

求得单口VCR方程为

$$u = (10\Omega)i + 20\text{V}$$

或

$$i = \frac{1}{10\Omega}u - 2\text{A}$$

以上两式对应的等效电路为10Ω电阻和20V电压源的串联，如图(b)所示，或10Ω电阻和2A电流源的并联，如图(c)所示。

三、含受控源电路的等效变换

独立电压源和电阻串联单口可以等效变换为独立电流源和电阻并联单口网络。

与此相似，一个受控电压源(仅指其受控支路，以下同)和电阻串联单口，也可等效变换为一个受控电流源和电阻并联单口，如图2-38所示。

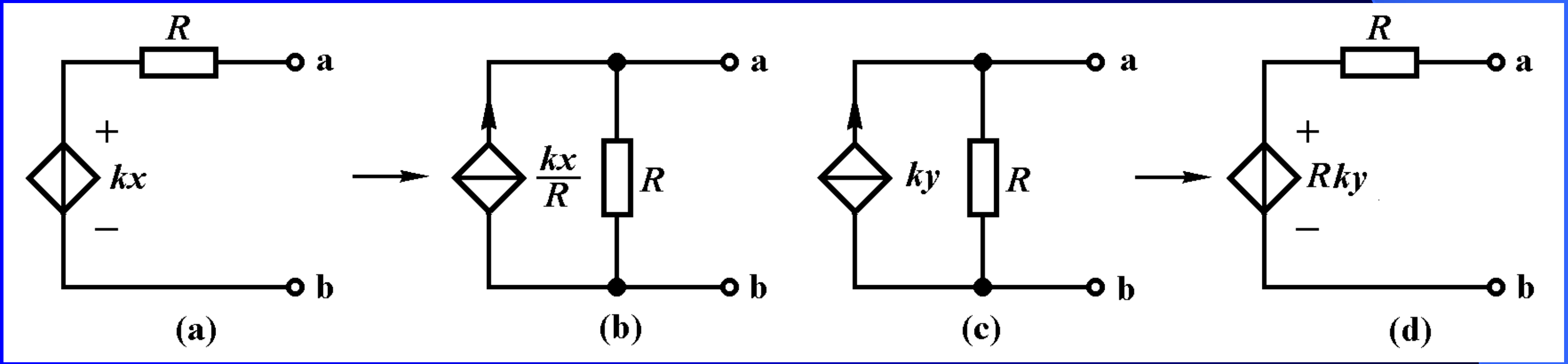


图2－38

例2－25 图2-39(a)电路中，已知转移电阻r =3Ω。

求单口网络的等效电阻。

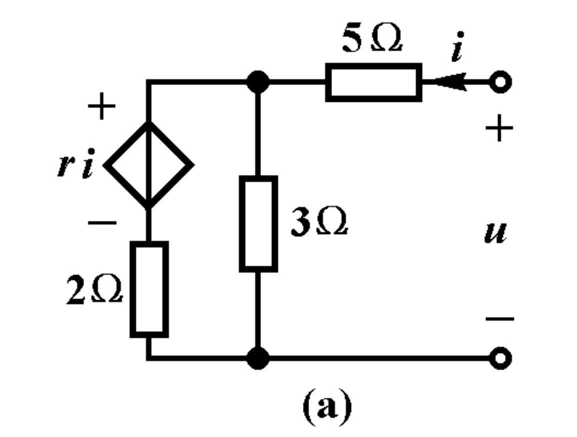
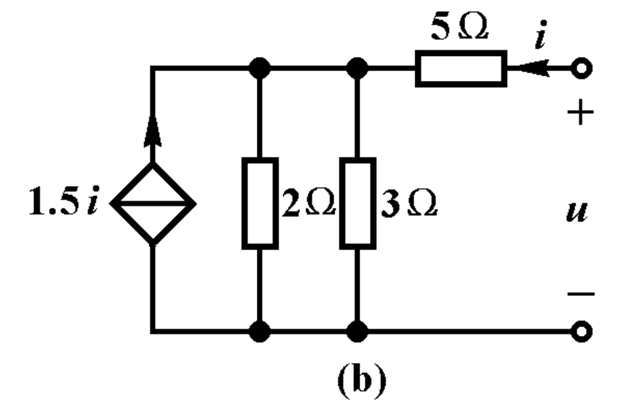
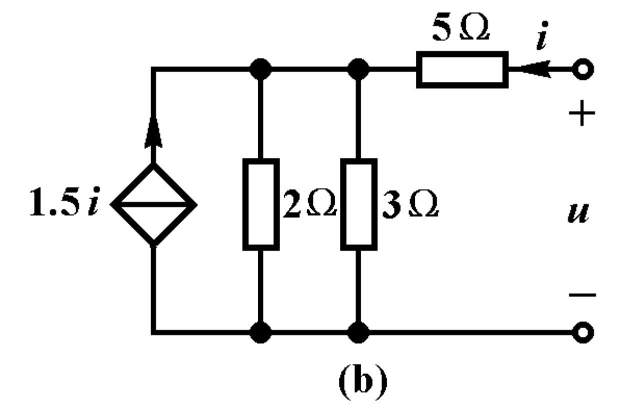
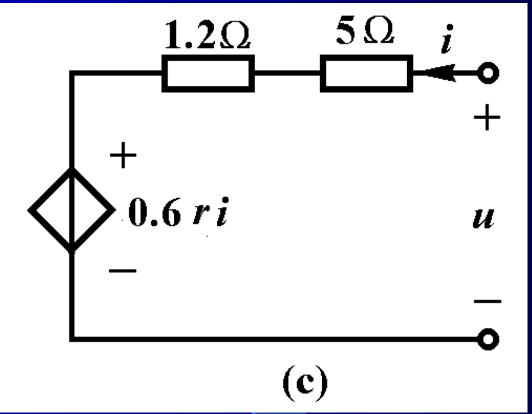


图2－39

解：先将受控电压源和2Ω电阻的串联单口等效变换为受控电流源0.5ri和2Ω电阻的并联单口，如图(b)所示。







将2Ω和3Ω并联等效电阻1.2Ω和受控电流源0.5*ri*并联，等效变换为1.2Ω电阻和受控电压源0.6*ri*的串联，如图(c)所示。

由此求得

$$u = (5\Omega + 1.2\Omega + 0.6r)i = (8\Omega)i$$

单口等效电阻为

$$R_o = \frac{u}{i} = 8\Omega$$

例2－26 求图2-40(a)所示单口网络的等效电阻。

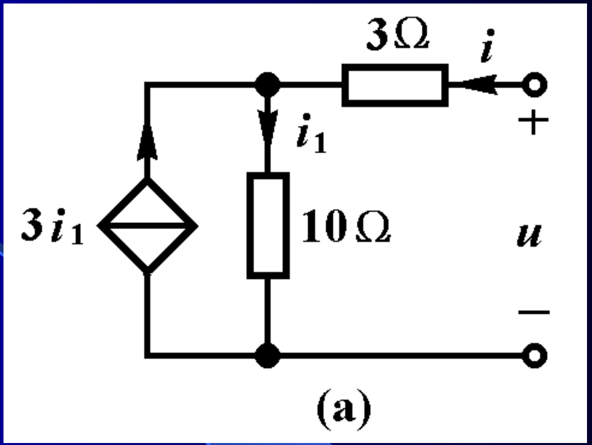
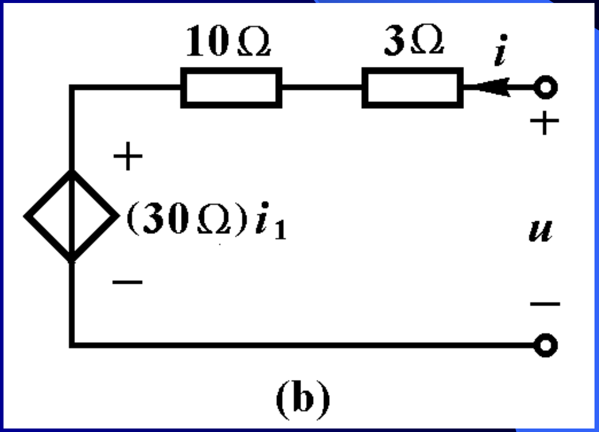


图2－40

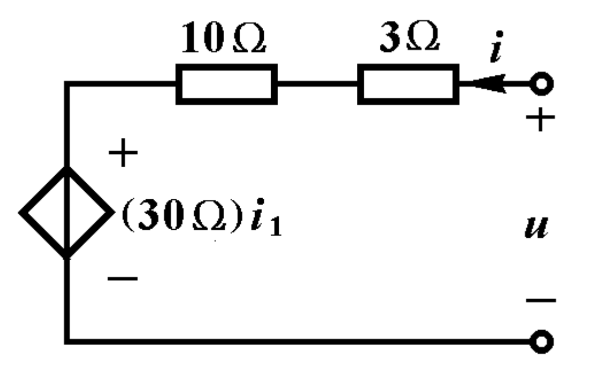


解：先将受控电流源$3i_1$和10Ω电阻并联单口等效变换为受控电压源$30i_1$和10Ω电阻串联单口，如图(b)所示。由于变换时将控制变量i_1丢失，应根据原来的电路将i_1转换为端口电流i。

根据 KCL方程 $-i+i_1-3i_1=0$

求得 $i_1=-0.5i$

即 $30i_1=-15i$



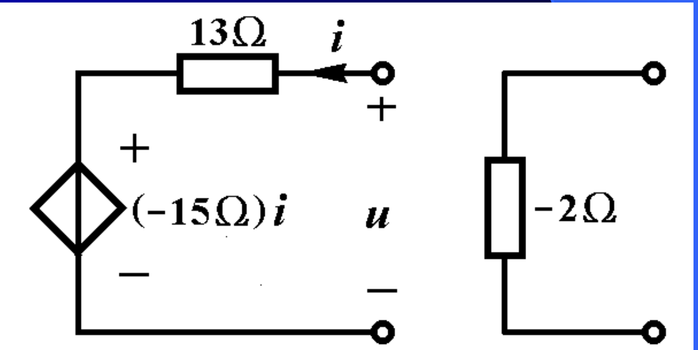
(b)

得到图(c)电路,写出单口VCR方程

$$u=(13\Omega-15\Omega)i=(-2\Omega)i$$

单口等效电阻为

$$R_o=\frac{u}{i}=-2\Omega$$



(c) (d)

四、含受控源电路的网孔方程

在列写含受控源电路的网孔方程时，可:

(1) 先将受控源作为独立电源处理;

(2) 然后将受控源的控制变量用网孔电流表示，再经过移项整理即可得到如式(2－25)形式的网孔方程。

下面举例说明。

$$\left.\begin{aligned}
&R_{11}i_1+R_{12}i_2+\ldots+R_{1m}i_m=u_{S11}\\
&R_{21}i_1+R_{22}i_2+\ldots+R_{2m}i_m=u_{S22}\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&R_{m1}i_1+R_{m2}i_2+\ldots+R_{mm}i_m=u_{Smm}
\end{aligned}\right\}\qquad(2-25)$$

例2－27 列出图2-41电路的网孔方程。

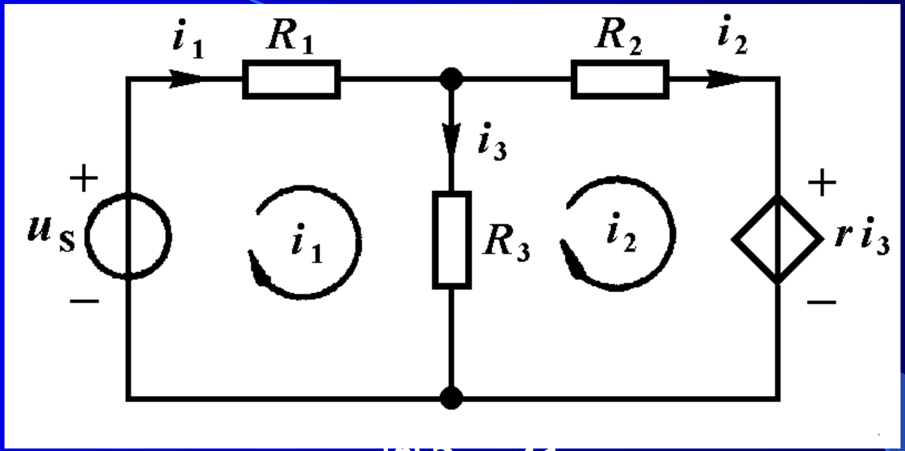


图2－41

解：在写网孔方程时，先将受控电压源的电压ri_3写在方程右边：

$$(R_1+R_3)i_1-R_3i_2=u_S$$
$$-R_3i_1+(R_2+R_3)i_2=-ri_3$$

将控制变量i_3用网孔电流表示，即补充方程

$$i_3=i_1-i_2$$

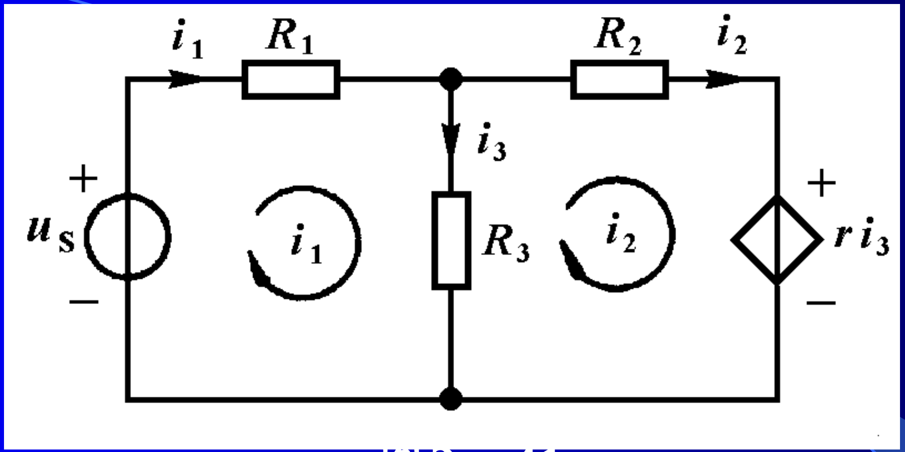


图2－41

代入上式，移项整理后得到以下网孔方程：

$$(R_1+R_3)i_1-R_3i_2=u_S$$
$$(r-R_3)i_1+(R_2+R_3-r)i_2=0$$

由于受控源的影响,互电阻R_{21}=(r - R_3)不再与互电阻R_{12}= -R_3相等。自电阻R_{22}=(R_2+ R_3 - r)不再是网孔全部电阻R_2、R_3的总和。

例2－28 图2-42电路中，已知$\mu=1,\alpha=1$。试求网孔电流。

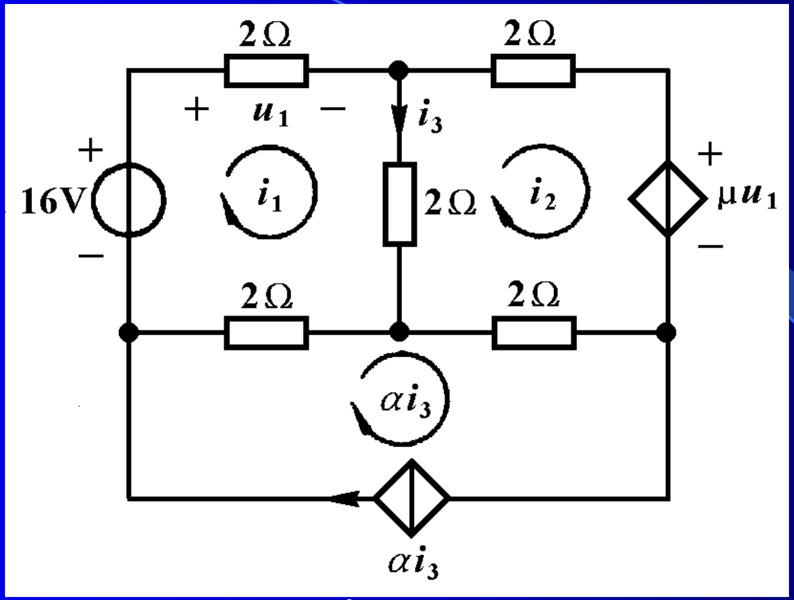


图2－42

解：以i_1, i_2和αi_3为网孔电流，用观察法列出网孔1和网孔2的网孔方程分别为：

$$(6\Omega)i_1-(2\Omega)i_2-(2\Omega)\alpha i_3=16\text{V}$$

$$-(2\Omega)i_1+(6\Omega)i_2-(2\Omega)\alpha i_3=-\mu u_1$$

$$(6\Omega)i_1-(2\Omega)i_2-(2\Omega)\alpha i_3=16\text{V}$$
$$-(2\Omega)i_1+(6\Omega)i_2-(2\Omega)\alpha i_3=-\mu u_1$$

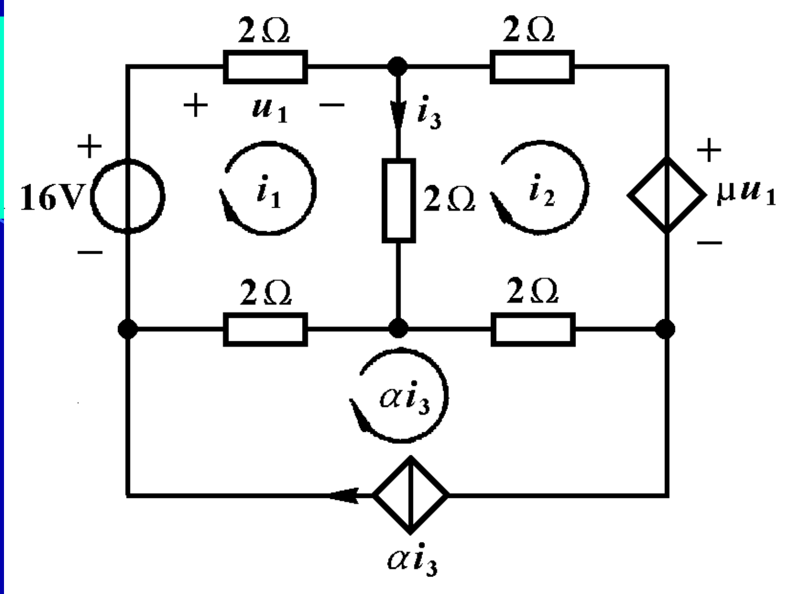


图2－42

补充两个受控源控制变量

与网孔电流i_1和i_2关系的方程:

$$u_1=(2\Omega)i_1$$
$$i_3=i_1-i_2$$

代入μ=1,α=1和两个补充方程到网孔方程中，移项整理后得到以下网孔方程:

$$4i_1=16\text{A}$$
$$-2\text{i}_1+8i_2=0$$

解得网孔电流i_1=4A, i_2=1A和αi_3 =3A。

五、含受控源电路的结点方程

与建立网孔方程相似，列写含受控源电路的结点方程时，(1) 先将受控源作为独立电源处理；(2) 然后将控制变量用结点电压表示并移项整理，即可得到如式(2－30)形式的结点方程。现举例加以说明。 例如对于独立电流源、受控电流源和线性电阻构成电路的结点方程如下所示：

$$\left.\begin{aligned}
&G_{11}v_1+G_{12}v_2+\ldots+G_{1(n-1)}v_{n-1}=i_{S11}\\
&G_{21}v_1+G_{22}v_2+\ldots+G_{2(n-1)}v_{n-1}=i_{S22}\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&G_{(n-1)1}v_1+G_{(n-1)2}v_2+\cdots+G_{(n-1)(n-1)}v_{n-1}=i_{S(n-1((n-1)}
\end{aligned}\right\}(2-30)$$

例2－29 列出图2-43电路的结点方程。

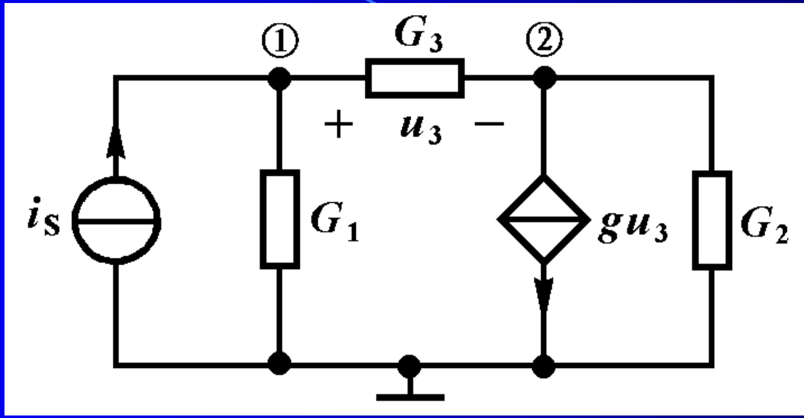


图2－43

解：列出结点方程时，将受控电流源gu_3写在方程右边：

$$(G_1+G_3)u_1-G_3u_2=i_S$$
$$-G_3u_1+(G_2+G_3)u_2=-gu_3$$

补充控制变量u_3与结点电压关系的方程

$$u_3=u_1-u_2$$

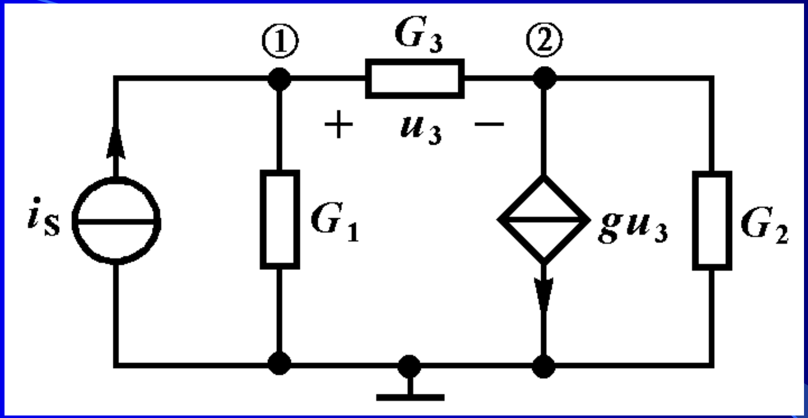


图2－43

代入上式，移项整理后得到以下结点方程:

$$(G_1+G_3)u_1-G_3u_2=i_S$$
$$(g-G_3)u_1+(G_2+G_3-g)u_2=0$$

由于受控源的影响，互电导 $G_{21}=(g-G_3)$ 与互电导 $G_{12}=-G_3$ 不再相等。自电导 $G_{22}=(G_2+G_3-g)$ 不再是结点②全部电导之和。

例2－30 电路如图2-44所示。已知g=2S，求结点电压和受控电流源发出的功率。

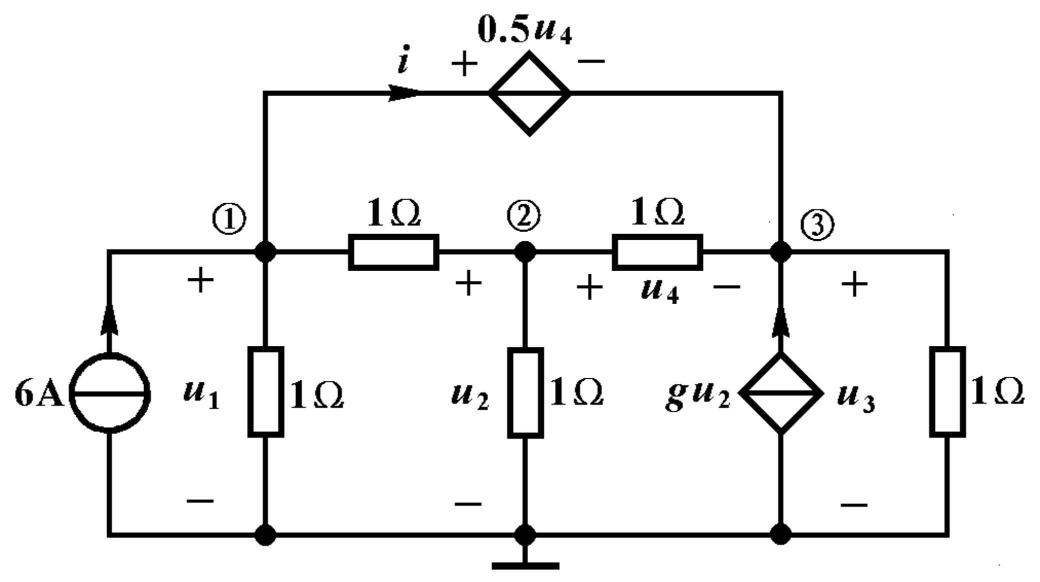


图2－44

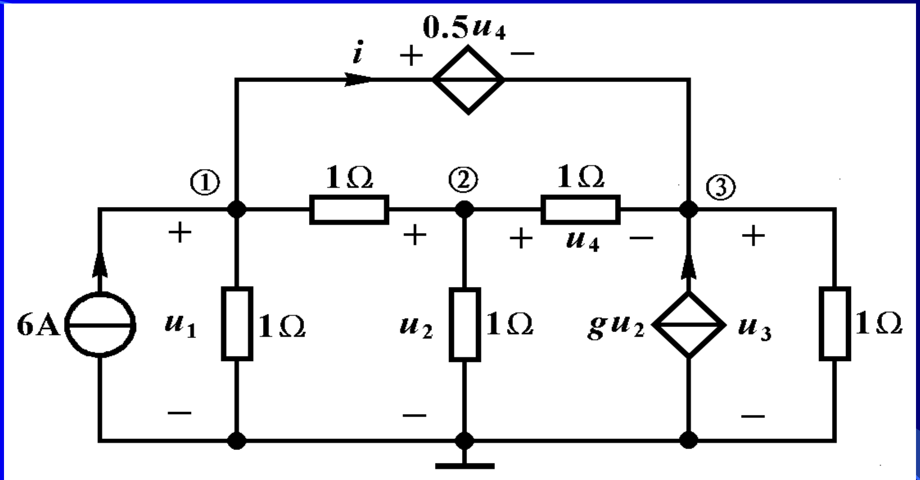


图2－44

解：当电路中存在受控电压源时，应增加电压源电流变量I来建立结点方程。

$$
\begin{aligned}
&(2S)u_1-(1S)u_2\underline{+i}=6A\\
&-(1S)u_1+(3S)u_2-(1S)u_3=0\\
&-(1S)u_2+(2S)u_3\underline{-i=gu_2}
\end{aligned}
$$

补充方程

$$u_1-u_3=0.5u_4=0.5(u_2-u_3)$$

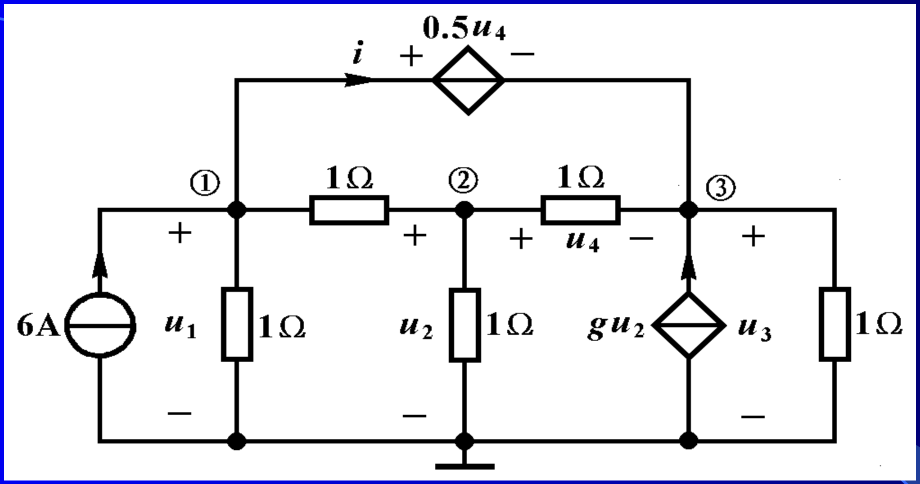


图2－44

代入g=2S,消去电流i，经整理得到以下结点方程:

$$
\begin{aligned}
&2u_1-4u_2+2u_3=6\text{V}\\
&-u_1+3u_2-u_3=0\\
&u_1-0.5u_2-0.5u_3=0
\end{aligned}
$$

求解可得u_1=4V, u_2=3V, u_3=5V。受控电流源发出的功率为

$$p=u_3(gu_2)=5\times2\times3\text{W}=30\text{W}$$

§2－6 电路分析的基本方法

一、各种分析方法的回顾

电路分析的基本任务是根据已知电路，求解出电路中电压和电流。电路分析的基本方法是利用KCL、KVL和VCR建立一组电路方程，并求解得到电压和电流。到目前为止，我们已经介绍了2*b*法，支路电流法及支路电压法，网孔分析法及回路分析法，结点分析法及割集分析法。

其核心是用数学方式来描述电路中电压电流约束关系的一组电路方程，这些方程间的关系如下所示:

2*b*方程 (2*b*)

→ 支路电流方程 (b)
  → 网孔方程 (*b*-*n*+1)
  → 回路方程

→ 支路电压方程
  → 结点方程 (*n*-1)
  → 割集方程

2*b*方程是根据KCL、KVL和VCR直接列出的支路电压和支路电流的约束方程，适用于任何集总参数电路，它是最基本最原始的一组电路方程，由它可以导出其余几种电路方程。

当电路由独立电压源和流控电阻元件组成时，将流控元件的VCR方程$u=f(i)$代入KVL方程中，将支路电压转换为支路电流，从而得到用支路电流表示的$b-n+1$个KVL方程。这些方程再加上原来的$n-1$个KCL方程，将构成以b个支路电流作为变量的支路电流法方程。

由于b个支路电流中，只有$b-n+1$个独立的电流变量，其它的支路电流是这些独立电流的线性组合。假如将这种线性组合关系代入到支路电流方程组中，就得到以$b-n+1$个独立电流为变量的KVL方程(网孔方程或回路方程)。假如采用平面电路的$b-n+1$个网孔电流作为变量，就得到网孔电流方程；假如采用$b-n+1$个回路电流作为变量，就得到回路电流方程。

当电路由独立电流源和压控电阻元件组成时，将压控元件的VCR方程i=g(u)代入KCL方程中，将支路电流转换为支路电压，从而得到用支路电压表示的n-1个KCL方程。这些方程再加上原来的b-n+1个KVL方程，将构成以b个支路电压作为变量的支路电压法方程。

由于b个支路电压中，只有n-1个独立的电压变量，其它的支路电压是这些独立电压的线性组合。假如将这种线性组合关系代入到支路电压方程组中，就得到以n-1个独立电压为变量的KCL方程(结点方程或割集方程)。假如采用连通电路的n-1个结点电压作为变量，就得到结点电压方程；假如采用n-1个树支电压作为变量，就得到割集方程。

值得注意的是，当电路中含有独立电流源时，在列写支路电流方程，网孔方程和回路方程时，由于独立电流源不是流控元件，不存在流控表达式$u=f(i)$ ，这些电流源的电压变量不能从2*b*方程中消去，还必须保留在方程中，成为既有电流和又有电流源电压作为变量的一种混合变量方程。

与此相似，当电路中含有独立电压源时，在列写支路电压方程、结点方程和割集方程时，由于独立电压源不是压控元件，不存在压控表达式$i=g(u)$ ，这些电压源的电流变量不能从2*b*方程消去，还必须保留在方程中，成为既有电压和又有电压源电流作为变量的一种混合变量方程。

从2*b*分析法导出的几种分析方法中，存在着一种对偶关系，支路电流分析与支路电压分析对偶；网孔分析与结点分析对偶；回路分析与割集分析对偶。

这些方法对应的方程也存在着对偶的关系，即支路电流方程与支路电压方程对偶；网孔电流方程与结点电压方程对偶；回路方程与割集方程对偶。利用这些对偶关系，可以更好地掌握电路分析的各种方法。

由于分析电路有多种方法，就某个具体电路而言，采用某个方法可能比另外一个方法好。在分析电路时，就有选择分析方法的问题。

选择分析方法时通常考虑的因素有: (1)联立方程数目少；(2)列写方程比较容易；(3)所求解的电压电流就是方程变量；(4)个人喜欢并熟悉的某种方法。

例如2*b*方程的数目虽然最多，但是在已知部分电压电流的情况下，并不需要写出全部方程来联立求解，只需观察电路，列出部分KCL、KVL和VCR方程就能直接求出某些电压电流，这是从事实际电气工作的人员喜欢采用的一种方法。

二、网孔分析法与结点分析法的比较

常用网孔分析法和结点分析法来分析复杂电路，这些方法的优点是联立求解的方程数目少和可以用观察电路的方法直接写出联立方程组。

在某些情况下，用其中的某个方法显然比另外一个方法好。例如当电路只含有独立电压源而没有独立电流源时，用网孔分析法显然更容易。当电路只含有独立电流源而没有独立电压源时，用结点分析法显然更容易。

如果电路既有电压源又有电流源时，可以用网孔分析法或结点分析法。究竟选择那种方法，一种办法是比较每种方法的方程数目，如果电路的独立结点比网孔数目少，可以选择结点分析法；如果电路的网孔比独立结点数目少，可以选择网孔分析法。另外一种办法是考虑求解的变量。如果需要求解的是几个电流，可以用网孔电流分析直接得到。必须记住，网孔分析法只适用于平面电路。如果需要求解的是几个电压，可以用结点分析直接得到。必须记住，结点分析法只适用于连通电路。

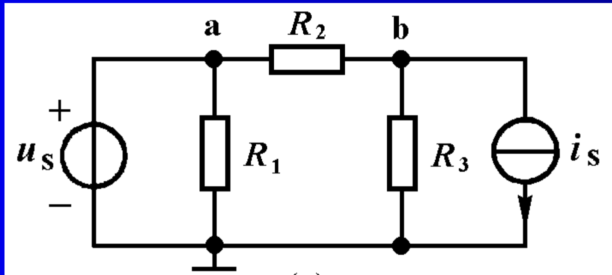
确定哪种方法更适合所求解的问题考虑常常是十分有用的。现在举例加以说明。

例 2－31 确定较好的方法来求解图示电路。如果求解的是

(a) 图(a)所示电路中的电压。

(b) 图(b)所示电路中流过电阻中的电流。

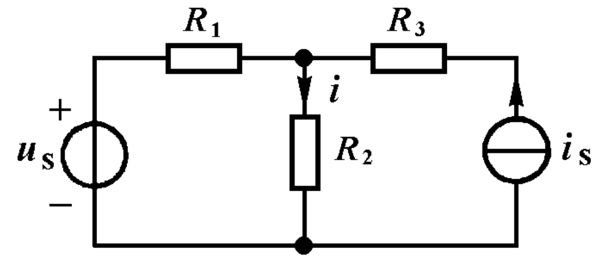
(c) 图(c)所示电路中的电流。



(a)

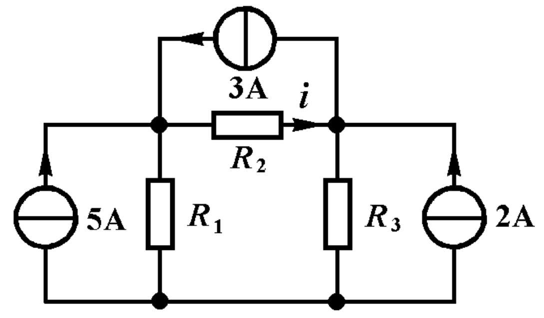
解:

电路(a)更适合用结点分析法。因为独立电压源确定了结点a的电压，我们只需要写出结点b的KCL方程。



(b)

电路(b)更适合用网孔分析法。因为独立电流源确定了右边的网孔电流，我们只需要写出左边网孔的KVL方程。



(c)

电路(c)需要写两个结点方程。该电路有四个网孔，但是有三个网孔电流可以由三个电流源确定，只有一个网孔电流是未知量。因此，用网孔电流法更容易些。

三、电路的化简

简化电路的有效方法是利用单口网络的等效电路。将电路中的某些电阻单口网络用它的等效电路来代替就可以减小电路规模，而不会影响电路其它部分的电压电流。

例如要计算电路中某个二端元件的电压和电流时，如果将连接这个二端元件的电阻单口网络用它的等效电路来代替，如图2－46所示，就得到一个单一回路或一对结点的电路，无需求解联立方程，就可求得二端元件的电压电流。

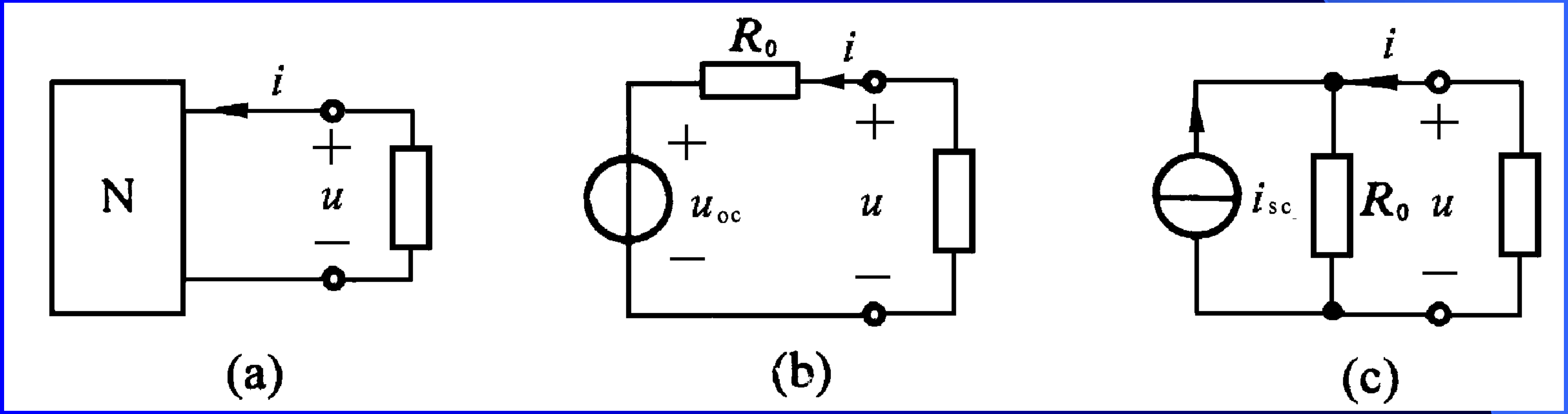


图2－46

常用的等效化简的方法有

(1) 将几个电阻的串并联可以用一个等效电阻来代替。

(2) 一个电压源和电阻串联单口网络用一个电流源和电阻并联的等效单口网络来代替。

(3) 一个电流源和电阻并联单口网络用一个电压源和电阻串联的等效单口网络来代替。

(4) 一个电压源和几个电阻的并联单口网络用这个电压源代替。

(5) 一个电流源和几个电阻的串联单口网络用这个电流源代替。

(6) 一个含源电阻单口网络用一个电压源和电阻串联的等效单口网络来代替。

(7) 一个含源电阻单口网络用一个电流源和电阻并联的等效单口网络来代替。

由于求解单口网络的等效电路也需要一定的工作量，电路的化简应该进行到哪种程度，需要根据具体问题来确定。今后，我们可以看到，在有些情况下，即使花费一定的工作量来化简电路，也是必要和值得的。

值得提出的一个问题是经过化简的电路会丢失原来电路的某些信息，求解某些电压电流和功率时，还需要回到原来的电路。

综上所述，用手算方法求解一个复杂电路的基本步骤是:

1.利用等效电路等方法适当化简电路。

2.选择一个适当的分析方法。

3.用观察法建立电路方程，然后求解方程并对计算结果进行检验。

4.根据原来的电路，用2*b*方程求出所需要的电压电流和功率。

摘　　要

1. 由线性电阻和受控源构成的电阻单口网络，就端口特性而言，等效为一个线性电阻，其电阻值为

$$R=\frac{u}{i}$$

式中u和i是单口网络端口上的电压和电流，它们必须采用关联参考方向。

常用电阻串并联公式来计算仅由线性电阻所构成单口网络的等效电阻，计算含受控源电阻单口网络等效电阻的基本方法是外加电源法。

2. 两个单口(或多端)网络的端口电压电流关系(VCR)完全相同时，称它们是等效的。网络的等效变换可以简化电路分析，而不会影响电路其余部分的电压和电流。

常用的网络变换除电阻的串并联等效变换外，还有电阻星形联接与电阻三角形联接的等效变换，电压源和电阻串联单口与电流源和电阻并联单口的等效变换等。

3. 网孔分析法适用于平面电路，其方法是:

(l) 以网孔电流为变量，列出网孔的 KVL方程(网孔方程)。

(2) 求解网孔方程得到网孔电流，再用KCL和VCR方程求各支路电流和支路电压。

当电路中含有电流源与电阻并联单口时，应先等效变换为电压源与电阻串联单口。若没有电阻与电流源并联，则应增加电流源电压变量来建立网孔方程，并补充电流源与网孔电流关系的方程。

4. 结点分析法适用于连通电路，其方法是

(1) 以结点电压为变量，列出结点KCL方程(结点方程)。

(2) 求解结点方程得到结点电压，再用KVL和VCR 方程求各支路电压和支路电流。

当电路中含有电压源与电阻串联的单口时，应先等效变换为电流源与电阻并联单口。若没有电阻与电压源串联，则应增加电压源电流变量来建立结点方程，并补充电压源电压与结点电压关系的方程。

5. 线性时不变受控源是一种双口电阻元件，常用来建立各种电子器件和电子电路的模型。

用观察法列出含受控源电路网孔方程和结点方程的方法是:

(l) 先将受控源当作独立电源处理。

(2) 再将受控源的控制变量用网孔电流或结点电压表示，最后再移项整理。