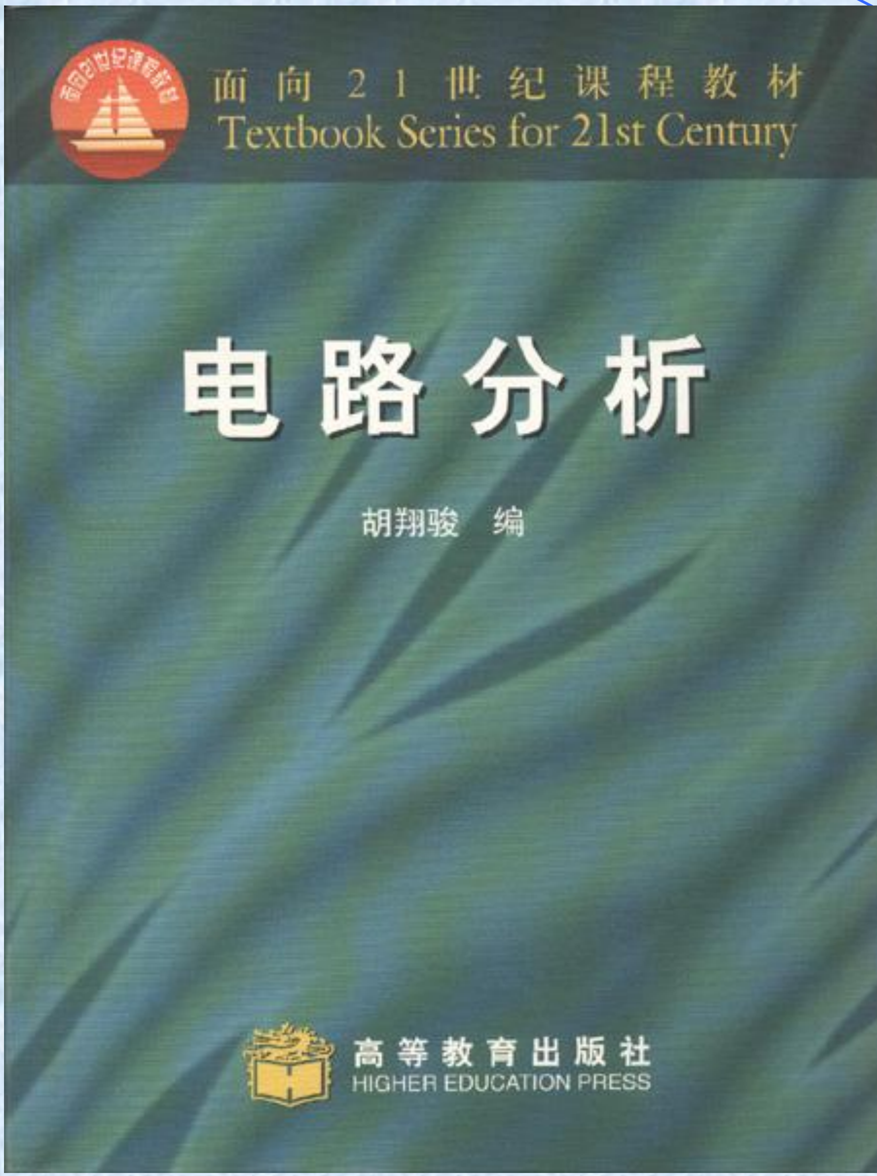
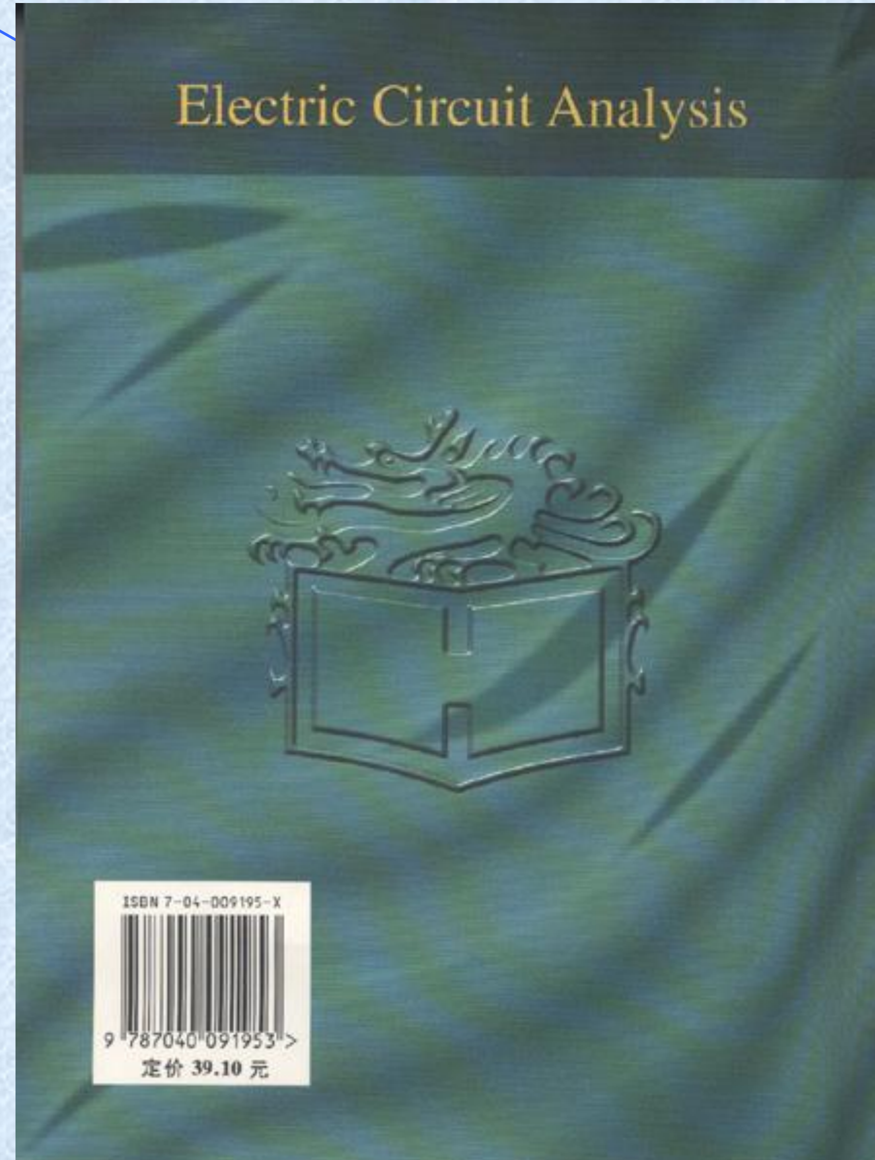
电路分析

本电子教案根据《电路分析》教材编写。





绪论

- 本课程的位置及作用
- 本课程的特点
- 本课程的发展概况

第一章 电路的基本概念和定律

本章介绍电路的基本概念和基本变量，阐述集中参数电路的基本定律-----基尔霍夫定律。

定义三种常用的电路元件：电阻、独立电压源和独立电流源。

最后讨论集中参数电路中，电压和电流必须满足的两类约束。这些内容是全书的基础。

§1－1 电路和电路模型

1. 电在日常生活、生产和科学研究工作中得到了广泛应用。在收录机、电视机、录像机、音响设备、计算机、通信系统和电力网络中都可以看到各种各样的电路。这些电路的特性和作用各不相同。

电路的一种作用是实现电能的传输和转换。例如电力网络将电能从发电厂输送到各个工厂、广大农村和千家万户，供各种电气设备使用。电路的另外一种作用是实现电信号的传输、处理和存储。

2.由电阻器、电容器、线圈、变压器、晶体管、运算放大器、传输线、电池、发电机和信号发生器等**电气器件和设备连接而成的电路，称为实际电路**。

根据实际电路的几何尺寸(d)与其工作信号波长(λ)的关系，可以将它们分为两大类：

(1)**集总参数电路：** 满足$d<<\lambda$条件的电路。

(2)**分布参数电路：** 不满足$d<<\lambda$条件的电路。

说明：

本书只讨论**集总参数电路**,今后简称为电路。

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

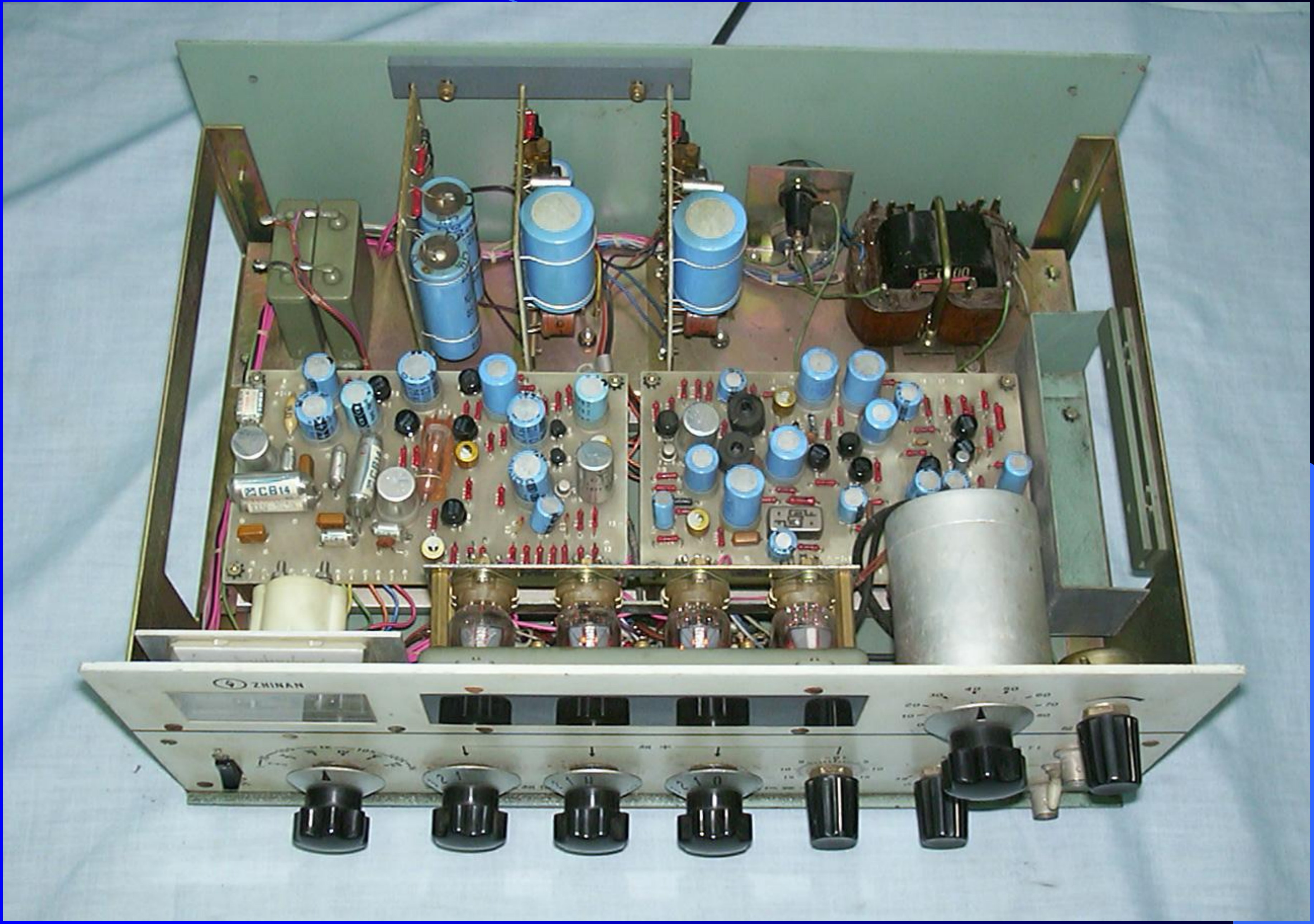
例：50Hz，波长 λ =6000Km

2000MHz，波长 λ=15cm

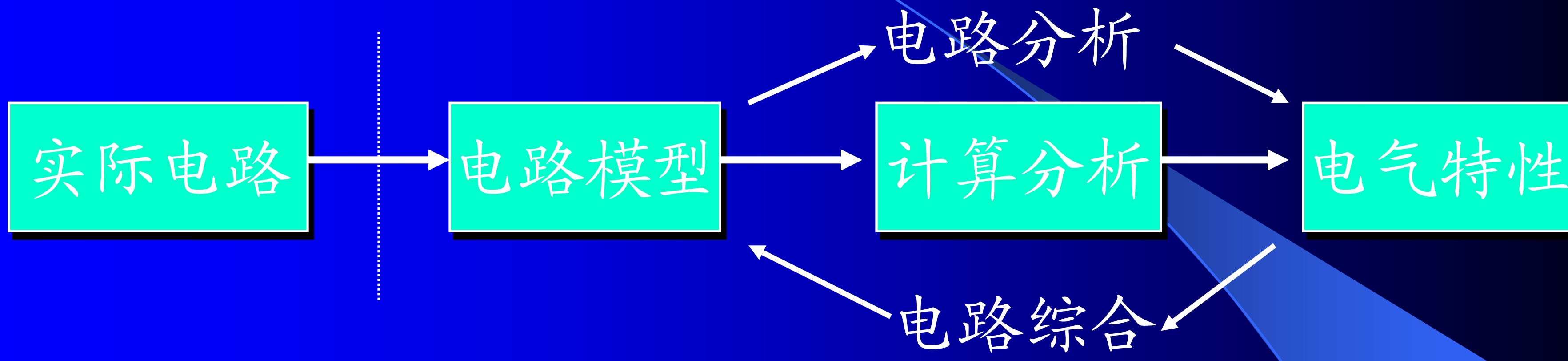
（1）电力的传输、处理，

（2）信号的传输、处理。

低频信号发生器的内部结构



3.电路分析与电路综合



4.目的：通过对电路模型的分析计算来预测实际电路的特性，从而改进实际电路的电气特性和设计出新的电路。

5.任务：掌握电路的基本理论和电路分析的方法。

电路一词的两种含义:

(1) 实际电路;

(2) 电路模型。

6. 电路模型是实际电路抽象而成，它近似地反映实际电路的电气特性。电路模型由一些理想电路元件用理想导线连结而成。用不同特性的电路元件按照不同的方式连结就构成不同特性的电路。

电路模型的表示方法:

(1) 电路图

(2) 电路数据(表格或矩阵)

它表示

(1)电路元件的特性

(2)元件间的连结关系

本书主要讨论电路模型，常简称为电路，请读者注意加以区别。

常用电路图来表示电路模型

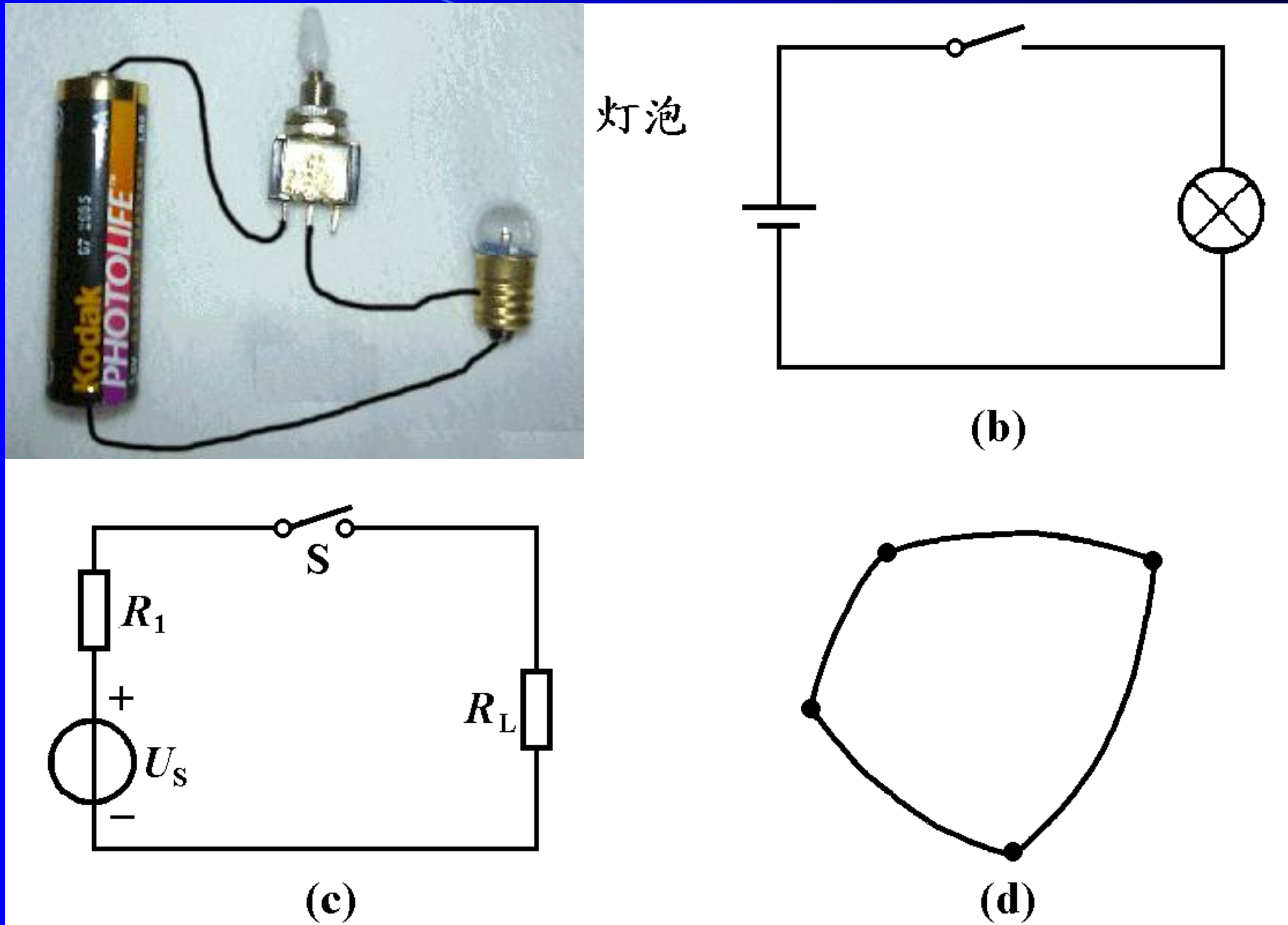


图1－1 手电筒电路

(a) 实际电路　(b) 电原理图　(c) 电路模型　(d) 拓扑结构图

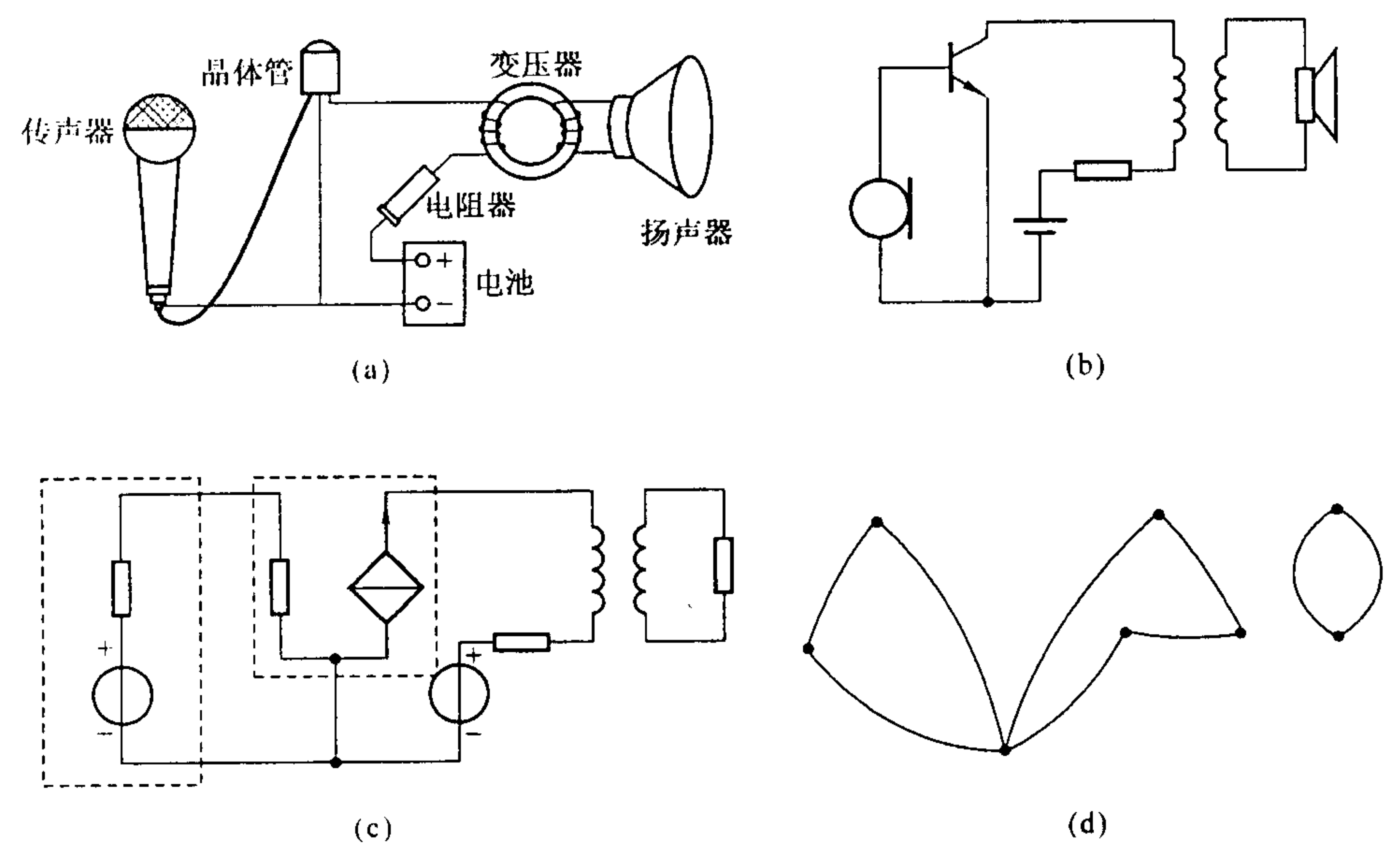


图1－2 晶体管放大电路

(a)实际电路 (b)电原理图 (c)电路模型 (d)拓扑结构图

电路模型近似地描述实际电路的电气特性。根据实际电路的不同工作条件以及对模型精确度的不同要求，应当用不同的电路模型模拟同一实际电路。现在以线圈为例加以说明。

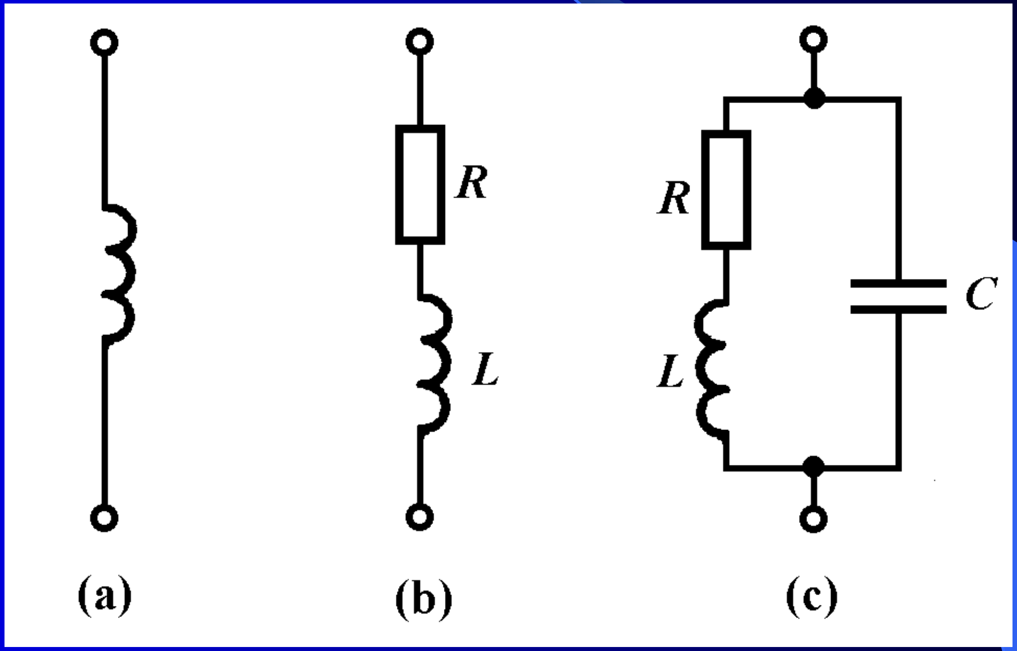


图1－3 线圈的几种电路模型

(a)线圈的图形符号　　(b)线圈通过低频交流的模型

(c)线圈通过高频交流的模型

表 1－1 部分电气图用图形符号

（根据国家标准 GB4728）

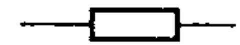
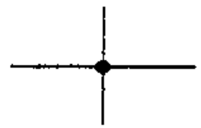
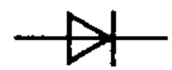
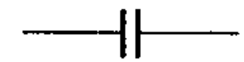
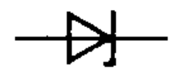
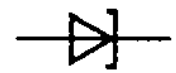
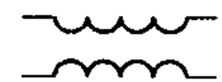
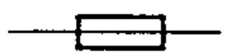
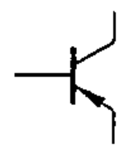
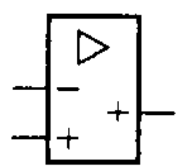
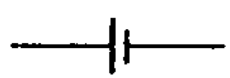
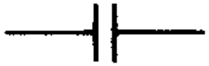
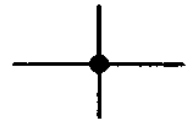
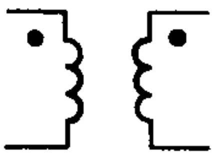
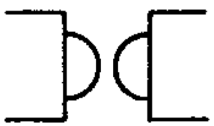
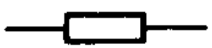
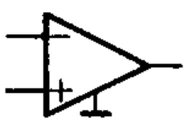
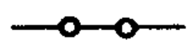
名　称	符　号	名　称	符　号	名　称	符　号
导　线		传声器		电阻器	
连接的导线		扬声器		可变电阻器	
接　地		二极管		电容器	
接机壳		稳压二极管		线圈，绕组	
开　关		隧道二极管		变压器	
熔断器		晶体管		铁心变压器	
灯		运算放大器		直流发电机	
电压表		电　池		直流电动机	

表 1－2　部分电路元件的图形符号

名　称	符　号	名　称	符　号	名　称	符　号
独立电流源		理想导线		电　容	
独立电压源		连接的导线		电　感	
受控电流源		电位参考点		理想变压器耦合电感	
受控电压源		理想开关		回 转 器	
电　阻		开　路		理想运放	
可变电阻		短　路		二端元件	
非线性电阻		理想二极管			

§1－2 电路的基本物理量

电路的特性是由电流、电压和电功率等物理量来描述的。电路分析的基本任务是计算电路中的电流、 电压和电功率。

一、电流和电流的参考方向

带电粒子(电子、离子)定向移动形成电流。电子和负离子带负电荷，正离子带正电荷。电荷用符号q或Q表示，它的SI单位为库[仑](C)。

单位时间内通过导体横截面的电荷定义为电流，用符号i或I表示，其数学表达式为

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \qquad (1\text{-}1)$$

电流的SI单位是安[培](A)。

与电流有关的几个名词

恒定电流:

量值和方向均不随时间变化的电流，称为恒定电流，简称为直流(dc或DC)，一般用符号I表示。

时变电流:

量值和方向随时间变化的电流，称为时变电流，一般用符号i表示。时变电流在某一时刻t的值i (t) ，称为瞬时值。

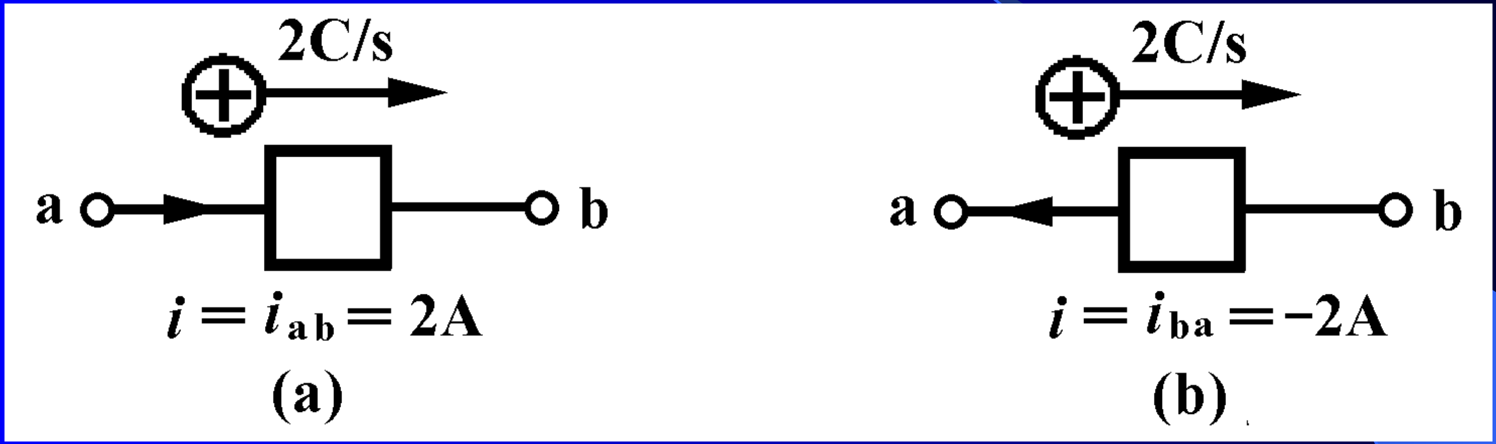
交流电流:

量值和方向作周期性变化且平均值为零的时变电流，称为交流电流，简称为交流(ac或AC)。

电流参考方向

习惯上把正电荷移动的方向规定为电流方向(实际方向)。在分析电路时，往往不能事先确定电流的实际方向，而且时变电流的实际方向又随时间不断变动，不能够在电路图上标出适合于任何时刻的电流实际方向。为了电路分析和计算的需要，我们任意规定一个电流参考方向，用箭头标在电路图上。若电流实际方向与参考方向相同，电流取正值；若电流实际方向与参考方向相反，电流取负值。根据电流的参考方向以及电流量值的正负，就能确定电流的实际方向。

例如在图示的二端元件中，每秒钟有2C正电荷由a点移动到b点。



当规定电流参考方向由a点指向b点时，该电流i=2A,如图(a)所示；若规定电流参考方向由b点指向a点时,则电流i=-2A，如图(b)所示。若采用双下标表示电流参考方向，则写为i_{ab}=2A或i_{ba}=-2A。

电路中任一电流有两种可能的参考方向，当对同一电流规定相反的参考方向时，相应的电流表达式相差一个负号，即

$$i_{\mathrm{ab}} = -i_{\mathrm{ba}} \qquad (1-2)$$

今后，在分析电路时，必须事先规定电流变量的参考方向。所计算出的电流$i(t)>0$，表明该时刻电流的实际方向与参考方向相同；若电流$i(t)<0$，则表明该时刻电流的实际方向与参考方向相反。

二、电压和电压的参考极性

电荷在电路中移动，就会有能量的交换发生。**单位正电荷由电路中a点移动到b点所获得或失去的能量，称为ab两点的电压，即**

$$u = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}q} \qquad (1-3)$$

其中dq为由a点移动到b点的电荷量，单位为库[仑](C)，dW为电荷移动过程中所获得或失去的能量，其单位为焦[耳](J)，电压的单位为伏[特](V)。

将电路中任一点作为参考点，把a点到参考点的电压称为a点的电位，用符号v_a或V_a表示。在集总参数电路中，元件端钮间的电压与路径无关，而仅与起点与终点的位置有关。电路中a点到b点的电压，就是a 点电位与b点电位之差，即

$$u_{ab} = v_a - v_b \qquad (1-4)$$

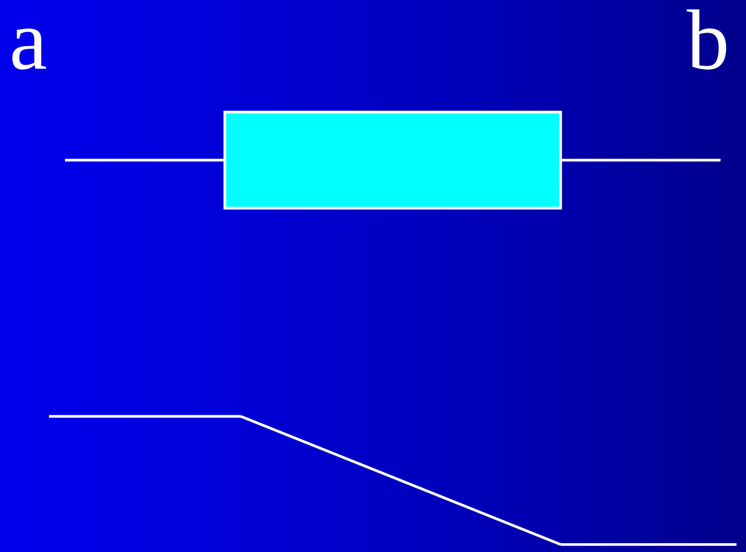
量值和方向均不随时间变化的电压，称为**恒定电压或直流电压**，一般用符号U表示。量值和方向随时间变化的电压，称为**时变电压**，一般用符号u表示。

方向：$a \rightarrow b$ 失去能量，a高，b低。

$a \rightarrow b$ 获得能量，a低，b高。

例：如下图单位正电荷从a到b失去5焦耳能量，那么a点电位比b高5伏特。其之间的电压，是5V。数学表达：

$$U_{ab} = 5\ (V) \quad 或 \quad U_{ba} = -5(V)$$



电压参考方向或参考极性

习惯上认为电压的实际方向是从高电位指向低电位。将高电位称为正极，低电位称为负极。与电流类似，电路中各电压的实际方向或极性往往不能事先确定，在分析电路时，必须规定电压的参考方向或参考极性，用“ + ”号和“ – ”号分别标注在电路图的a点和b点附近。若计算出的电压$u_{ab}(t)>0$，表明该时刻a点的电位比b点电位高；若电压$u_{ab}(t)<0$，表明该时刻a点的电位比b点电位低。

对于二端元件而言，电压的参考极性和电流参考方向的选择有四种可能的方式，如图1－6所示。

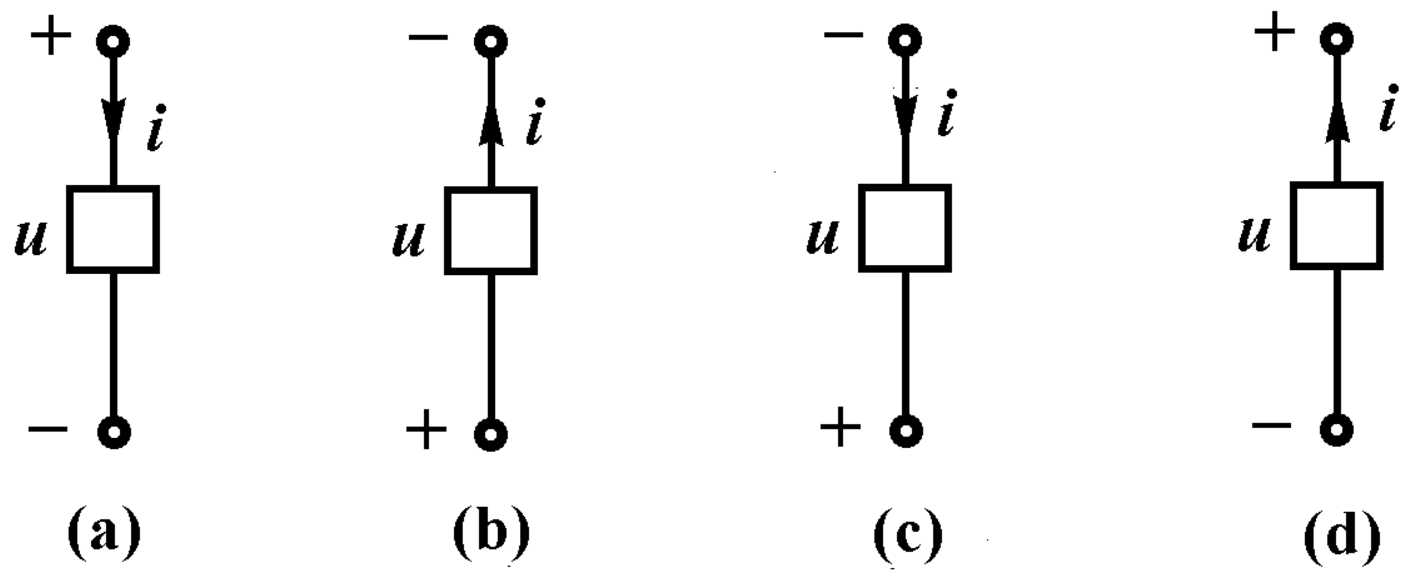


图1－6 二端元件电流、电压的参考方向

(a)、(b) 关联参考方向　　(c)、(d) 非关联参考方向

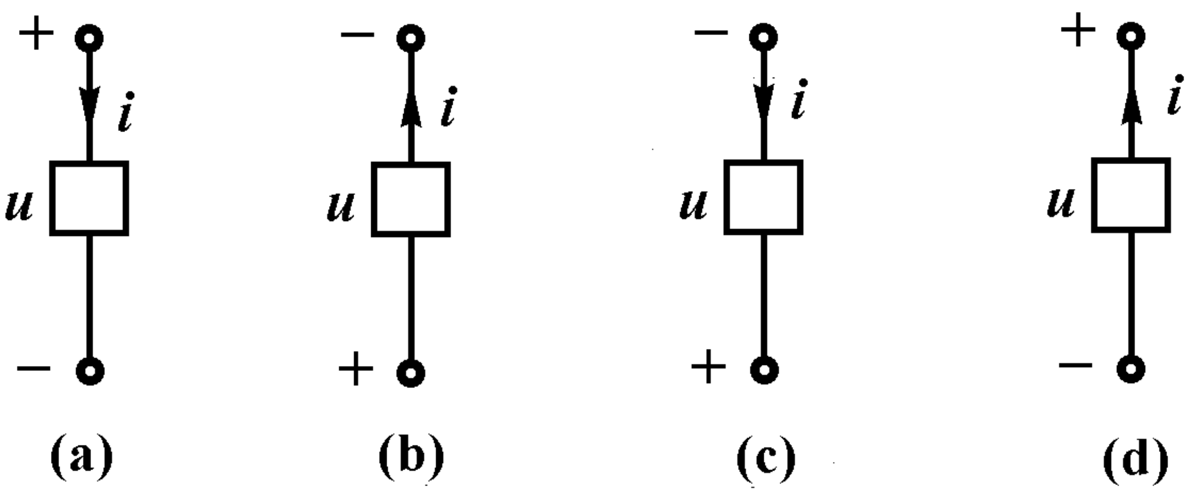


图1－6 二端元件电流、电压的参考方向

(a)、(b) 关联参考方向　　　　(c)、(d) 非关联参考方向

常采用电压电流的关联参考方向，也就是说，当电压的参考极性已经规定时，电流参考方向从“＋”指向“－”，当电流参考方向已经规定时，电压参考极性的“＋”号标在电流参考方向的进入端，“－”号标在电流参考方向的流出

三、电功率

下面讨论图示二端元件和二端网络的功率。

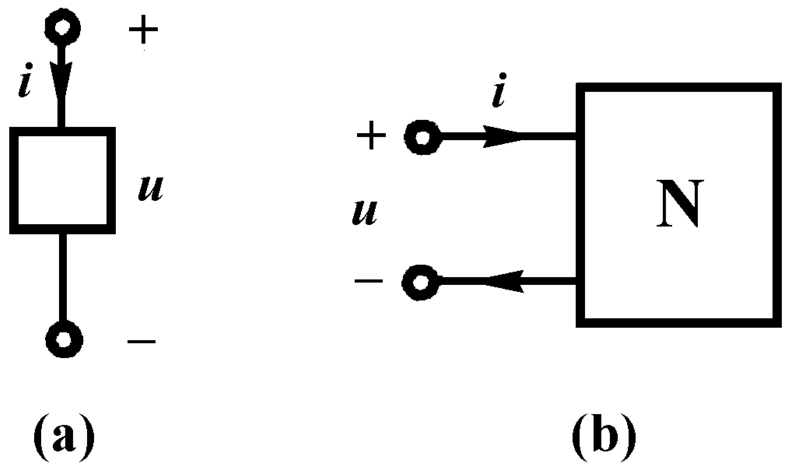


图1－7 二端元件和二端网络
(a) 二端元件 (b) 二端网络

当电压电流采用关联参考方向时，二端元件或二端网络吸收的功率为

$$p=\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}q}\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=ui \qquad (1-6)$$

与电压电流是代数量一样，功率也是一个代数量。**当 $p(t)>0$ 时，表明该时刻二端元件实际吸收（消耗）功率；当 $p(t)<0$ 时，表明该时刻二端元件实际发出（产生）功率。**

由于能量必须守恒，对于一个完整的电路来说，在任一时刻，所有元件吸收功率的总和必须为零。若电路由**b**个二端元件组成，且全部采用关联参考方向，则

$$\sum_{k=1}^{b} u_k i_k = 0 \qquad (1-7)$$

二端元件或二端网络从t_0到t时间内吸收的电能为

$$W(t_0,t) = \int_{t_0}^{t} p(\xi)\,\mathrm{d}\xi = \int_{t_0}^{t} u(\xi)i(\xi)\,\mathrm{d}\xi \qquad (1-8)$$

功率的SI单位是瓦[特](W)。

表1－3 列出部分国际单位制的单位，称为SI单位。

表 1－3 部分国际单位制的单位(SI 单位)

量的名称	单位名词	单位符号	量的名称	单位名词	单位符号
长度	米	m	电荷[量]	库[仑]	C
时间	秒	s	电位、电压	伏[特]	V
电流	安[培]	A	电容	法[拉]	F
频率	赫[兹]	Hz	电阻	欧[姆]	Ω
能量、功	焦[耳]	J	电导	西[门子]	S
功率	瓦[特]	W	电感	亨[利]	H

在实际应用中感到这些 SI 单位太大或太小时，可以加上表1-4中的国际单位制的词头，构成SI的十进倍数或分数单位。

表 1－4 部分国际单位制词头

因数	10^9	10^6	10^3	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
名称	吉	兆	千	毫	微	纳	皮
符号	G	M	k	m	μ	n	p

例如

$$2\mathrm{mA} = 2\times10^{-3}\,\mathrm{A}$$

$$2\mu\mathrm{s} = 2\times10^{-6}\,\mathrm{s}$$

$$8\mathrm{kW} = 8\times10^{3}\,\mathrm{W}$$

例1-1　在图1－8电路中，已知U_1=1V, U_2=-6V, U_3=-4V, U_4=5V, U_5=-10V, I_1=1A, I_2=-3A , I_3=4A, I_4=-1A, I_5=-3A。

试求：(1) 各二端元件吸收的功率；

(2) 整个电路吸收的功率。

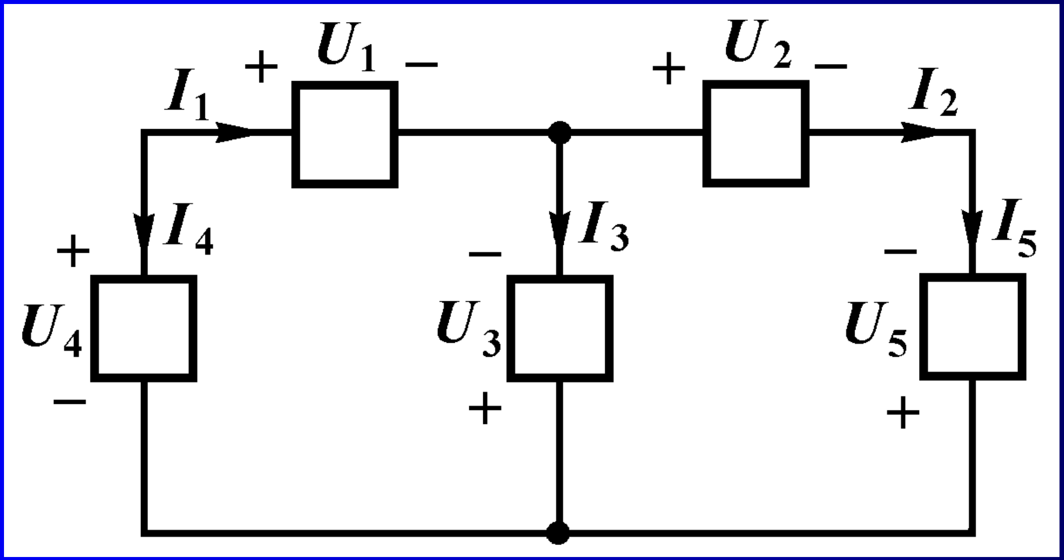


图1－8　例1－1

例1-1　在图1－8电路中，已知U_1=1V, U_2=-6V, U_3=-4V,U_4=5V, U_5=-10V, I_1=1A, I_2=-3A , I_3=4A, I_4=-1A, I_5=-3A。

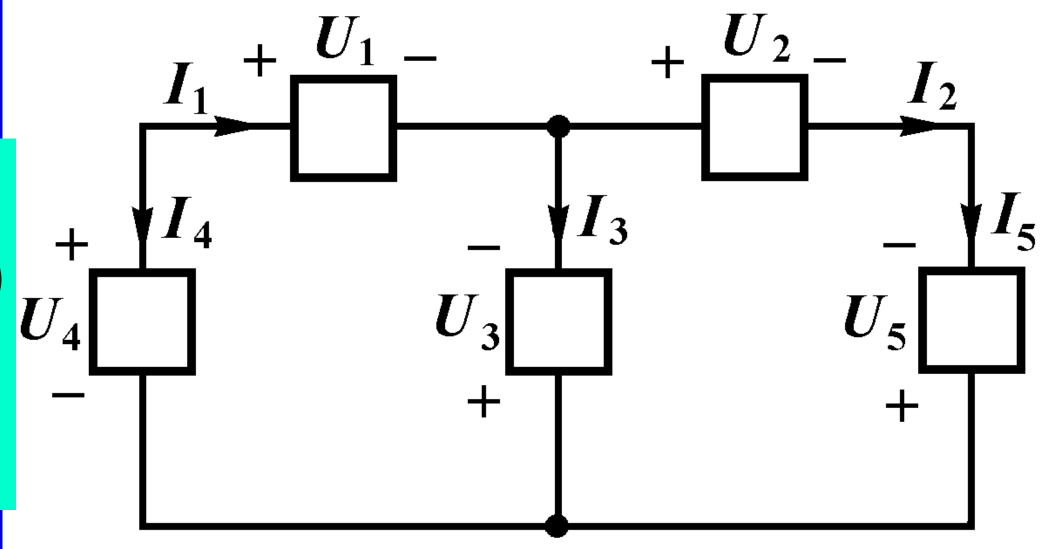
解：各二端元件吸收的功率为

$$P_1=U_1I_1=(1\text{V})\times(1\text{A})=1\text{W}$$

$$P_2=U_2I_2=(-6\text{V})\times(-3\text{A})=18\text{W}$$

$$P_4=U_4I_4=(5\text{V})\times(-1\text{A})=-5\text{W}$$

(发出5W)



$$P_5=-U_5I_5=-(-10\text{V})\times(-3\text{A})=-30\text{W}$$

(发出30W)

图1－8　例1－1

$$P_3=-U_3I_3=-(-4\text{V})\times(4\text{A})=16\text{W}$$

整个电路吸收的功率为

$$\sum_{k=1}^{5}P_k=P_1+P_2+P_3+P_4+P_5=(1+18+16-5-30)\text{W}=0$$

思考与练习

1-2-1 为什么在分析电路时，必须规定电流的参考方向和电压的参考极性？参考方向与实际方向有什么关系？

1-2-2 你能确定图1－2－2电路中电压U_{ab}的实际极性吗？为什么？

1-2-3 求图1－2－3各二端元件的吸收功率。

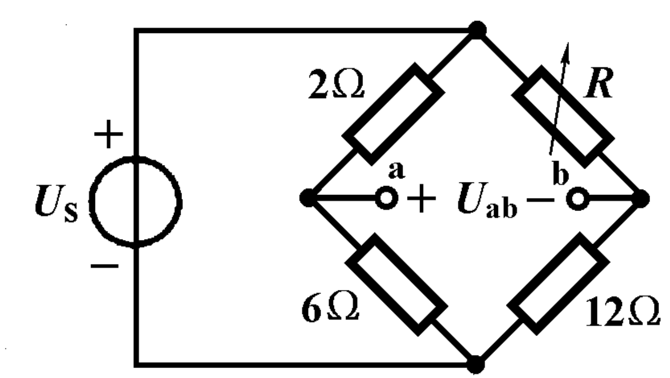


图1－2 －2

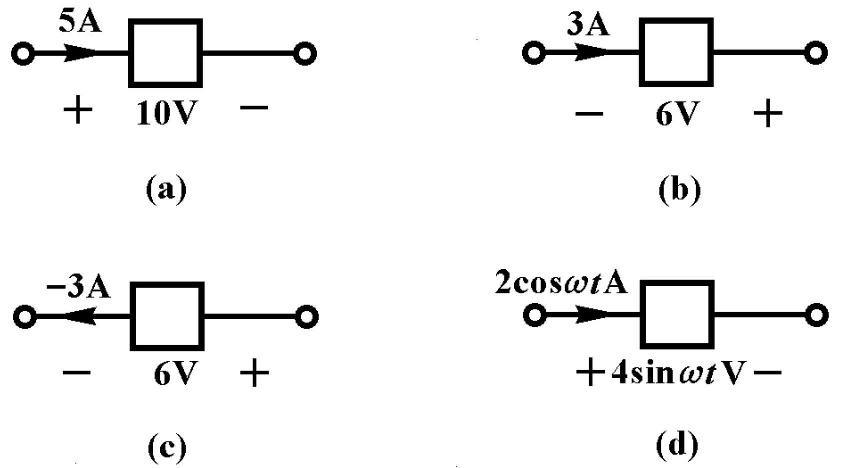


图1－2－3

§1－3 基尔霍夫定律

基尔霍夫定律是任何集总参数电路都适用的基本定律，它包括电流定律和电压定律。基尔霍夫电流定律描述电路中各电流的约束关系，基尔霍夫电压定律描述电路中各电压的约束关系。

一、电路的几个名词

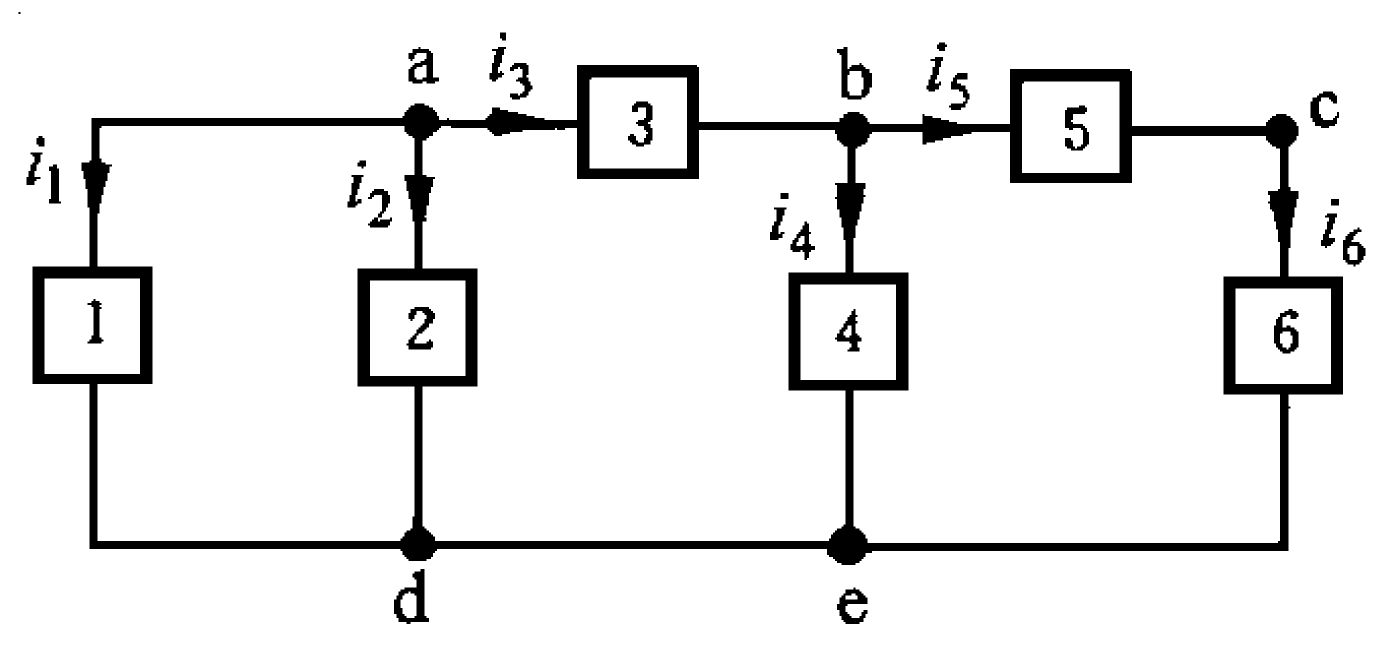
二、基尔霍夫电流定律

三、基尔霍夫电压定律

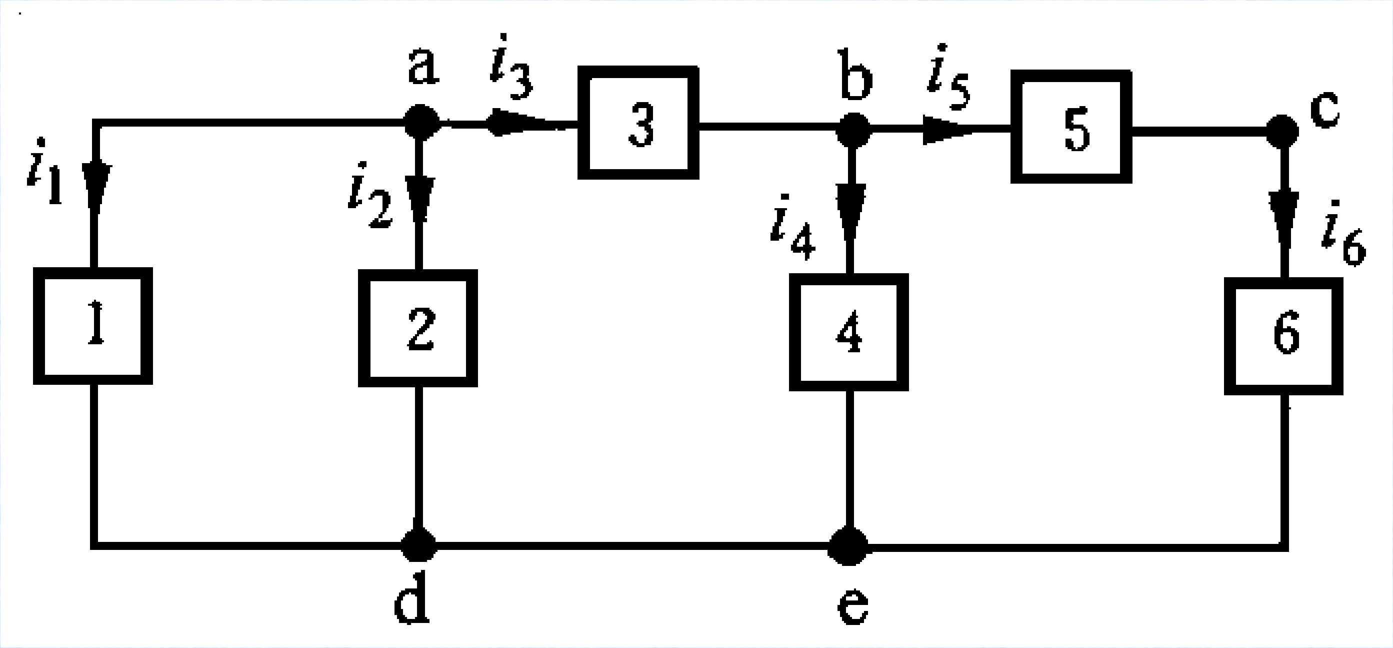
一、电路的几个名词

电路由电路元件相互连接而成。在叙述基尔霍夫定律之前，需要先介绍电路的几个名词。

(1) 支路：一个二端元件视为一条支路，其电流和电压分别称为支路电流和支路电压。下图所示电路共有6条支路。

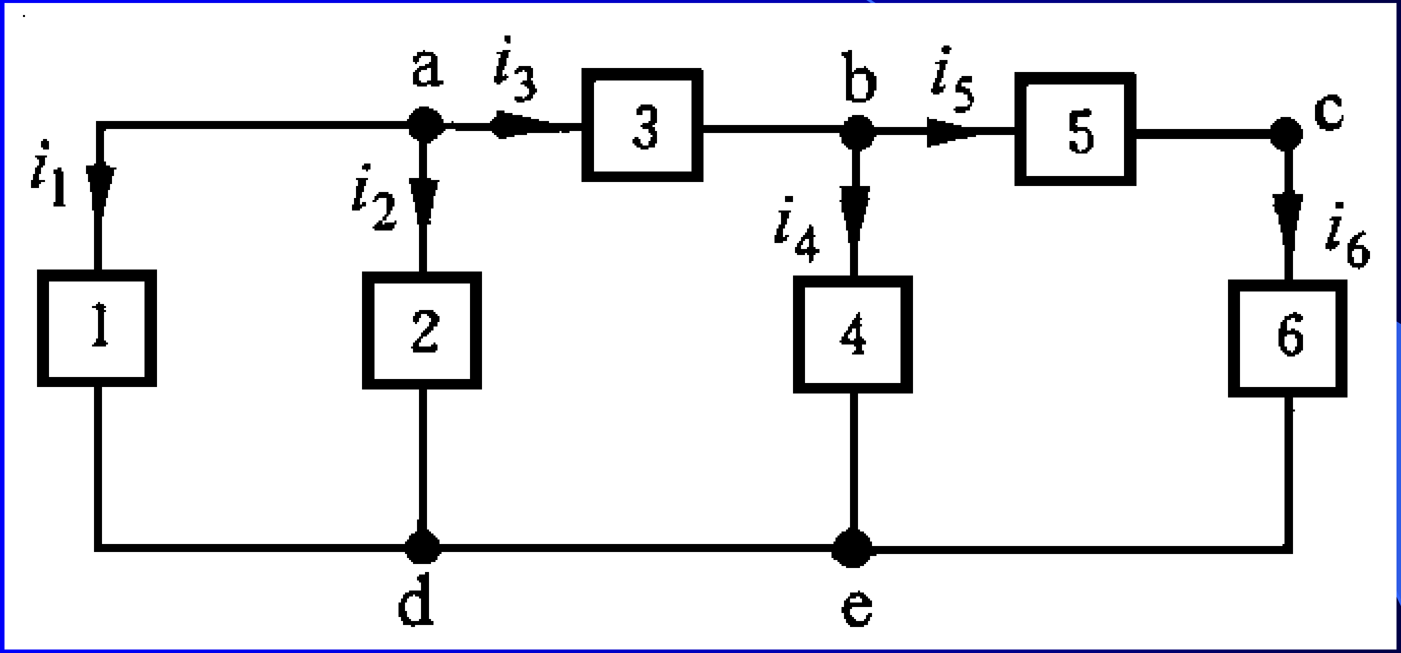


(2) 结点：电路元件的连接点称为结点。



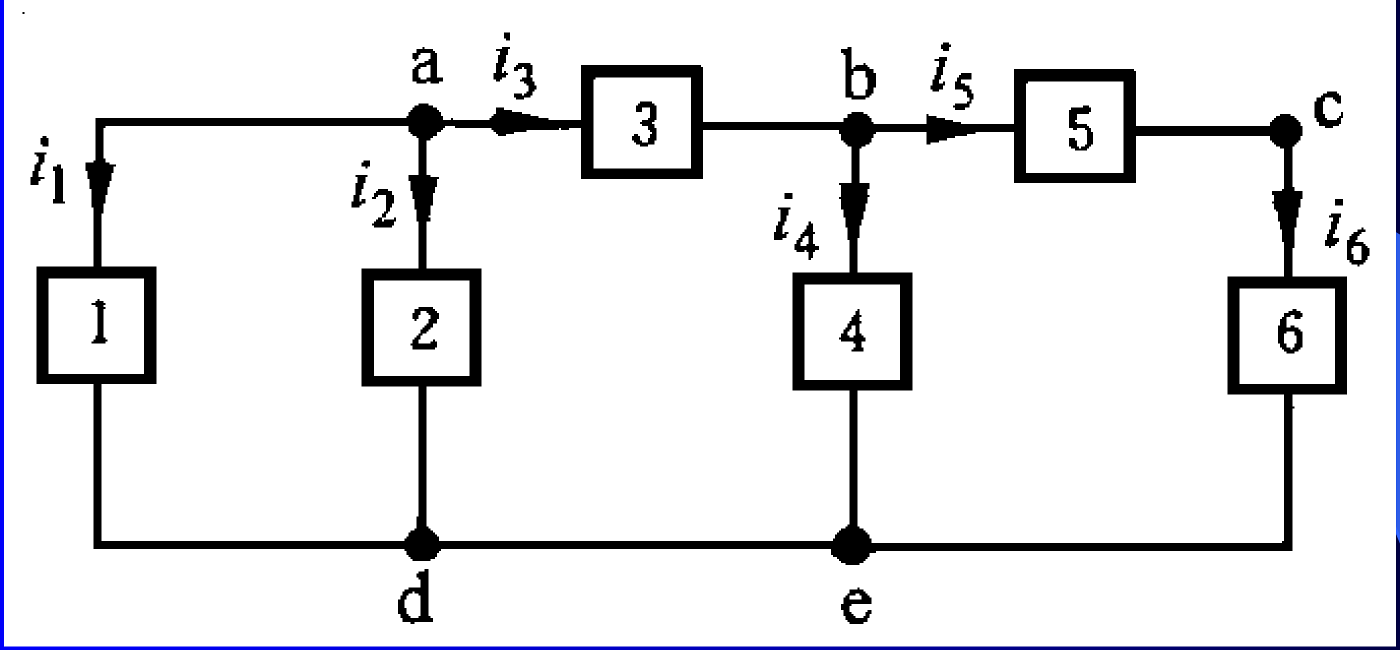
图示电路中，a、b、c点是结点，d点和e点间由理想导线相连，应视为一个结点。该电路共有4个结点。

(3) 回路：由支路组成的闭合路径称为回路。



图示电路中 {1,2}、{1,3,4}、{1,3,5,6}、{2,3,4}、{2,3,5,6}和{4,5,6}都是回路。

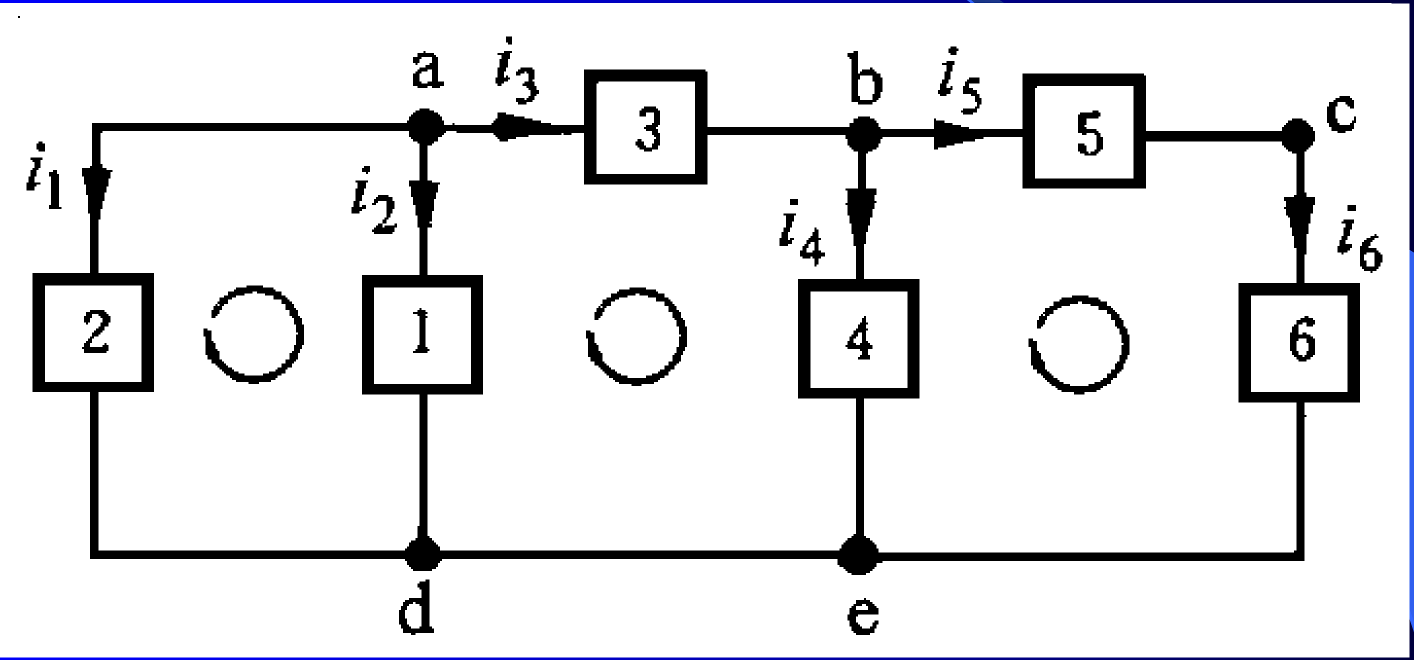
(4) 网孔：将电路画在平面上内部不含有支路的回路，称为网孔。



图示电路中的{1,2}、{2,3,4}和{4,5,6}回路都是网孔。

网孔与平面电路的画法有关，例如将图示电路中的支路1和支路2交换位置，则三个网孔变为

{1,2}、{1,3,4}和{4,5,6}。



{1,2}、{2,3,4}和{4,5,6}是网孔。

注：平面电路是指能够画在一个平面上而没有支路交叉的电路。

二、基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律(Kirchhoff's Current Law),简写为KCL，它陈述为:

对于任何集总参数电路的任一结点，在任一时刻，流出该结点全部支路电流的代数和等于零，其数学表达式为

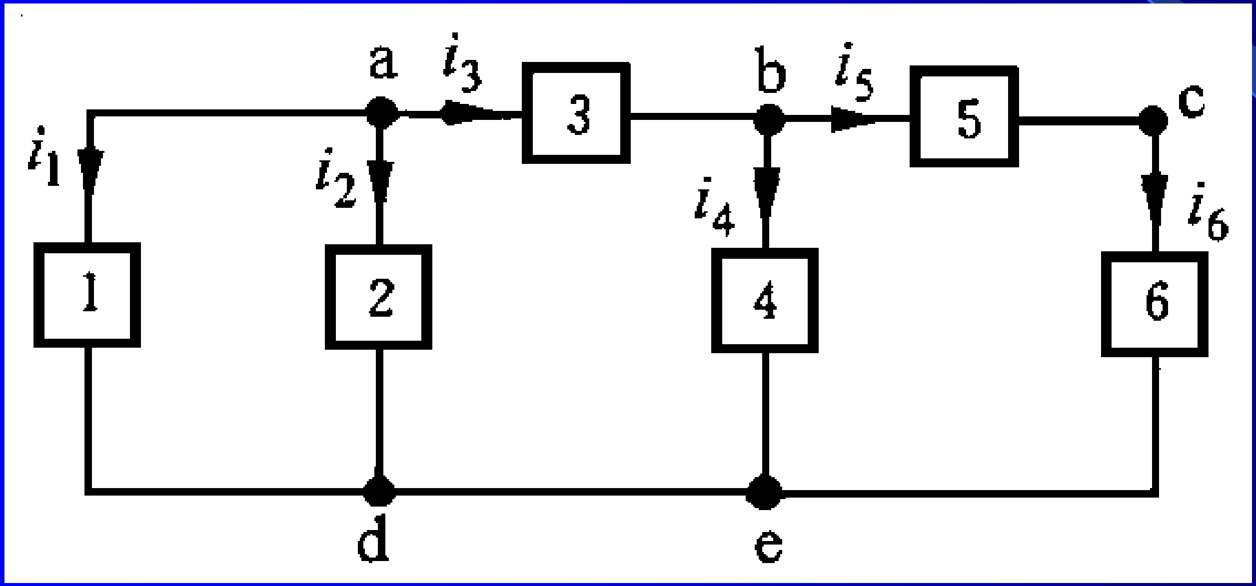
$$\sum i = 0 \qquad (1-9)$$

对电路某结点列写 KCL方程时，流出该结点的支路电流取正号，流入该结点的支路电流取负号。

例如下图所示电路中的 a、b、c、d 4个结点写出的 KCL方程分别为：

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

$$-i_3 + i_4 + i_5 = 0$$

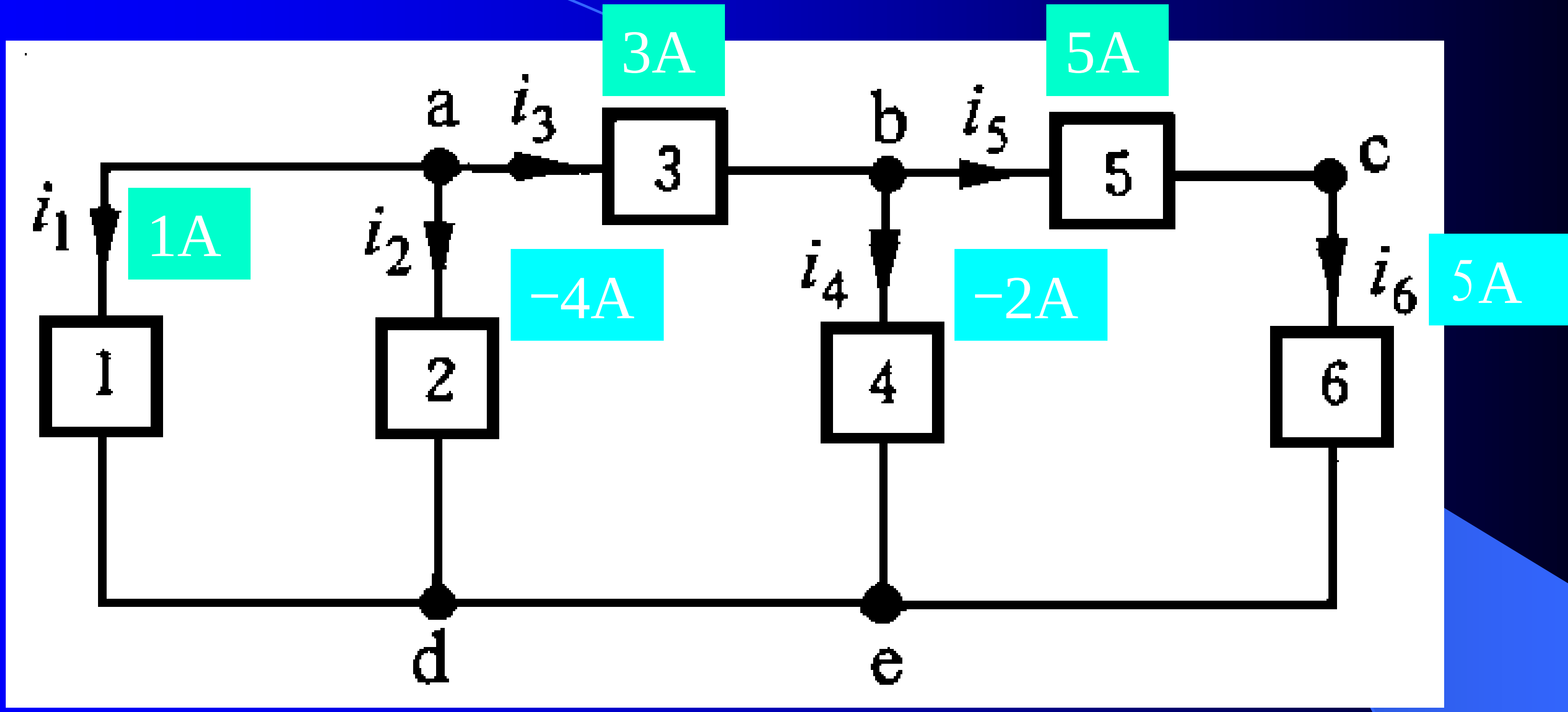


$$-i_5 + i_6 = 0$$

$$-i_1 - i_2 - i_4 - i_6 = 0$$

KCL方程是以支路电流为变量的常系数线性齐次代数方程，它对连接到该结点的各支路电流施加了线性约束。

若已知i_1=1A, i_3=3A和i_5=5A，则由 KCL可求得:



$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \rightarrow i_2 = -i_1 - i_3 = -1\text{A} - 3\text{A} = -4\text{A}$$

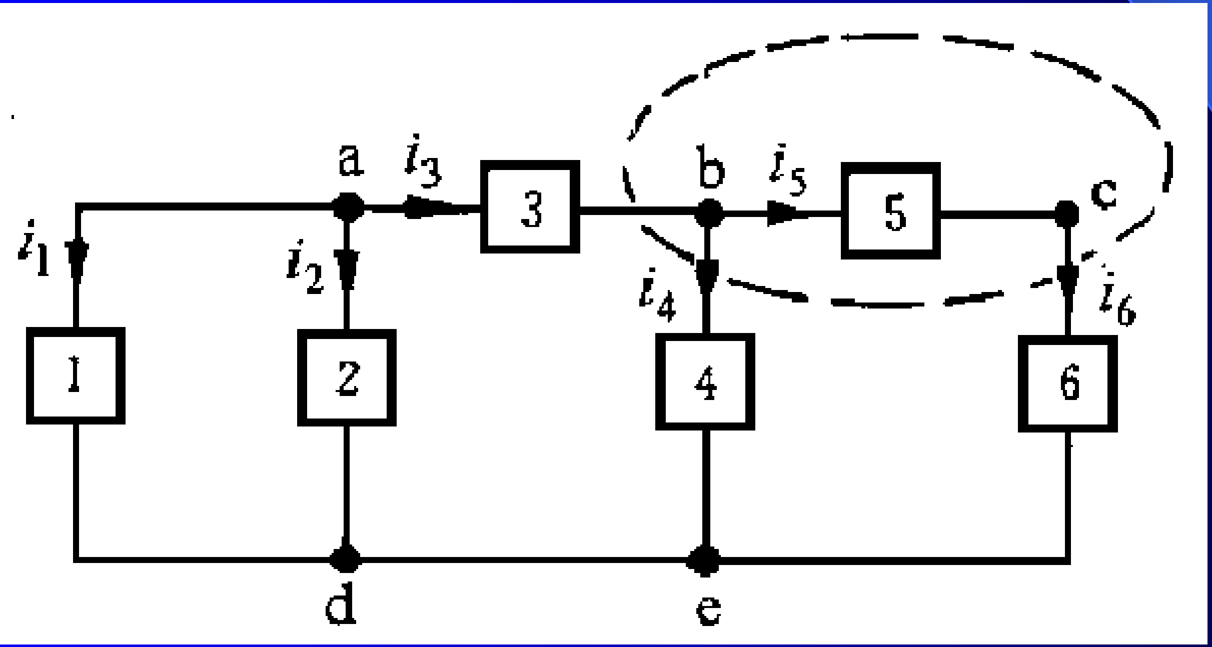
$$-i_3 + i_4 + i_5 = 0 \rightarrow i_4 = i_3 - i_5 = 3\text{A} - 5\text{A} = -2\text{A}$$

$$-i_5 + i_6 = 0 \rightarrow i_6 = i_5 = 5\text{A}$$

此例说明，根据KCL，可以从一些电流求出另一些电流。

KCL不仅适用于结点，也适用于任何假想的封闭面，即流出任一封闭面的全部支路电流的代数和等于零。例如对图示电路中虚线表示的封闭面，写出的KCL方程为

$$-i_3+i_4+i_6=0$$



从以上叙述可见：

KCL的一个重要应用是：根据电路中已知的某些支路电流，求出另外一些支路电流，即

集总参数电路中任一支路电流等于与其连接到同一结点(或封闭面)的其余支路电流的代数和，即

$$\boxed{i_1 = \sum_{k=2}^{m} i_k}$$

流出结点的i_1取正号时，流出结点的i_k取负号。

结点的 KCL方程可以视为封闭面只包围一个结点的特殊情况。根据封闭面 KCL对支路电流的约束关系可以得到：流出(或流入)封闭面的某支路电流，等于流入(或流出)该封闭面的其余支路电流的代数和。由此可以断言：当两个单独的电路只用一条导线相连接时(图1－10)，此导线中的电流必定为零。

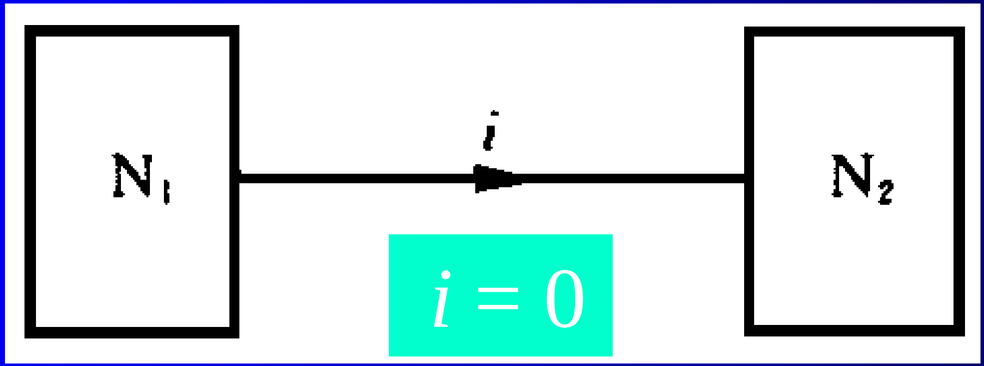


图1－10

在任一时刻，流入任一结点(或封闭面)全部支路电流的代数和等于零，意味着由全部支路电流带入结点(或封闭面)内的总电荷量为零，这说明KCL是电荷守恒定律的体现。

[证明]：在集总假设条件下，节点是理想导体，节点：

(1)不创造电荷，

(2)不消灭电荷，

(3)不积累电荷。

必满足电荷守恒定律，

例有： $i_1 + i_2 + i_3 = \mathrm{d}q/\mathrm{d}t = 0$

流入节点的电流 = 流出节点的电流

几点注意：

①集总电路，

②与元器件性质无关，

③整体电路的约束，

④可推广到割集。

思考与练习

1－3－1 求图 1－3－1电路中的电流*i*.

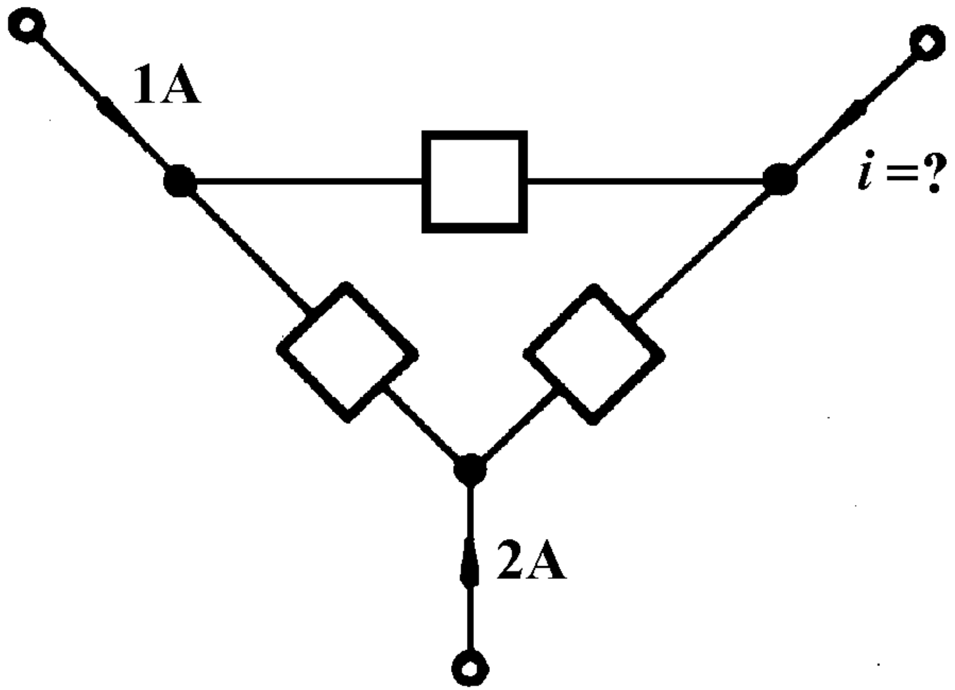


图 1－3－1

$$-i-1A-2A=0 \rightarrow i=-3A$$

三、基尔霍夫电压定律

基尔霍夫电压定律(Kirchhoff's Voltage Law)，简写为KVL，陈述为：

对于任何集总参数电路的任一回路，在任一时刻，沿该回路全部支路电压的代数和等于零，其数学表达式为

$$\sum u = 0 \qquad (1-10)$$

在列写回路KVL方程时，其电压参考方向与回路绕行方向相同的支路电压取正号，与绕行方向相反的支路电压取负号。

例如对图1－11电路的三个回路，沿顺时针方向绕行回路一周，写出的KVL方程为：

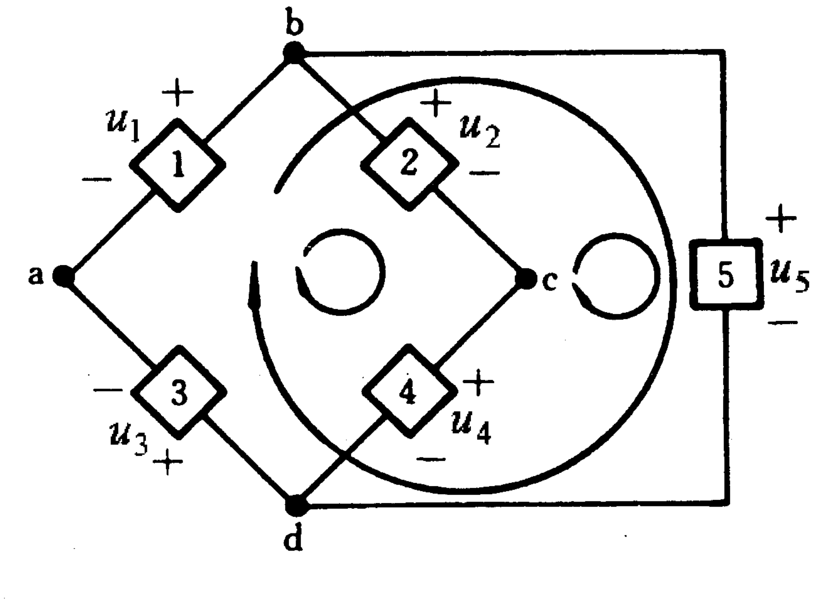


图 1－11　具有 5 条支路和 4 个节点的电路

$$u_2 + u_4 + u_3 - u_1 = 0$$

$$u_5 - u_4 - u_2 = 0$$

$$u_5 + u_3 - u_1 = 0$$

KVL方程是以支路电压为变量的常系数线性齐次代数方程，它对支路电压施加了线性约束。

例如图1－11电路中，若已知u_1=1V, u_2=2V和u_5=5V，则由KVL可求得:

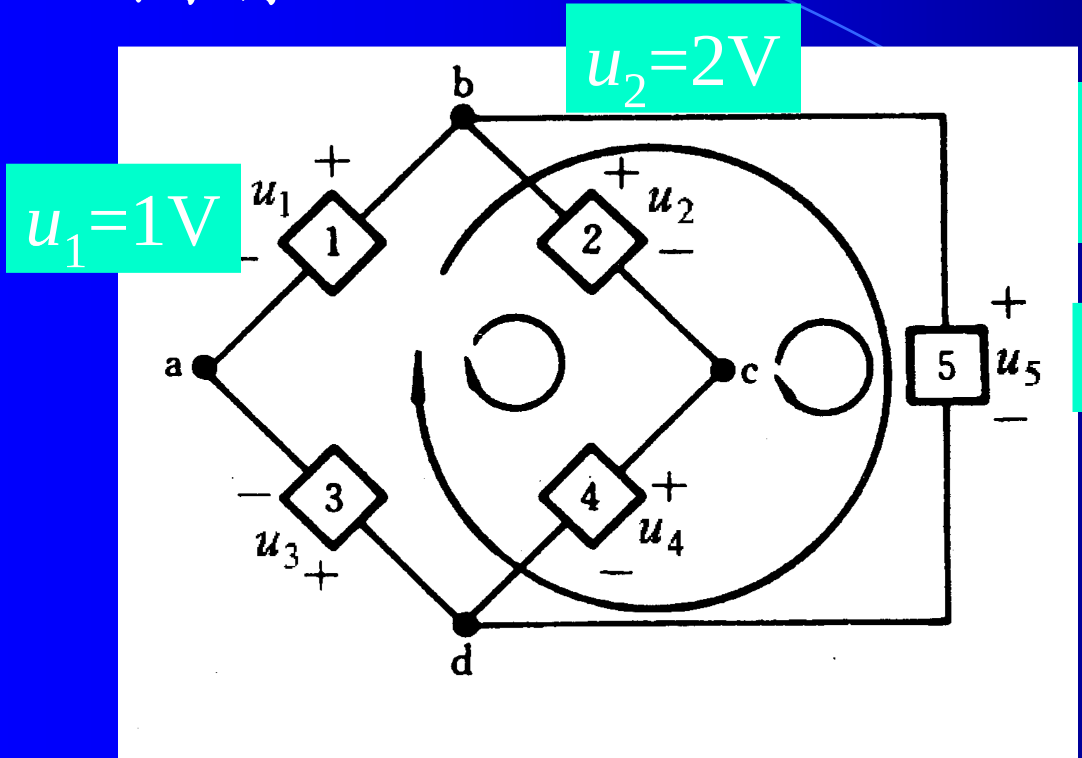


图 1－11　具有 5 条支路和 4 个节点的电路

$$u_5 + u_3 - u_1 = 0$$

$$u_5 - u_4 - u_2 = 0$$

$$u_3 = u_1 - u_5 = 1\text{V} - 5\text{V} = -4\text{V}$$

$$u_4 = -u_2 + u_5 = -2\text{V} + 5\text{V} = 3\text{V}$$

此例说明，根据KVL，可以从一些电压求出另一些电压。

KVL可以从由支路组成的回路，推广到任一闭合的结点序列，即在任一时刻，沿任一闭合结点序列的各段电压(不一定是支路电压)的代数和等于零。对图1－11电路中闭合结点序列abca和abda列出的KVL方程分别为：

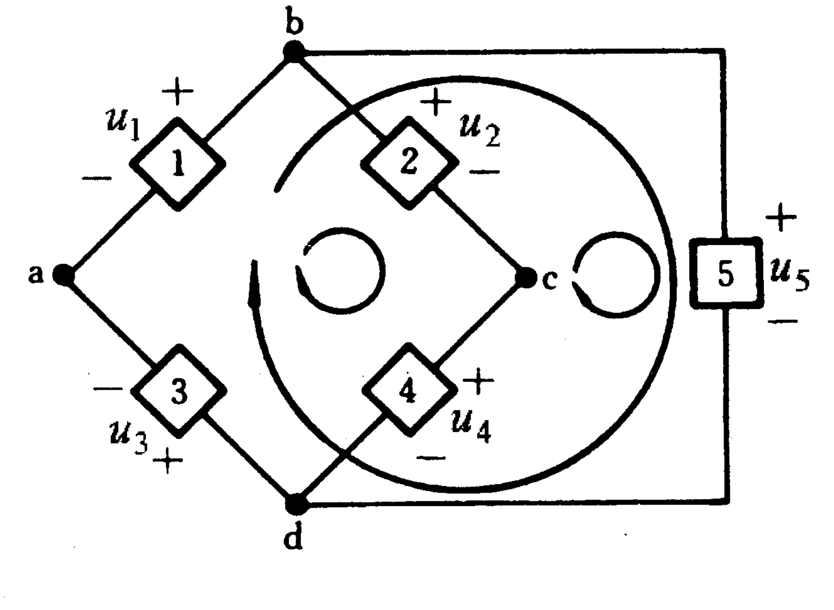


图 1－11　具有 5 条支路和 4 个节点的电路

$$u_{ab}+u_{bc}+u_{ca}=0$$

$$u_{ab}=-u_{ca}-u_{bc}=u_{ac}+u_{cb}$$

$$u_{ab}+u_{bd}+u_{da}=0$$

$$u_{ab}=-u_{da}-u_{bd}=u_{ad}+u_{db}$$

这表明电路中任两结点间电压u_{ab}等于从 a点到 b点的任一路径上各段电压的代数和。

从以上叙述可见:

KVL定律的一个重要应用是：根据电路中已知的某些支路电压，求出另外一些支路电压，即

集总参数电路中任一支路电压等于与其处于同一回路(或闭合路径)的其余支路电压的代数和，即

$$u_1 = \sum_{k=2}^{m} u_k$$

或集总参数电路中任两结点间电压u_{ab}等于从a点到b点的任一路径上各段电压的代数和，即

$$u_{ab} = u_{ac} + u_{cd} + ... + u_{ij} + u_{jb}$$

由支路组成的回路可以视为闭合结点序列的特殊情况。沿电路任一闭合路径(回路或闭合结点序列)各段电压代数和等于零，意味着单位正电荷沿任一闭合路径移动时能量不能改变，这表明KVL是能量守恒定律的体现。

综上所述，可以看到：

(l) KCL对电路中任一结点(或封闭面)的各支路电流施加了线性约束。

(2) KVL对电路中任一回路(或闭合结点序列)的各支路电压施加了线性约束。

(3) KCL和KVL适用于任何集总参数电路、与电路元件的性质无关。

回路绕行方向

同（+），反（－）。（人为规定）

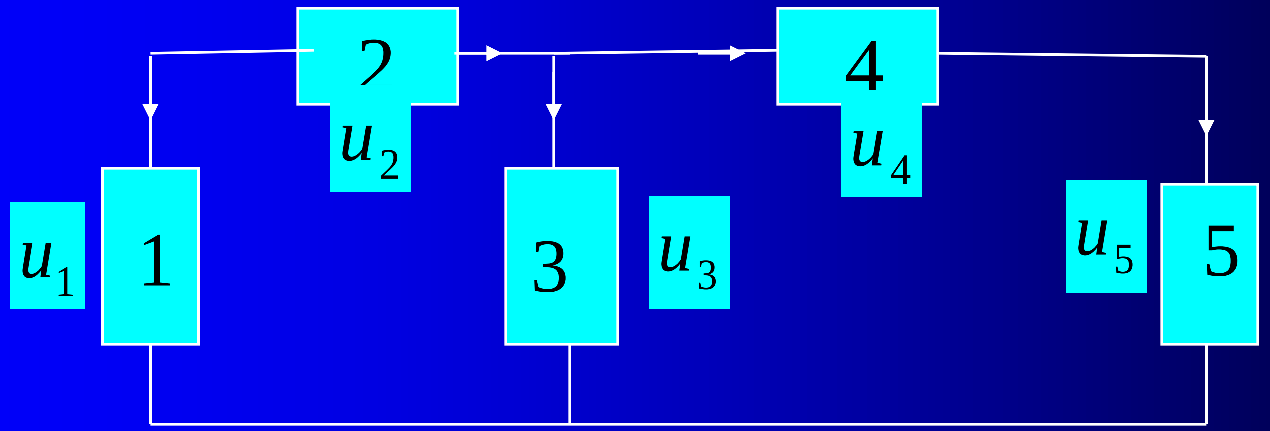
例：已知：$u_1 = 10V$，$u_2 = 6V$, $u_4 = -3V$

求：$u_3 = ?$ $u_5 = ?$

解：据KVL，回路1有：$-u_1 + u_2 + u_3 = 0$

$$u_3 = u_1 - u_2$$

$$u_3 = 10 - 6 = 4\ (V)$$



又据KVL，有：

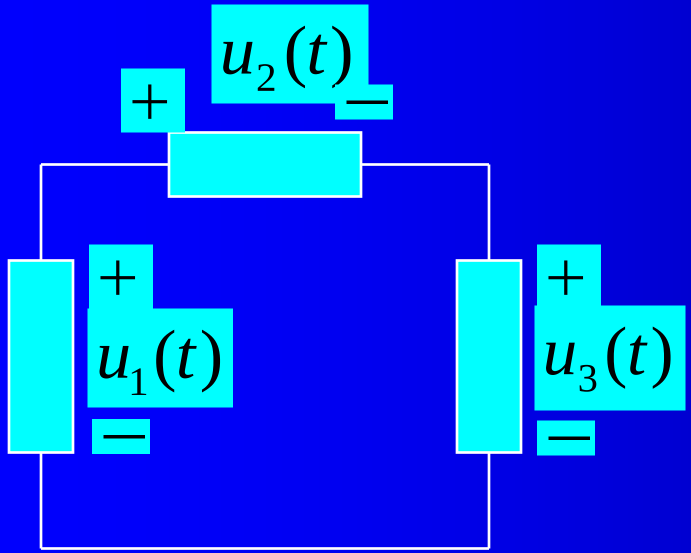
$$-u_3+u_4+u_5=0$$

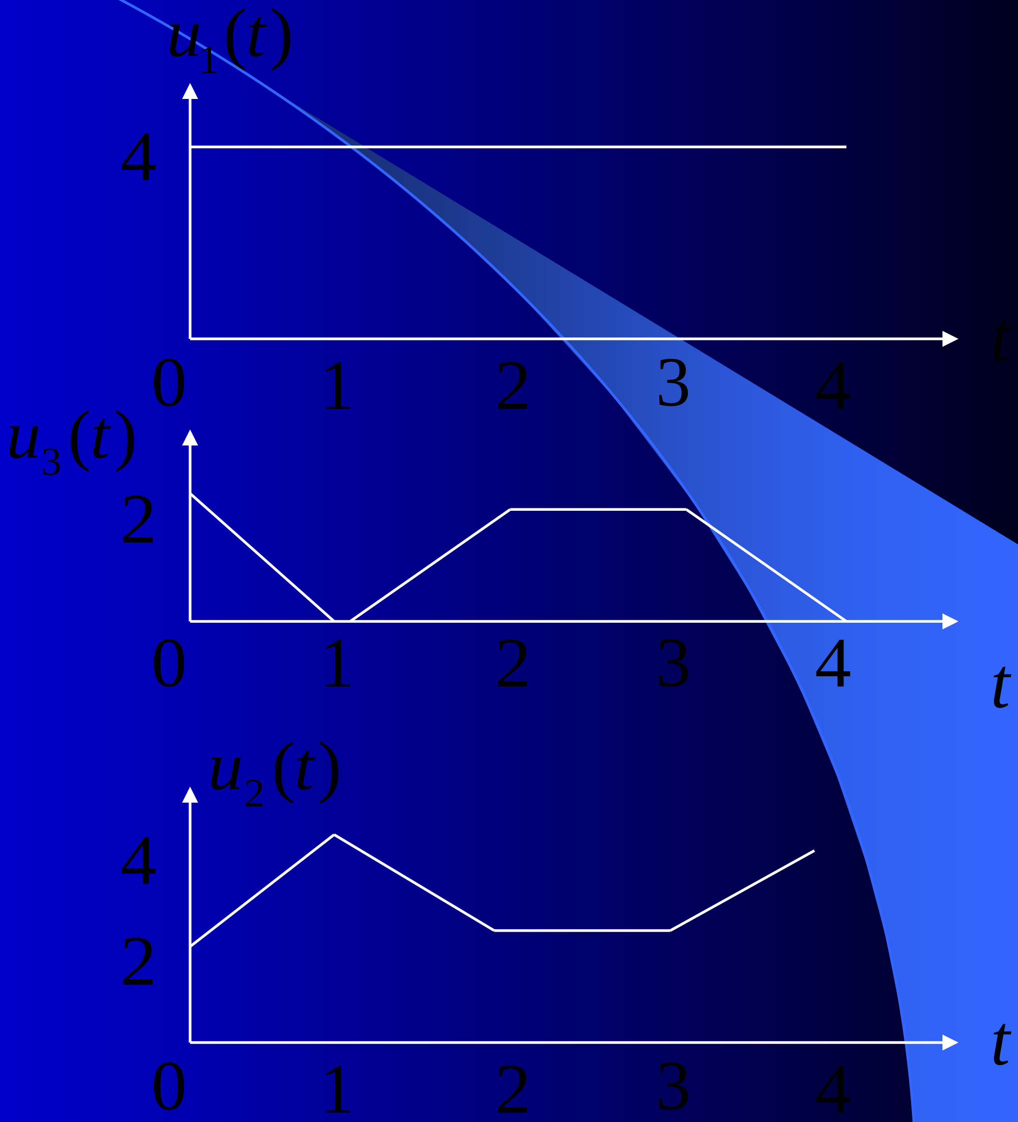
$$u_5=u_3-u_4=4-(-3)=7\ (\mathrm{V})$$。

例： 已知： u_1(t)， u_3(t) 如图所示。

求： $u_2(t) = ?$

解：如图



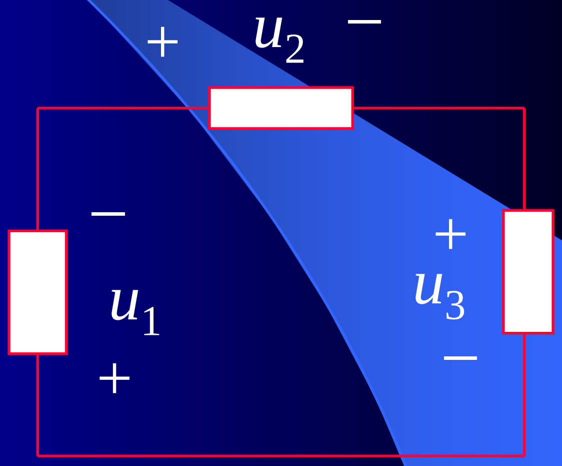


[证明]：(严格证明，需要特勒根定理)

我们在此用一个单回路为例证明其成立。

如图所示，

据功率平衡，有：



$$u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3 = 0$$

据KCL，有：

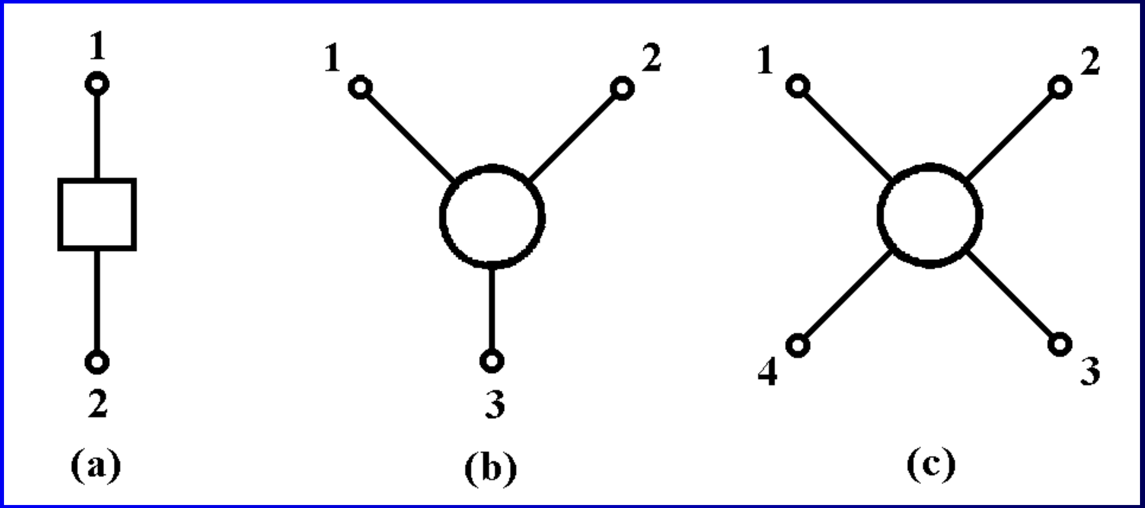
$$i_1 = i_2 = i_3 = i$$

故： $(u_1 + u_2 + u_3)\, i = 0$

$$i \neq 0，u_1 + u_2 + u_3 = 0。$$

§1－4 电阻元件

集总参数电路(模型)由电路元件连接而成。电路元件是为建立实际电气器件的模型而提出的一种理想元件，它们都有精确的定义。按电路元件与外电路连接端点的数目，电路元件可分为二端元件、三端元件、四端元件等。本节先介绍一种常用的二端电阻元件。



(a) 二端元件　(b) 三端元件　(c) 四端元件

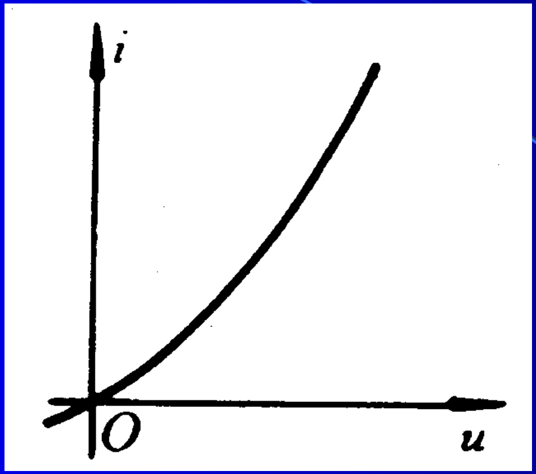
常用的各种二端电阻器件

一、二端电阻

在物理课中学过的遵从欧姆定律的电阻，是一种最常用的线性电阻元件(简称电阻)。随着电子技术的发展和电路分析的需要，有必要将线性电阻的概念加以扩展，提出电阻元件的一般定义。

如果一个二端元件在任一时刻的电压*u*与其电流 *i* 的关系，由*u-i*平面上一条曲线确定，则此二端元件称为二端电阻元件，其数学表达式为

$$f(u,i)=0 \qquad (1-14)$$



这条曲线称为电阻的特性曲线。它表明了电阻电压与电流间的约束关系(Voltage Current Relationship，简称为VCR)。

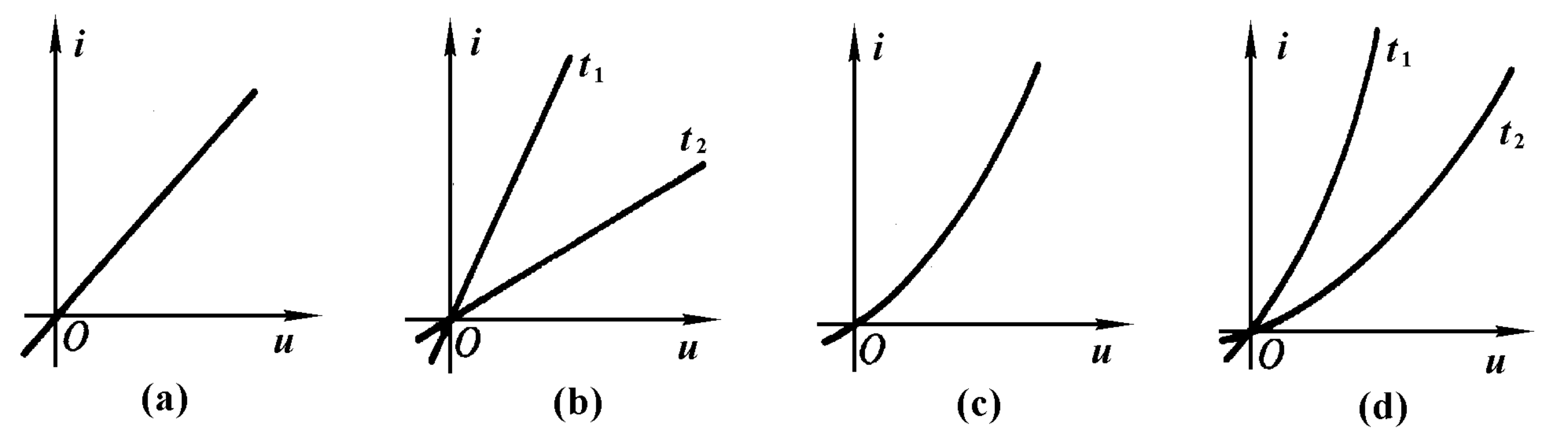
电阻的分类:

1. 线性电阻与非线性电阻

其特性曲线为通过坐标原点直线的电阻，称为线性电阻；否则称为非线性电阻。

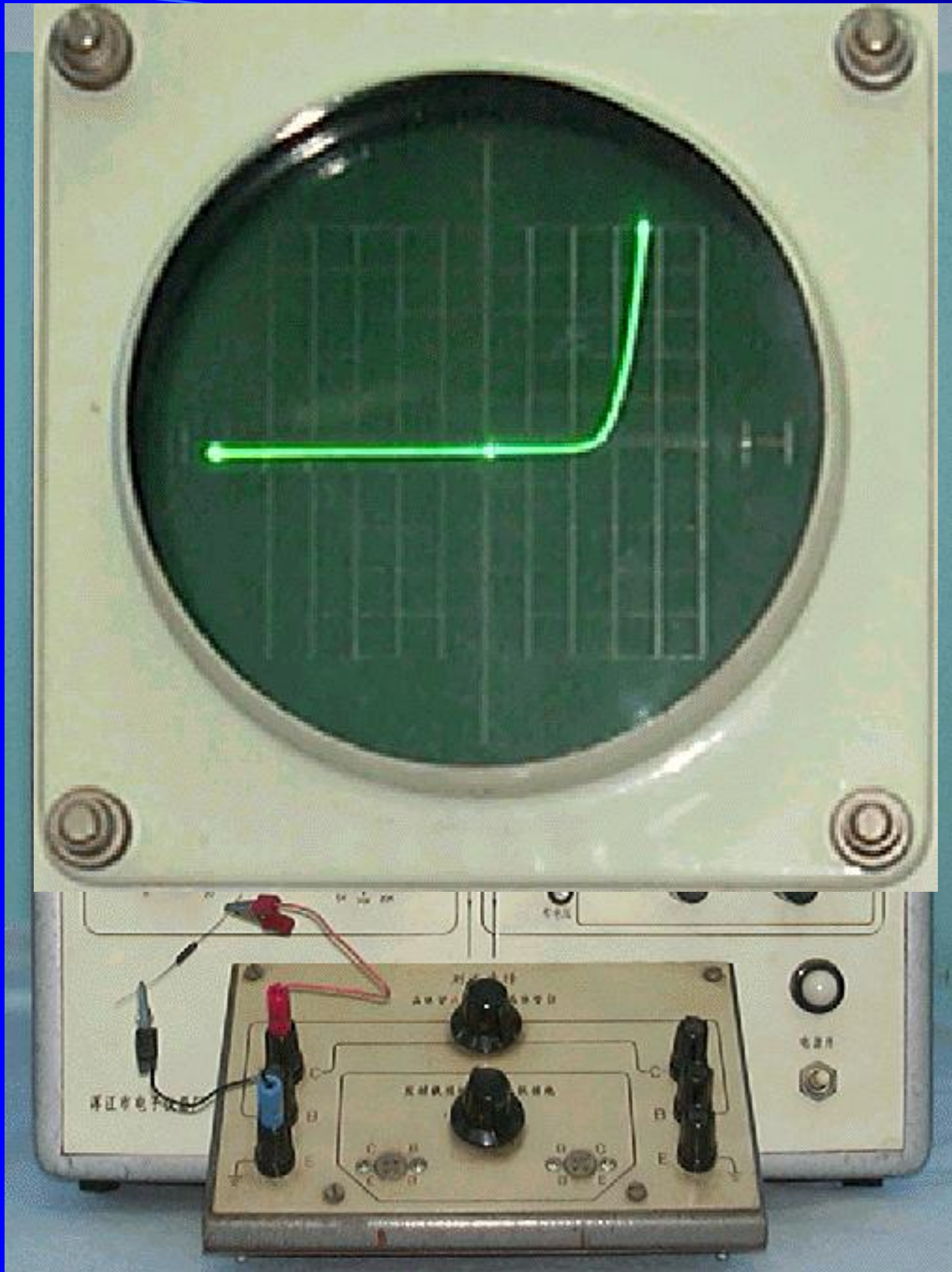
2. 时变电阻与时不变电阻

其特性曲线随时间变化的电阻，称为时变电阻；否则称为时不变电阻或定常电阻。

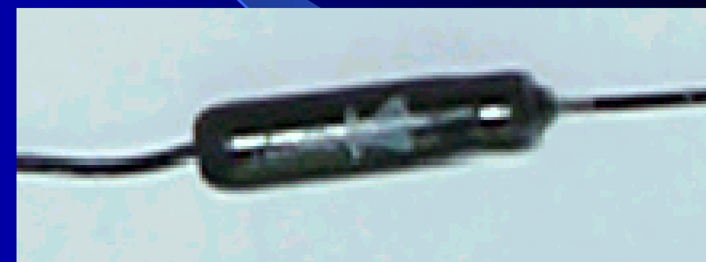


a) 线性时不变电阻　　b)线性时变电阻

c)非线性时不变电阻　　d)非线性时变电阻



用晶体管特性图示器测量晶体二极管的电压电流关系。

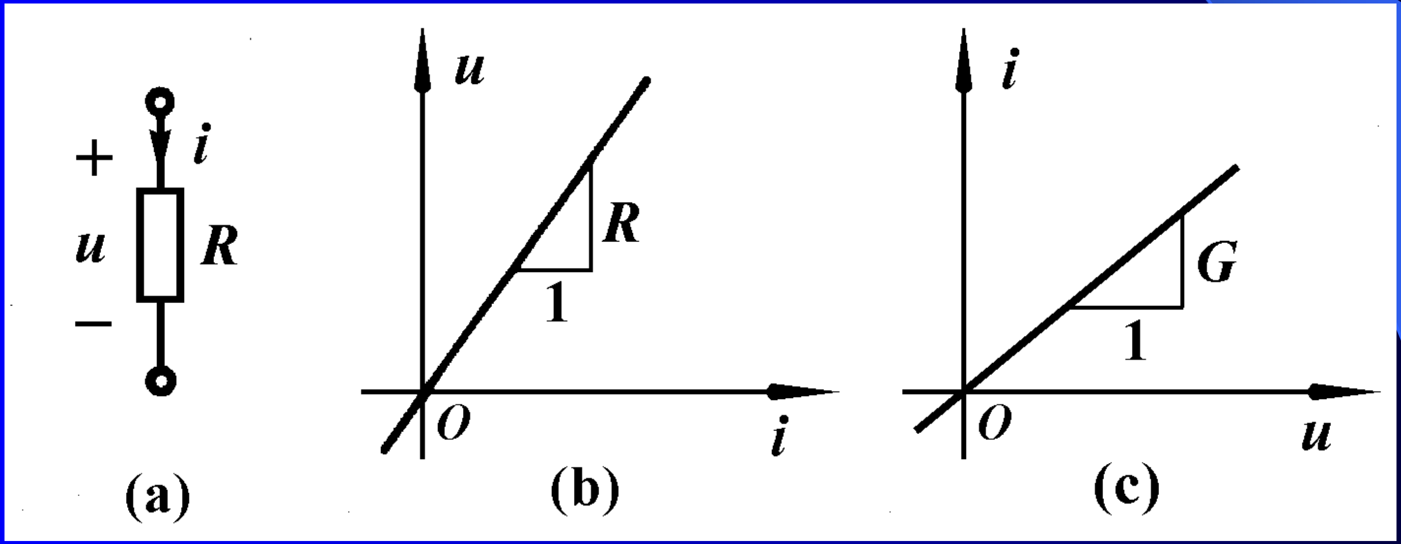


实验表明:

在低频工作条件下，晶体二极管的电压电流关系是*ui*平面上通过坐标原点的一条曲线。

二、线性电阻

线性时不变电阻的特性曲线是通过u-i平面(或i-u平面)原点的一条不随时间变化的直线。如图所示。



线性时不变电阻的电压电流关系由欧姆定律描述，其数学表达式为

$$u = Ri \qquad (1-15)$$

或

$$i = Gu \qquad (1-16)$$

式中 R 称为电阻，其 SI单位为欧[姆](Ω)

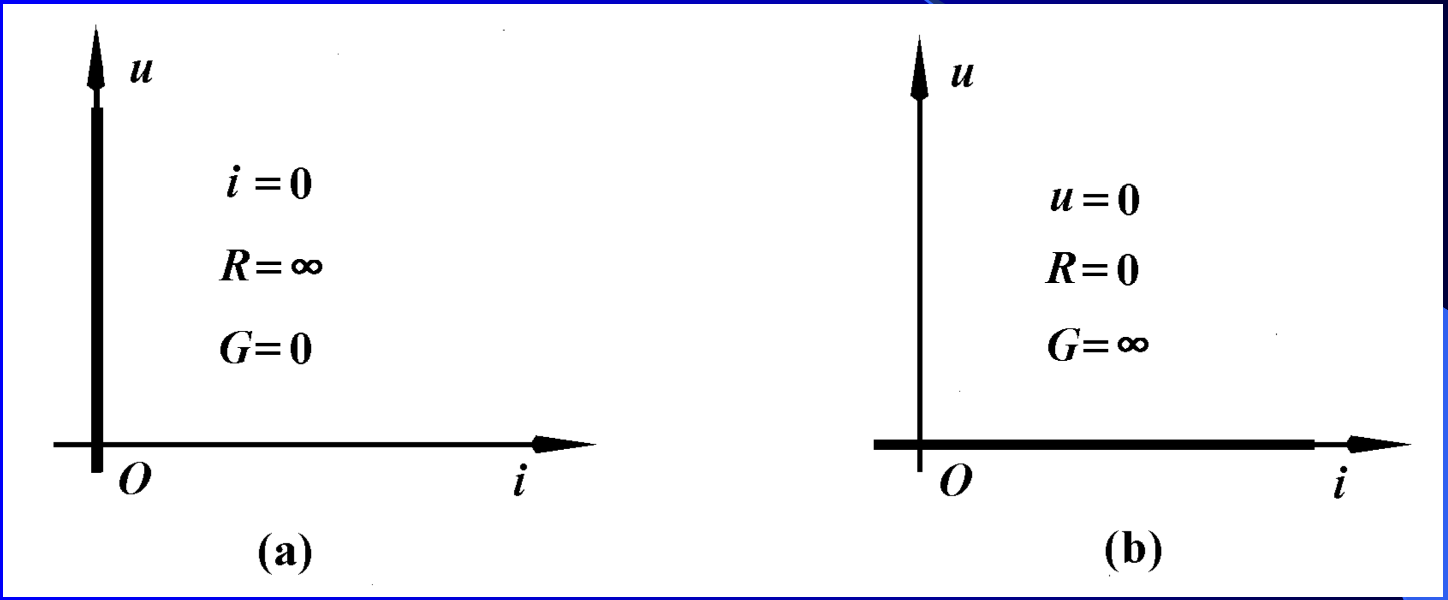
G 称为电导，其 SI单位为西[门子](S)

用晶体管特性图示器测量二端电阻器的电压电流关系。

实验表明:

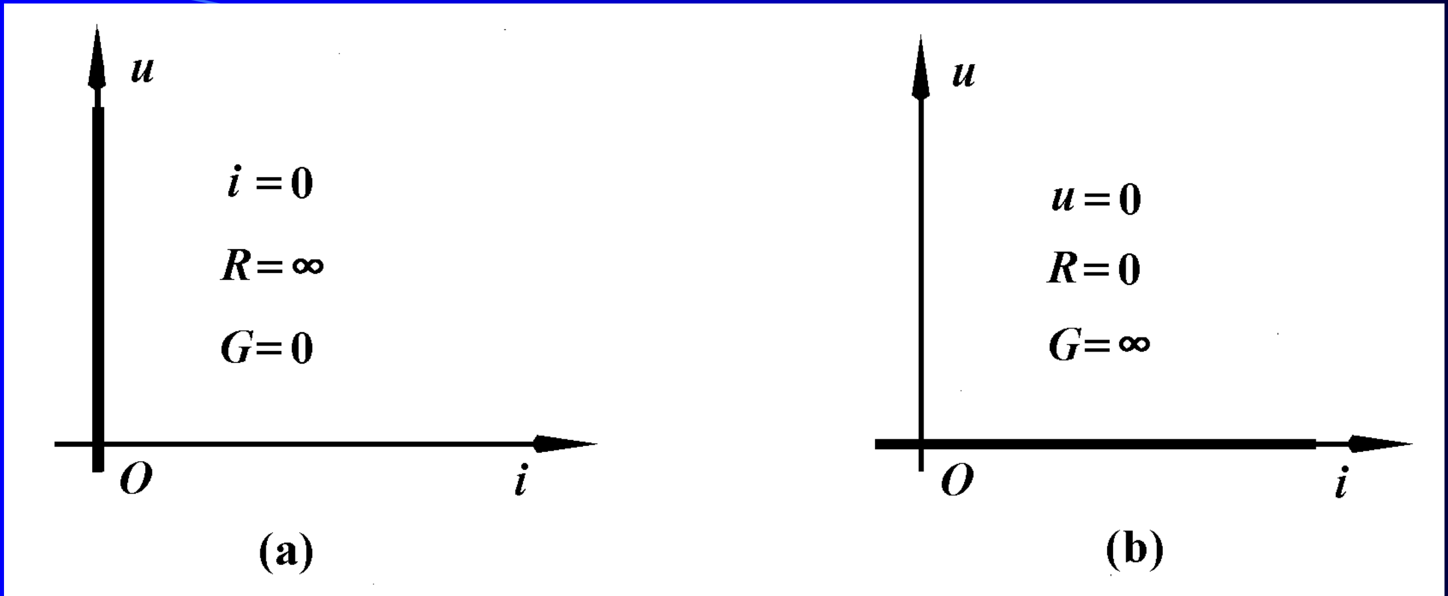
在低频工作条件下，电阻器的电压电流关系是*ui*平面上通过坐标原点的一条直线。

线性电阻有两种值得注意的特殊情况——开路和短路。



(a)开路的电压电流关系曲线。

(b)短路的电压电流关系曲线。



其电压无论为何值，电流恒等于零的二端电阻，称为开路。开路的特性曲线与u轴重合，是R=∞或G =0的特殊情况[图(a)]。

其电流无论为何值，电压恒等于零的二端电阻，称为短路。短路的特性曲线与i轴重合，是 R=0 或G =∞的特殊情况[图(b)]。

线性时不变电阻吸收的功率为

$$p = ui = Ri^2 = Gu^2$$

当 $R>0$ (或$G>0$)时，$p\geq 0$，这表明*正电阻总是吸收功率，不可能发出功率*。当$R<0$ (或$G<0$)时，$p\leq 0$，这表明*负电阻可以发出功率*。

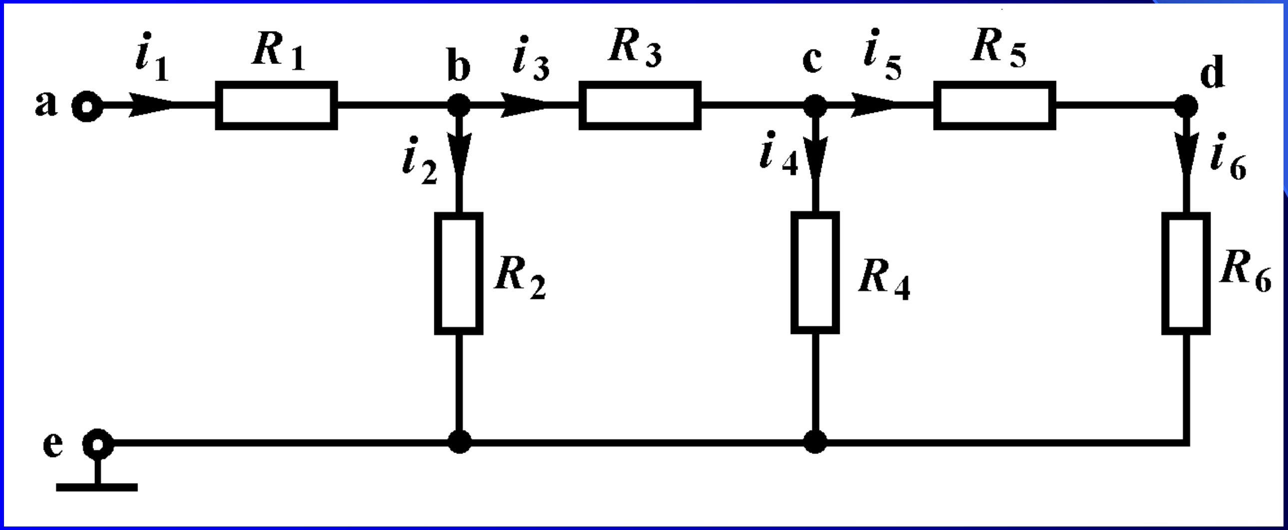
有源电阻和无源电阻:

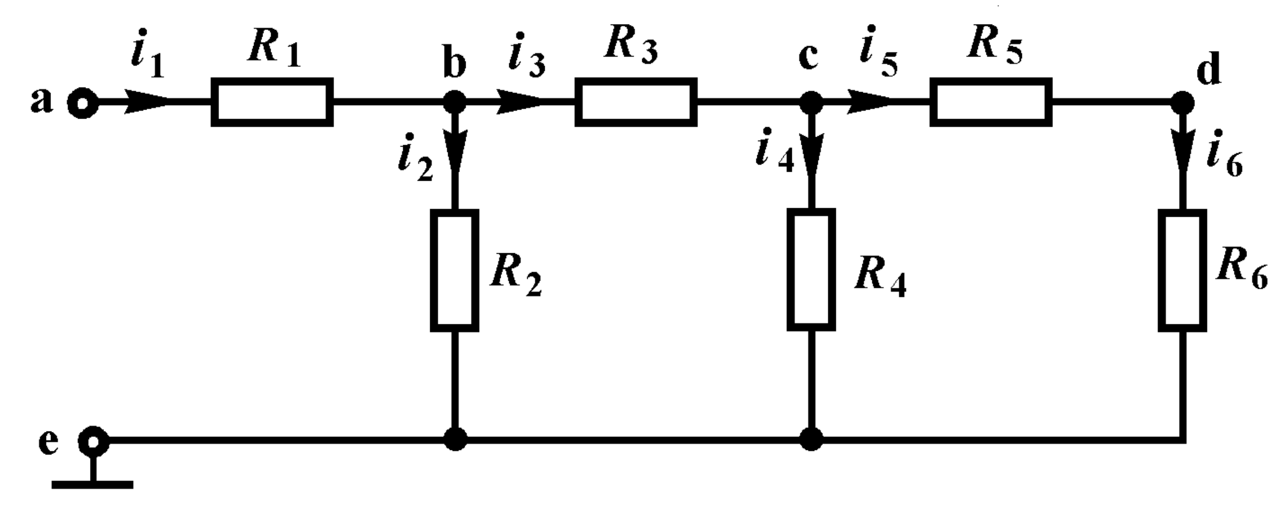
从电阻元件能否发出功率的角度出发，可以把电阻分为无源电阻和有源电阻。线性正电阻是无源电阻；线性负电阻是有源电阻。

一般来说，其特性曲线落入闭合的一、三象限的电阻，称为无源电阻。如果一个电阻不是无源电阻，就称为有源电阻。

例l-2 图示电路中，已知R_1=12Ω, R_2=8Ω, R_3=6Ω, R_4=4Ω, R_5=3Ω, R_6=1Ω 和i_6=1A。

试求 a、b、c、d各点的电位和各电阻的吸收功率。





$$v_{\mathrm{d}} = u_{\mathrm{de}} = R_6 i_6 = 1\Omega \times 1\mathrm{A} = 1\mathrm{V}$$

$$i_5 = i_6 = 1\mathrm{A}$$

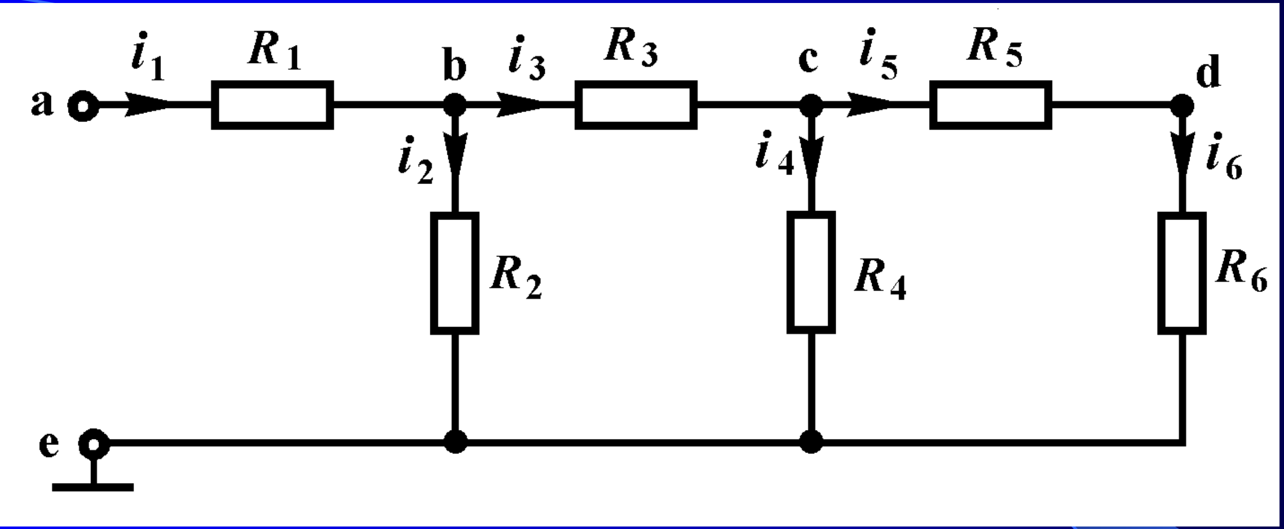
$$v_{\mathrm{c}} = u_{\mathrm{ce}} = u_{\mathrm{cd}} + u_{\mathrm{de}} = R_5 i_5 + v_{\mathrm{d}} = 3\Omega \times 1\mathrm{A} + 1\mathrm{V} = 4\mathrm{V}$$

$$i_3 = i_4 + i_5 = u_{\mathrm{ce}} / R_4 + i_5 = 4\mathrm{V} / 4\Omega + 1\mathrm{A} = 2\mathrm{A}$$

$$v_{\mathrm{b}} = u_{\mathrm{bc}} + u_{\mathrm{ce}} = R_3 i_3 + v_{\mathrm{c}} = 6\Omega \times 2\mathrm{A} + 4\mathrm{V} = 16\mathrm{V}$$

$$i_1 = i_2 + i_3 = u_{\mathrm{be}} / R_2 + i_3 = 16\mathrm{V} / 8\Omega + 2\mathrm{A} = 4\mathrm{A}$$

$$v_a = u_{ab} + u_{be} = R_1 i_1 + v_b = 12\Omega \times 4\mathrm{A} + 16\mathrm{V} = 64\mathrm{V}$$



$$p_1 = R_1 i_1^2 = 12 \times 4^2\,\mathrm{W} = 192\mathrm{W}$$

$$p_2 = R_2 i_2^2 = 8 \times 2^2\,\mathrm{W} = 32\mathrm{W}$$

$$p_3 = R_3 i_3^2 = 6 \times 2^2\,\mathrm{W} = 24\mathrm{W}$$

$$p_4 = R_4 i_4^2 = 4 \times 1^2\,\mathrm{W} = 4\mathrm{W}$$

$$p_5 = R_5 i_5^2 = 3 \times 1^2\,\mathrm{W} = 3\mathrm{W}$$

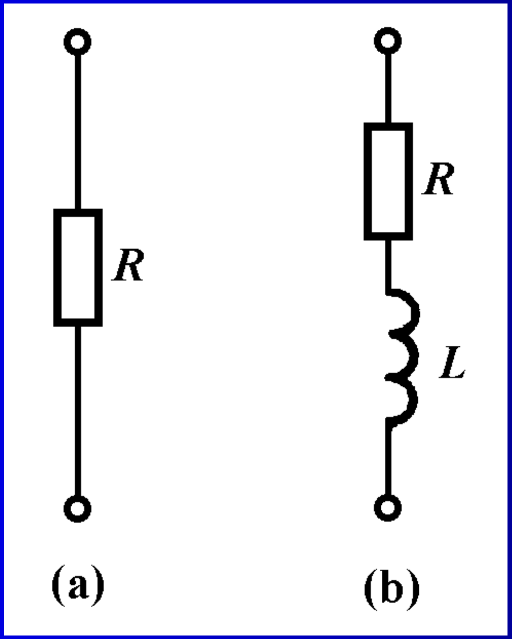
$$p_6 = R_6 i_6^2 = 1 \times 1^2\,\mathrm{W} = 1\mathrm{W}$$

三、线性电阻元件与电阻器

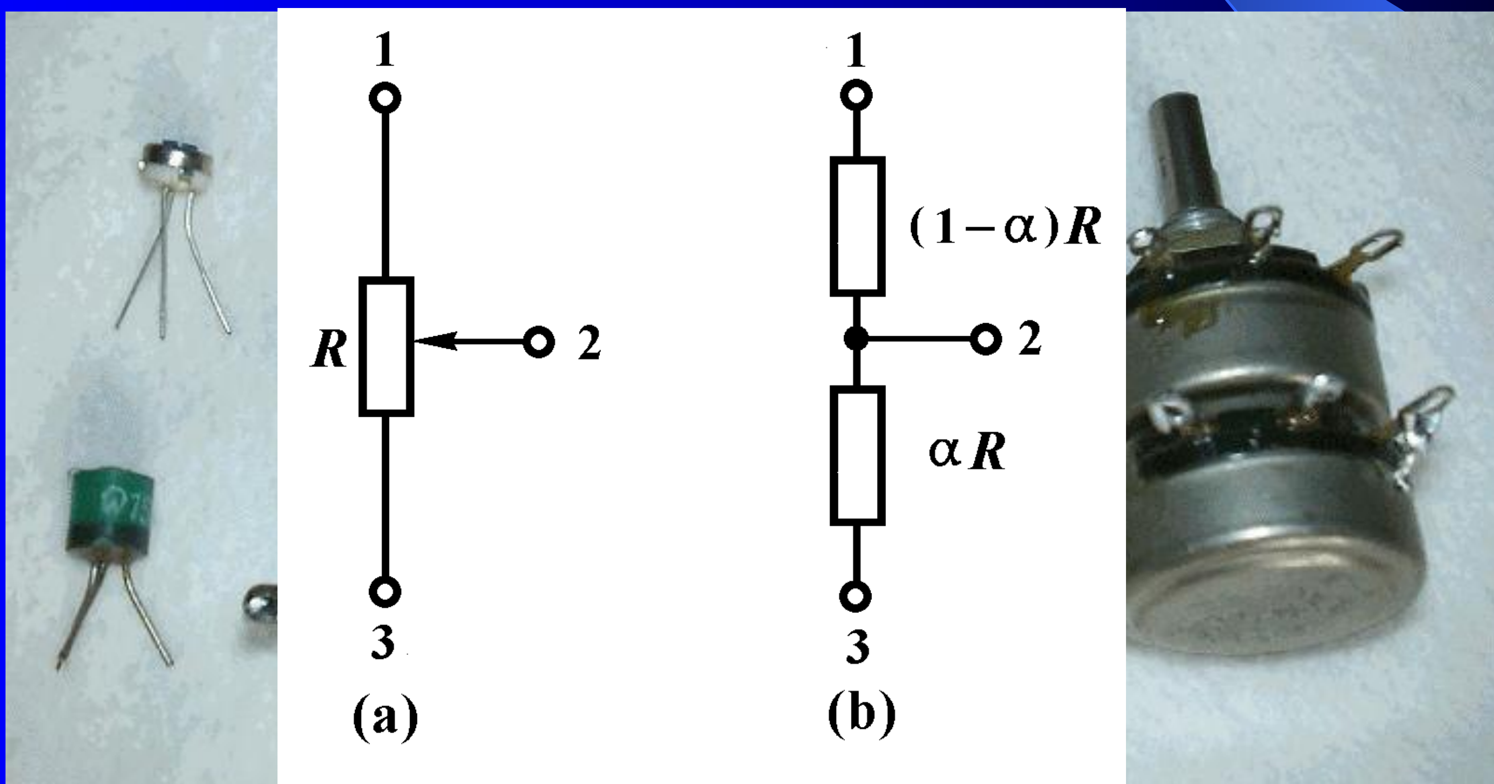
线性电阻元件是由实际电阻器抽象出来的理想化模型，常用来模拟各种电阻器和其它电阻性器件。

以电阻丝绕成的线绕电阻器为例，当电流通过这类电阻器时，除了克服电阻所产生的正比于电流的电压外，交变电流产生的交变磁场还会在电阻器上产生感应电压。

因此，当线绕电阻器工作在直流条件下，可用一个线性电阻来模拟[图(a)]，而工作在交流条件下，有时需用一个电阻与电感串联来模拟[图(b)]。



在电子设备中使用的碳膜电位器、实心电位器和线绕电位器是一种三端电阻器件，它有一个滑动接触端和两个固定端[图(a)]。在直流和低频工作时，电位器可用两个可变电阻串联来模拟[图(b)]。电位器的滑动端和任一固定端间的电阻值，可以从零到标称值间连续变化，可作为可变电阻器使用。



§1－5　独立电压源和独立电流源

电路中的耗能器件或装置有电流流动时，会不断消耗能量，电路中必须有提供能量的器件或装置——电源。常用的直流电源有干电池、蓄电池、直流发电机、直流稳压电源和直流稳流电源等。常用的交流电源有电力系统提供的正弦交流电源、交流稳压电源和产生多种波形的各种信号发生器等。为了得到各种实际电源的电路模型，定义两种理想的电路元件——独立电压源和独立电流源。

常用的干电池和可充电电池

实验室使用的直流稳压电源

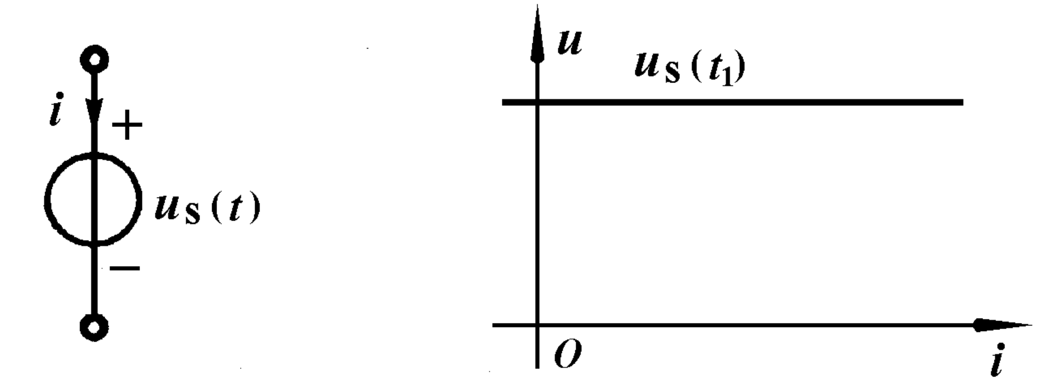
示波器

稳压电源

用示波器观测直流稳压电源的电压随时间变化的波形。

一、独立电压源

如果一个二端元件的电流无论为何值，其电压保持常量U_S或按给定的时间函数$u_S(t)$变化，则此二端元件称为独立电压源，简称为电压源。电压源的符号如图(a)所示，图中“+”，“-”号表示电压源电压的参考极性。



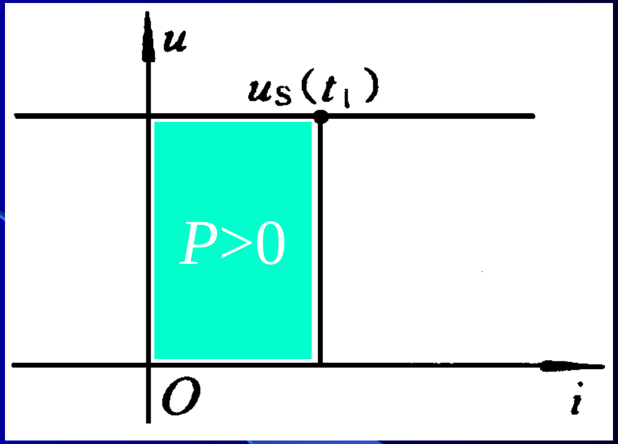
(a) (b)

电压保持常量的电压源，称为**恒定电压源**或**直流电压源**。电压随时间变化的电压源，称为**时变电压源**。电压随时间周期性变化且平均值为零的时变电压源，称为**交流电压源**。

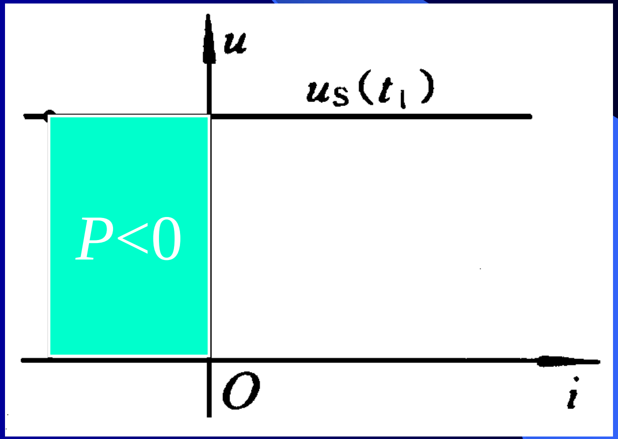
电压源的电压与电流采用关联参考方向时，其吸收功率为

$$\boxed{p=ui}$$

当$p>0$，即电压源工作在i-u平面的一、三象限时，电压源实际吸收功率。



当$p<0$，即电压源工作在i-u平面的二、四象限时，电压源实际发出功率。

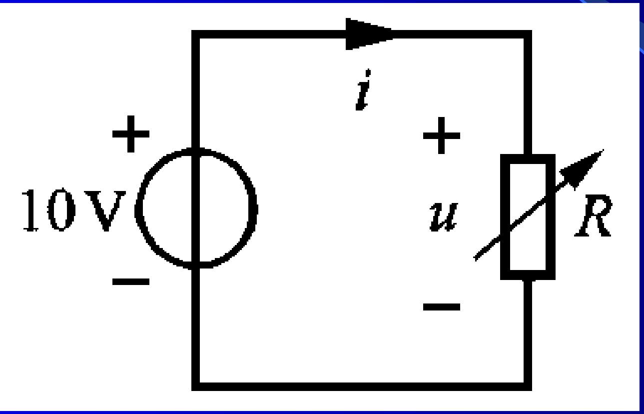


也就是说，随着电压源工作状态的不同，它既可发出功率，也可吸收功率。

独立电压源的特点是其端电压由其特性确定，与电压源在电路中的位置无关。

独立电压源的电流则与其连接的外电路有关。由其电压和外电路共同确定。

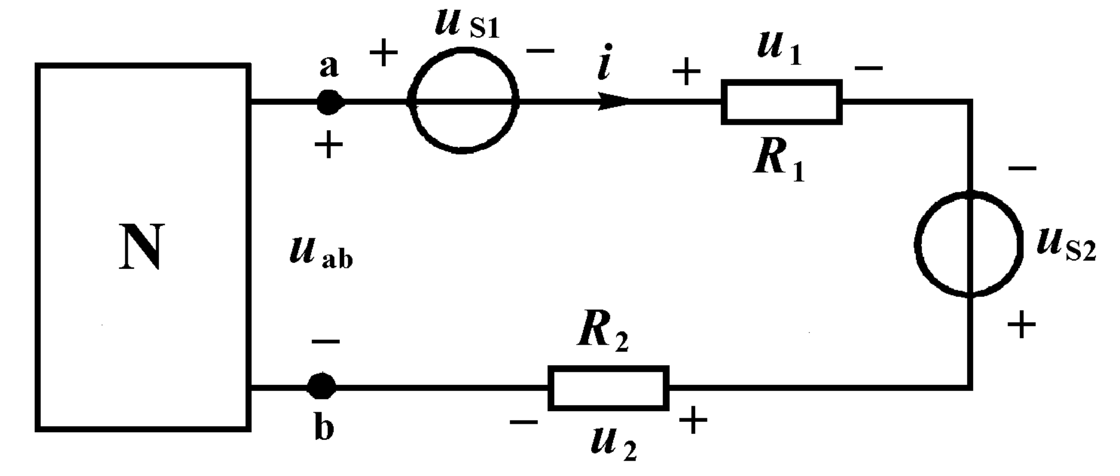
例如图示电路中电阻值变化时，电压源的电流 i 和发出功率 p 会发生变化。

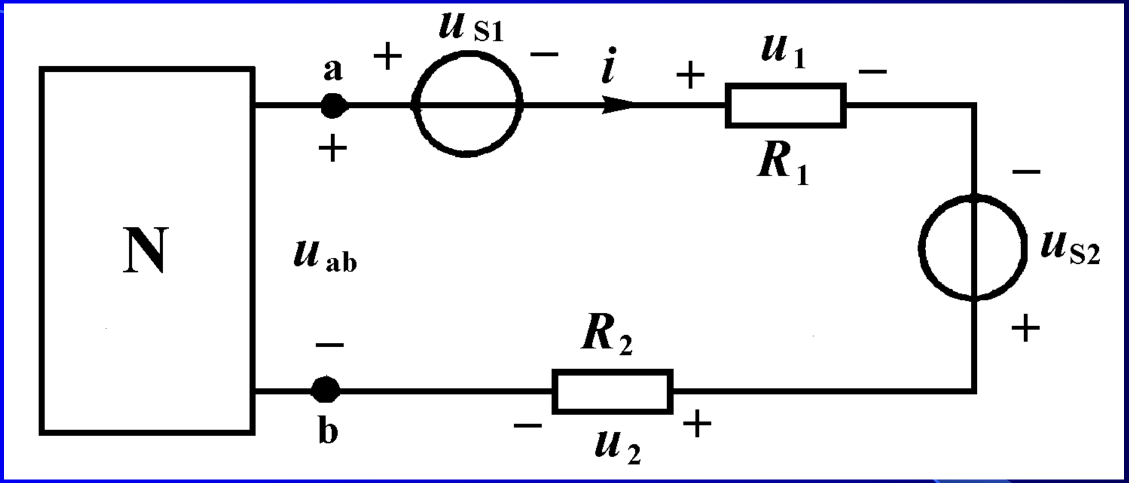


$R\,/\,\Omega$	1	2	10	20	100	∞
$i\,/\,\mathrm{A}$	10	5	1	0.5	0.1	0
$P\,/W$	100	50	10	5	1	0

例 l-3 电路如图所示。已知u_{ab}=6V, $u_{S1}(t)$=4V, $u_{S2}(t)$=10V, R_1=2Ω和R_2=8Ω。

求电流i和各电压源发出的功率。





解:

$$u_{ab} = u_{S1} + u_1 - u_{S2} + u_2 = u_{S1} + R_1 i - u_{S2} + R_2 i$$

$$i = \frac{u_{ab} - u_{S1} + u_{S2}}{R_1 + R_2} = \frac{(6 - 4 + 10)\mathrm{V}}{(2 + 8)\Omega} = 1.2\mathrm{A}$$

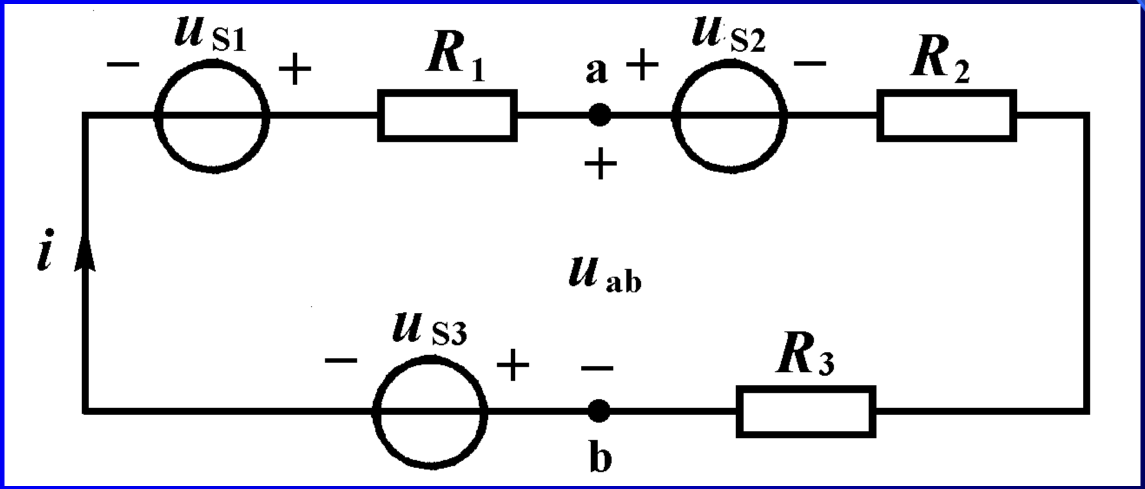
两个电压源的吸收功率分别为

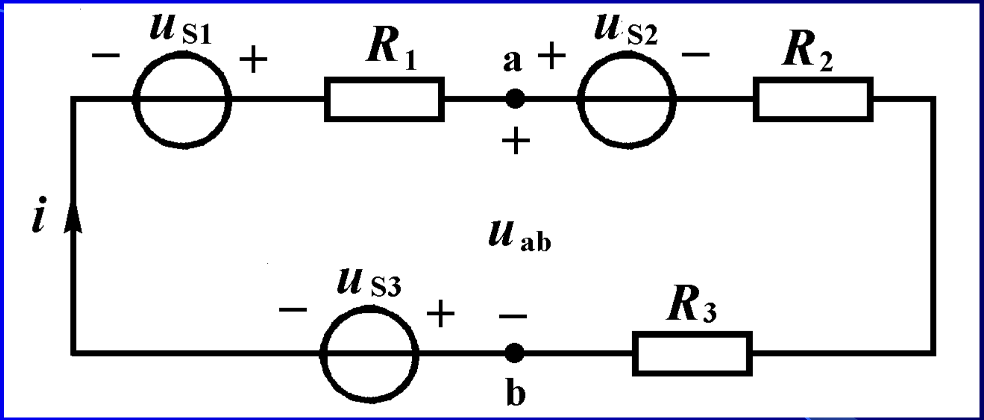
$$p_{S1} = u_{S1} i = 4\mathrm{V} \times 1.2\mathrm{A} = 4.8\mathrm{W}$$

$$p_{S2} = -u_{S2} i = -10\mathrm{V} \times 1.2\mathrm{A} = -12\mathrm{W}$$

例l－4 电路如图所示。已知$u_{S1}(t)=24V$, $u_{S2}(t)=4V$, $u_{S3}(t)=6V$, $R_1=1\Omega$, $R_2=2\Omega$和$R_3=4\Omega$。

求电流$i(t)$和电压$u_{ab}(t)$。





解:

$$-u_{S1}+R_1 i+u_{S2}+R_2 i+R_3 i+u_{S3}=0$$

$$i=\frac{u_{S1}-u_{S2}-u_{S3}}{R_1+R_2+R_3}=\frac{(24-4-6)\mathrm{V}}{(1+2+4)\Omega}=2\mathrm{A}$$

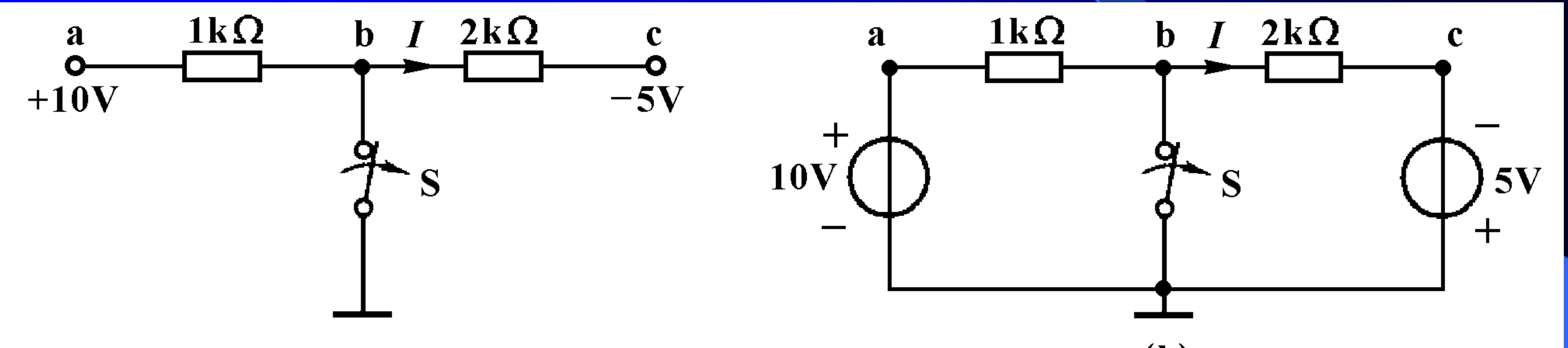
沿右边路径求电压u_{ab}得到

$$u_{ab}=u_{S2}+R_2 i+R_3 i=4\mathrm{V}+2\times 2\mathrm{V}+4\times 2\mathrm{V}=16\mathrm{V}$$

也可由左边路径求电压u_{ab}得到

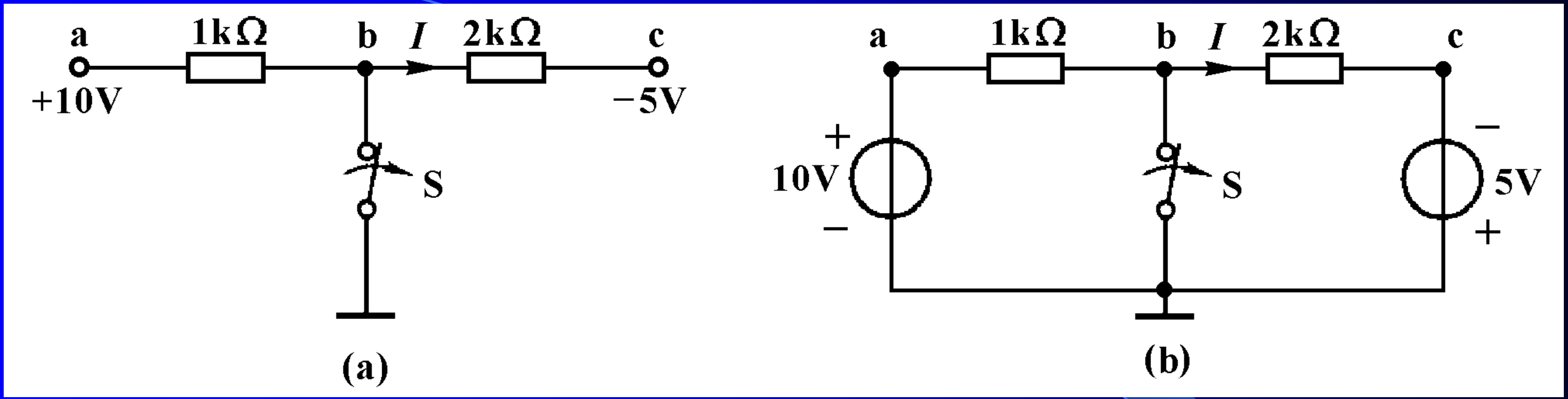
$$u_{ab}=-R_1 i+u_{S1}-u_{S3}=-1\times 2\mathrm{V}+24\mathrm{V}-6\mathrm{V}=16\mathrm{V}$$

例 1-5 电路如图所示。试求开关 S 断开后，电流i和 b点的电位。



(a) (b)

解:图(a)是电子电路的习惯画法，不画出电压源的符号，只标出极性和对参考点的电压值，即电位值。



我们可以用相应电压源来代替电位，画出图(b)电路，由此可求得开关 S断开时的电流 I

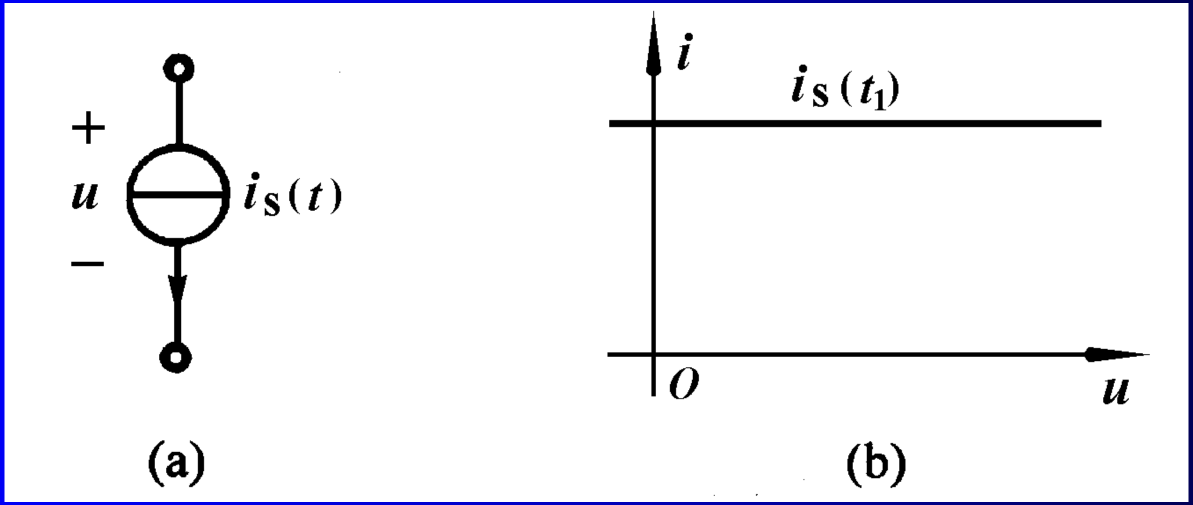
$$I=\frac{10\mathrm{V}+5\mathrm{V}}{1\mathrm{k}\Omega+2\mathrm{k}\Omega}=\frac{15\mathrm{V}}{3\mathrm{k}\Omega}=5\mathrm{mA}$$

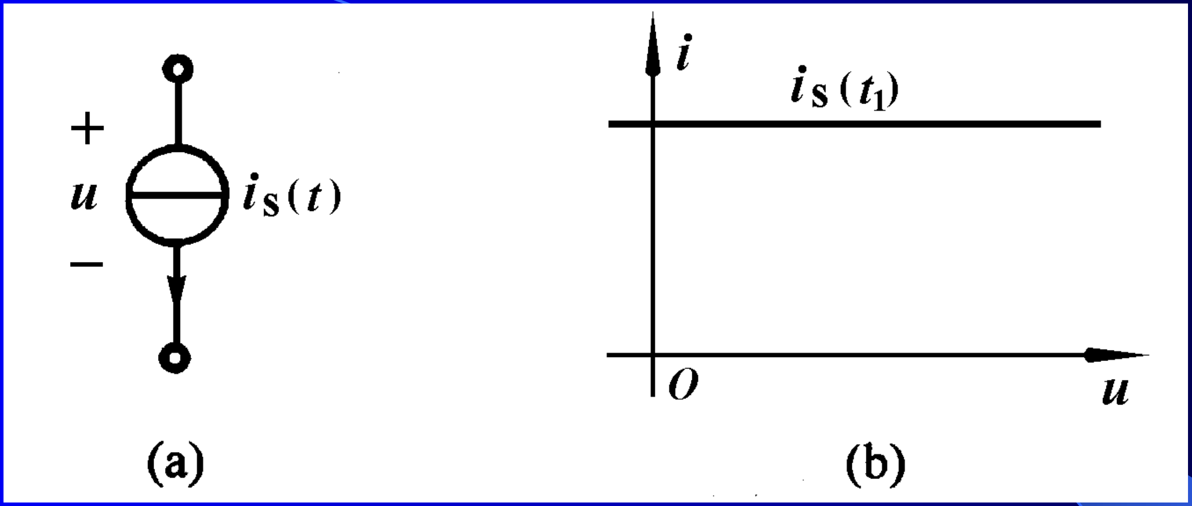
再根据KVL求得 b点的电位

$$V_{\mathrm{b}}=U_{\mathrm{bc}}-5\mathrm{V}=2\times5\mathrm{V}-5\mathrm{V}=5\mathrm{V}$$

二、独立电流源

独立电流源是从实际电源抽象出来的另一种电路元件。如果一个二端元件的电压无论为何值，其电流保持常量I_S或按给定时间函数$i_S(t)$变化，则此二端元件称为独立电流源，简称电流源。





电流源的符号如图 (a)所示，图中箭头表示电流源电流的参考方向。

电流保持常量的电流源，称为恒定电流源或直流电流源。

电流随时间变化的电流源，称为时变电流源。

电流随时间周期变化且平均值为零的时变电流源，称为**交流电流源**。

电流源的电压与电流采用关联参考方向时，其吸收功率为

$$p=ui$$

当$p>0$，即电流源工作在u-i平面的一、三象限时，电流源实际吸收功率;

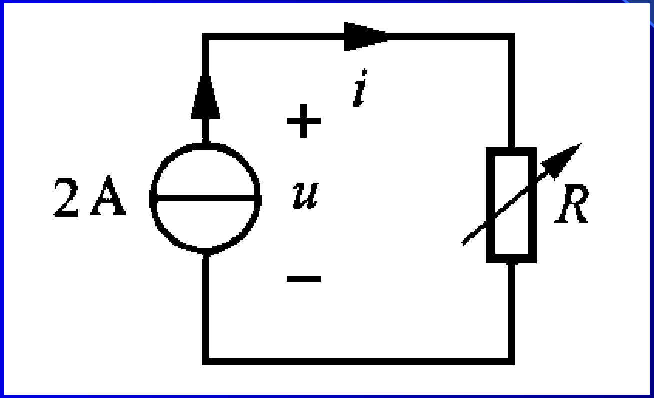
当$p<0$，即电流源工作在u-i平面的二、四象限时，电流源实际发出功率。

也就是说随着电流源工作状态的不同，它既可发出功率，也可吸收功率。

独立电流源的特点是其电流由其特性确定，与电流源在电路中的位置无关。

独立电流源的电压则与其连接的外电路有关。由其电流和外电路共同确定。

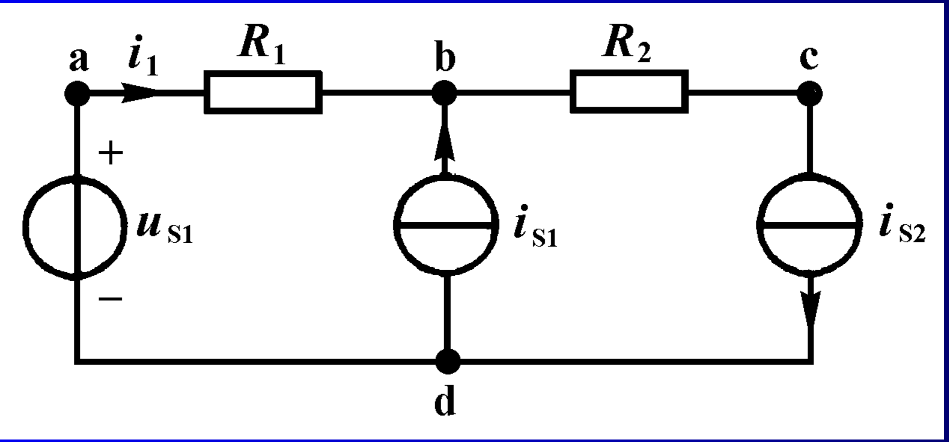
例如图示电路中电阻值变化时，电流源的电压 u 和发出功率 p 会发生变化。

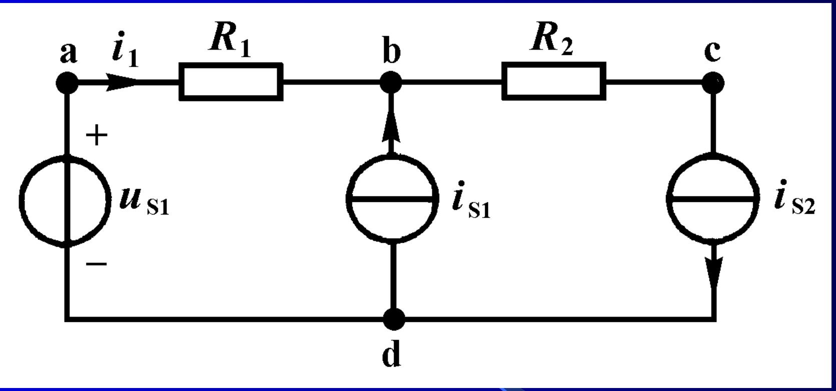


R/Ω	1	2	10	20	100	0
u/V	2	4	20	40	200	0
P/W	4	8	40	80	400	0

例1-6 电路如图所示。已知u_{S1}=10V, i_{S1}=1A, i_{S2}=3A, R_1=2Ω, R_2=1Ω。

求电压源和各电流源发出的功率。





解： 根据KCL求得

$$i_1 = i_{S2} - i_{S1} = 3\text{A} - 1\text{A} = 2\text{A}$$

根据 KVL和VCR求得：

$$u_{bd} = -R_1 i_1 + u_{S1} = (-2\times 2 + 10)\text{V} = 6\text{V}$$

$$u_{cd} = -R_2 i_{S2} + u_{bd} = (-1\times 3 + 6)\text{V} = 3\text{V}$$

电压源的吸收功率为

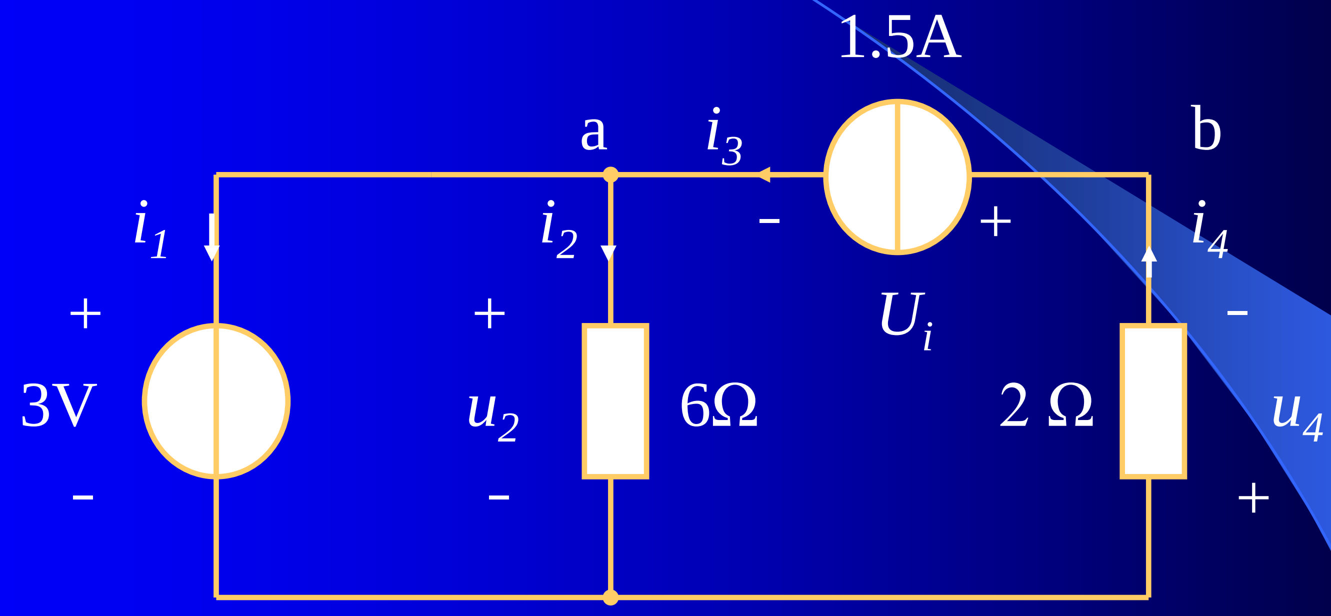
$$p = -u_{S1} i_1 = -10\text{V}\times 2\text{A} = -20\text{W}(\text{发出}20\text{W})$$

电流源i_{S1}和i_{S2}吸收的功率分别为：

$$p_1 = -u_{bd} i_{S1} = -6\text{V}\times 1\text{A} = -6\text{W}(\text{发出}6\text{W})$$

$$p_2 = u_{cd} i_{S2} = 3\text{V}\times 3\text{A} = 9\text{W}(\text{发出}-9\text{W})$$

例3：已知：如图所示。求： 各元件上的功率。



解：

由KVL：　$u_2 = 3$ (V)，

欧姆：　$i_2 = 3/6 = 0.5$ (A)，

故6Ω功率：　$P_2 = 3 \times 0.5 = 1.5$ (W)　（吸）

由KCL，　$i_1 = 1.5 - 0.5 = 1$ (A)，

所以3V电压源上的功率：

$P_1 = 3 \times 1 = 3$ (W)　（吸）

由欧姆：　$u_4 = 1.5 \times 2 = 3$ (V)，

故2 Ω上的功率是：

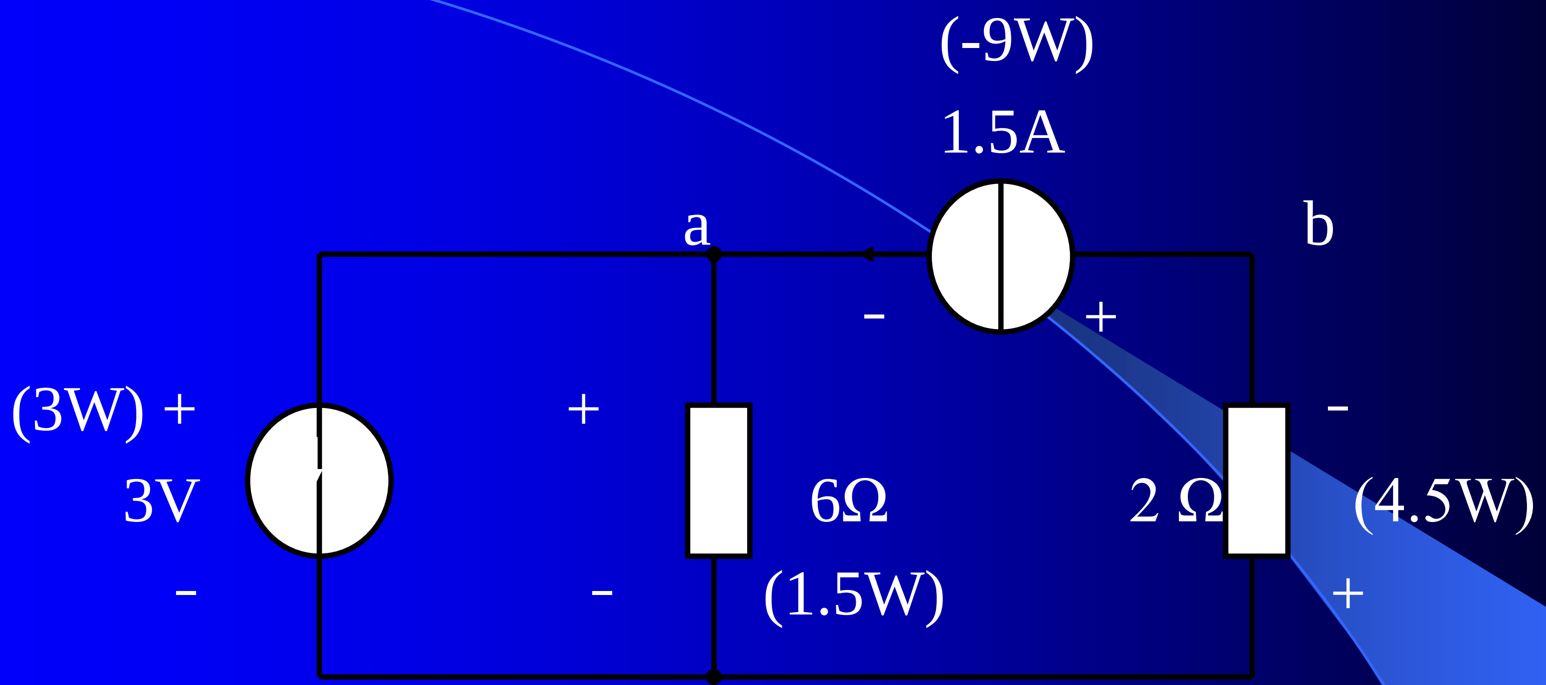
$P_4 = 3 \times 1.5 = 4.5$ (W)　（吸）

由KVL：　$U_i = -u_4 - u_2$

$= -3-3 = -6$ (V)，

故电流源上的功率是：

$P_3 = -6 \times 1.5 = -9$ (W)　（产）

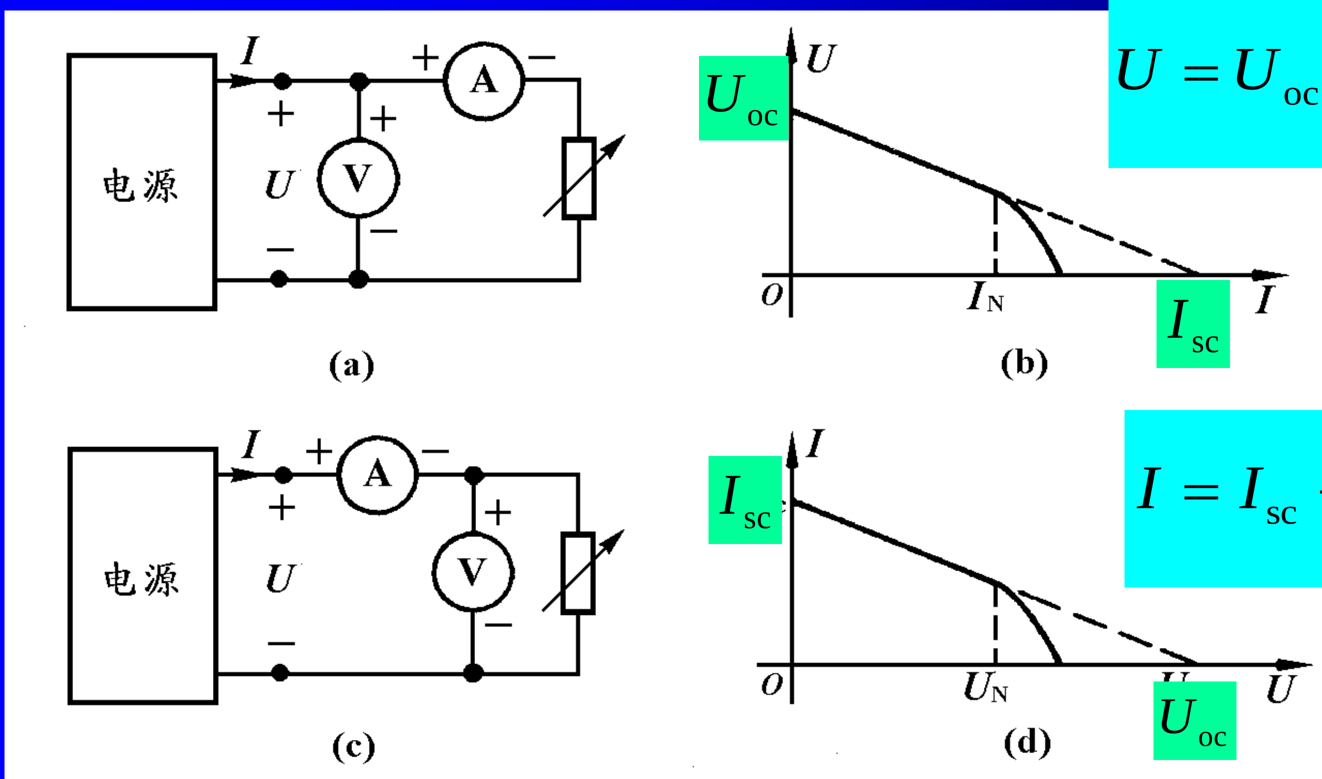


(1) 在一个完整电路中功率平衡，

(2) 电压源（或电流源）可产生功率，也可以是吸收功率。

三、实际电源的电路模型

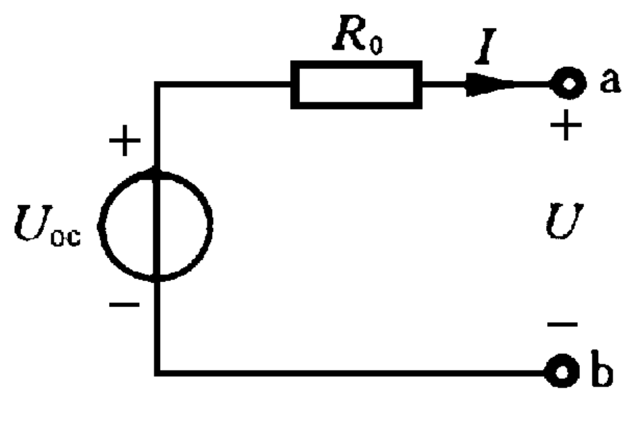
实际电源的电压(或电流)往往会随着电源电流(或电压)的增加而下降。图(a)和(c)表示用电压表、电流表和可变电阻器测量直流电源VCR特性曲线的实验电路。所测得的两种典型VCR曲线如图（b）和(d)所示



$$U = U_{oc} - \frac{U_{oc}}{I_{sc}} I = U_{oc} - R_o I$$

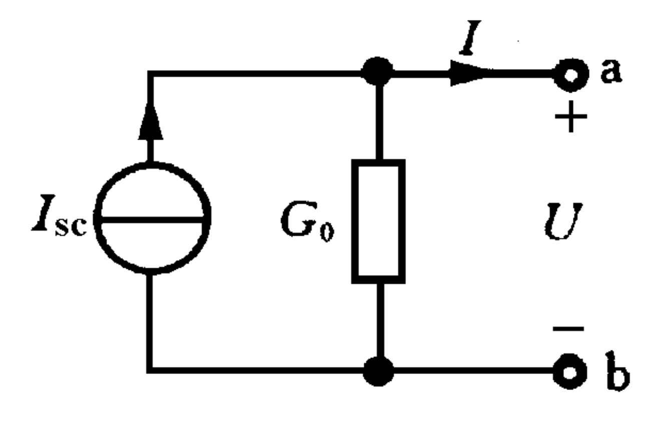
$$I = I_{sc} - \frac{I_{sc}}{U_{oc}} U = I_{sc} - G_o U$$

根据 $\boxed{U=U_{oc}-R_oI}$ 得到的电路模型如图(a)所示，它由电压源U_{oc}和电阻R_o的串联组成。电阻R_o的电压降模拟实际电源电压随电流增加而下降的特性。电阻R_o越小的电源，其电压越稳定。



(a)

按照 $I = I_{sc} - G_o U$ 作出的电路模型如图(b)所示，它由电流源 I_{SC} 和电导为 G_o 的电阻并联组成。电阻中的电流模拟实际电源电流随电压增加而减小的特性。并联电阻的电导 G_o 越小的电源，其电流越稳定。



(b)

例1-7 型号为HT－1712G的直流稳压电源，它有两路输出电压，其电压可以在0V到30V间连续调整，额定电流为2A。某台电源的产品说明书上给出以下实测数据：

(1) 输出电压U=3V，负载稳定度为3×10^{-4}

(2) 输出电压U=30V，负载稳定度为4×10^{-5}

试根据以上数据，建立该电源的电路模型。

例1-7 型号为HT－1712G的直流稳压电源，输出电压可以在0V到30V间连续调整，额定电流为2A。某台电源的产品说明书上给出以下实测数据:

(l) 输出电压U=3V，负载稳定度为3×10^{-4}

(2) 输出电压U=30V，负载稳定度为4×10^{-5}

试根据以上数据，建立该电源的电路模型。

解：负载稳定度是指电流由零增加到额定电流时，输出电压的相对变化率。根据已知数据可求出U_1=3V时输出电压的变化为

$$\Delta U_1 = 3\times10^{-4}\times3\text{V} = 9\times10^{-4}\,\text{V} = 0.9\text{mV}$$

相应的内阻为

$$R_{\text{o1}} = \frac{\Delta U_1}{I_{\text{N}}} = \frac{0.9\text{mV}}{2\text{A}} = 0.45\text{m}\Omega$$

这说明其电路模型为3V电压源和0.45mΩ电阻相串联。

用同样方法算得电源工作在30V时的内阻为

$$R_{\text{o2}} = \frac{\Delta U_2}{I_{\text{N}}} = \frac{4\times10^{-5}\times30\text{V}}{2\text{A}} = \frac{1.2\text{mV}}{2\text{A}} = 0.6\text{m}\Omega$$

其电路模型为30V电压源和0.6mΩ电阻的串联。

思考与练习

1-5-l 独立电压源能否短路?独立电流源能否开路?

1-5-2 电路如图1－5－2所示。

若：(1)R=10Ω; (2) R=5Ω; (3) R=2Ω时;

试判断5V电压源是发出功率或吸收功率。

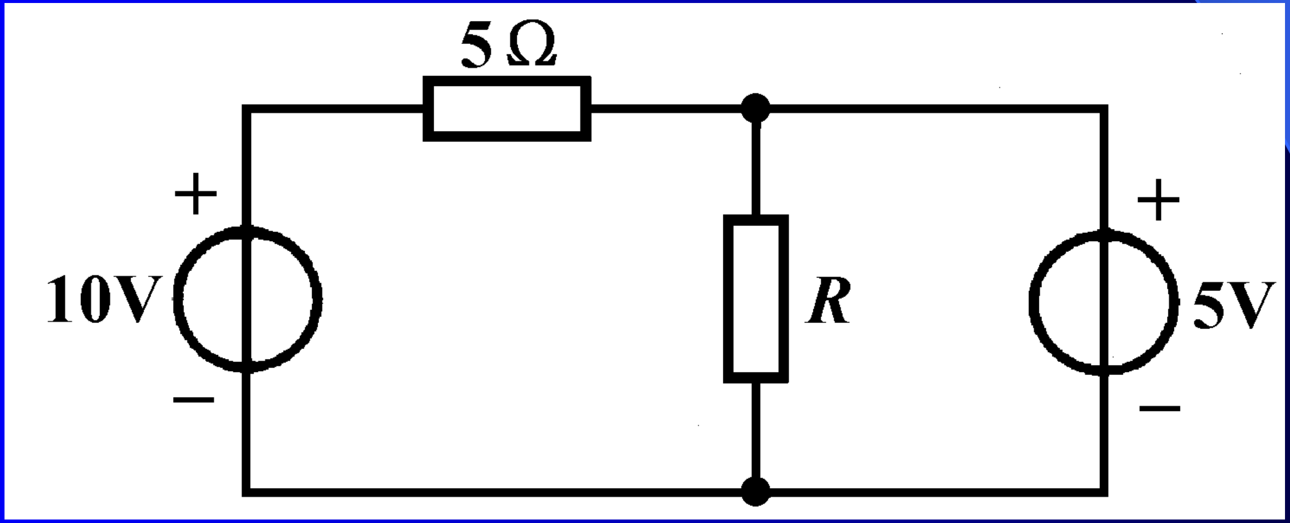


图1—5—2

§1－6 两类约束和电路方程

集总参数电路(模型)由电路元件连接而成，电路中各支路电流受到 KCL约束，各支路电压受到KVL约束，这两种约束只与电路元件的连接方式有关，与元件特性无关，称为拓扑约束。

集总参数电路(模型)的电压和电流还要受到元件特性(例如欧姆定律$u=Ri$)的约束，这类约束只与元件的VCR有关，与元件连接方式无关，称为元件约束。

任何集总参数电路的电压和电流都必须同时满足这两类约束关系。因此电路分析的基本方法是：根据电路的结构和参数，列出反映这两类约束关系的 KCL、KVL 和 VCR方程(称为电路方程)，然后求解电路方程就能得到各电压和电流的解答。

对于具有b条支路n个结点的连通电路，可以列出线性无关的方程为：

$(n-1)$个KCL方程

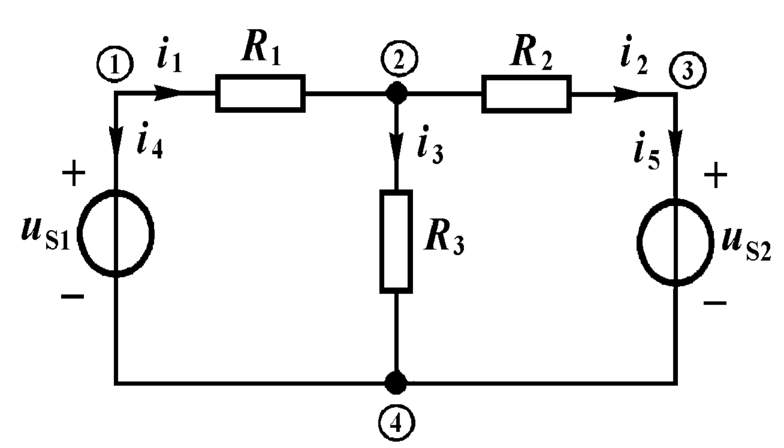
$(b-n+1)$个KVL方程

b个VCR方程

→ $2b$方程

得到以b个支路电压和b个支路电流为变量的电路方程(简称为$2b$方程)。这$2b$方程是最原始的电路方程，是分析电路的基本依据。求解$2b$方程可以得到电路的全部支路电压和支路电流。

下面举例说明。



该电路是具有5条支路和4个结点的连通电路。

对结点① ② ③列出 KCL方程:

$$\begin{cases} i_1 + i_4 = 0 \\ -i_1 + i_2 + i_3 = 0 \\ -i_2 + i_5 = 0 \end{cases}$$

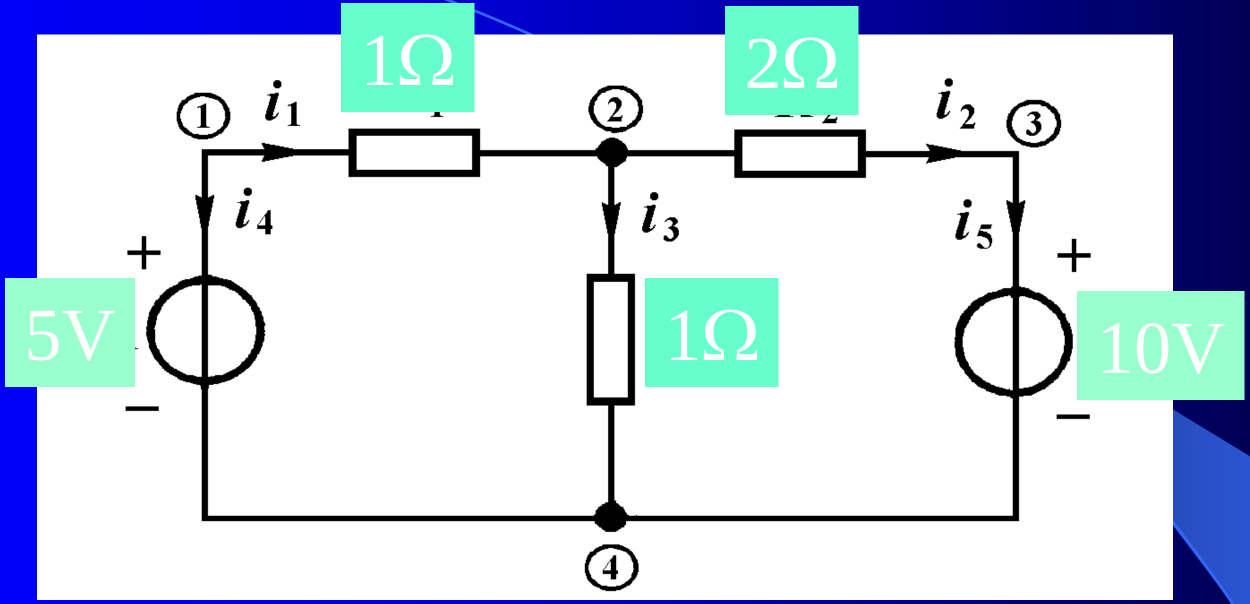
各支路电压电流采用关联参考方向，按顺时针方向绕行一周，列出2个网孔的 KVL方程:

$$\begin{cases} u_1 + u_3 - u_4 = 0 \\ u_2 + u_5 - u_3 = 0 \end{cases}$$

列出b条支路的VCR方程:

$$\begin{cases} u_1 = R_1 i_1 \quad u_2 = R_2 i_2 \quad u_3 = R_3 i_3 \\ u_4 = u_{S1} \quad u_5 = u_{S2} \end{cases}$$

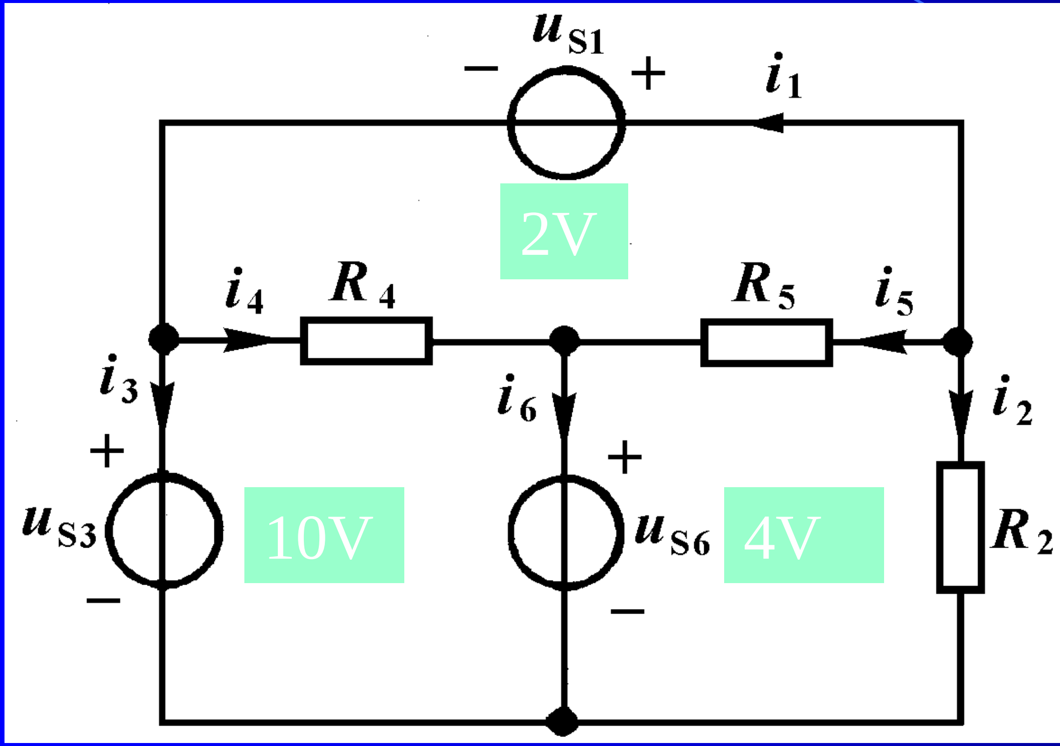
若已知 $R_1=R_3=1\Omega$, $R_2=2\Omega$, $u_{S1}=5V$, $u_{S2}=10V$。



联立求解10个方程，得到各支路电压和电流为：

$$\begin{cases} u_1 = 1V & i_1 = 1A \\ u_2 = -6V & i_2 = -3A \\ u_3 = 4V & i_3 = 4A \\ u_4 = 5V & i_4 = -1A \\ u_5 = 10V & i_5 = -3A \end{cases}$$

例1-8 图示电路中，已知u_{S1}=2V, u_{S3}=10V, u_{S6}=4V, R_2=3Ω, R_4=2Ω R_5=4Ω。试用观察法求各支路电压和支路电流。



解：根据电压源的VCR得到各电压源支路的电压：

$$u_1 = u_{S1} = 2\text{V}$$

$$u_3 = u_{S3} = 10\text{V}$$

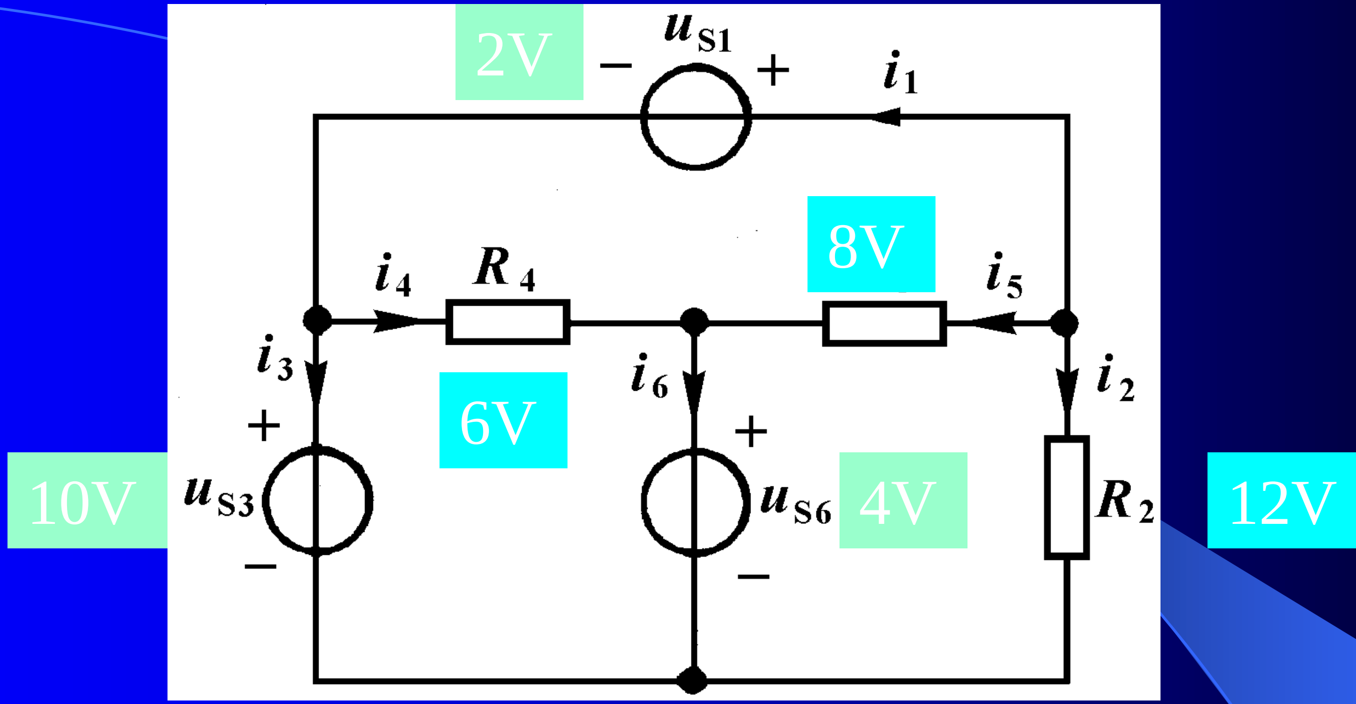
$$u_6 = u_{S6} = 4\text{V}$$

根据KVL可求得：

$$u_2 = u_{S1} + u_{S3} = 2\text{V} + 10\text{V} = 12\text{V}$$

$$u_4 = u_{S3} - u_{S6} = 10\text{V} - 4\text{V} = 6\text{V}$$

$$u_5 = u_{S1} + u_{S3} - u_{S6} = 2\text{V} + 10\text{V} - 4\text{V} = 8\text{V}$$



根据欧姆定律求出各电阻支路电流分别为:

$$i_2=\frac{u_2}{R_2}=\frac{12\text{V}}{3\Omega}=4\text{A}\quad i_4=\frac{u_4}{R_4}=\frac{6\text{V}}{2\Omega}=3\text{A}\quad i_5=\frac{u_5}{R_5}=\frac{8\text{V}}{4\Omega}=2\text{A}$$

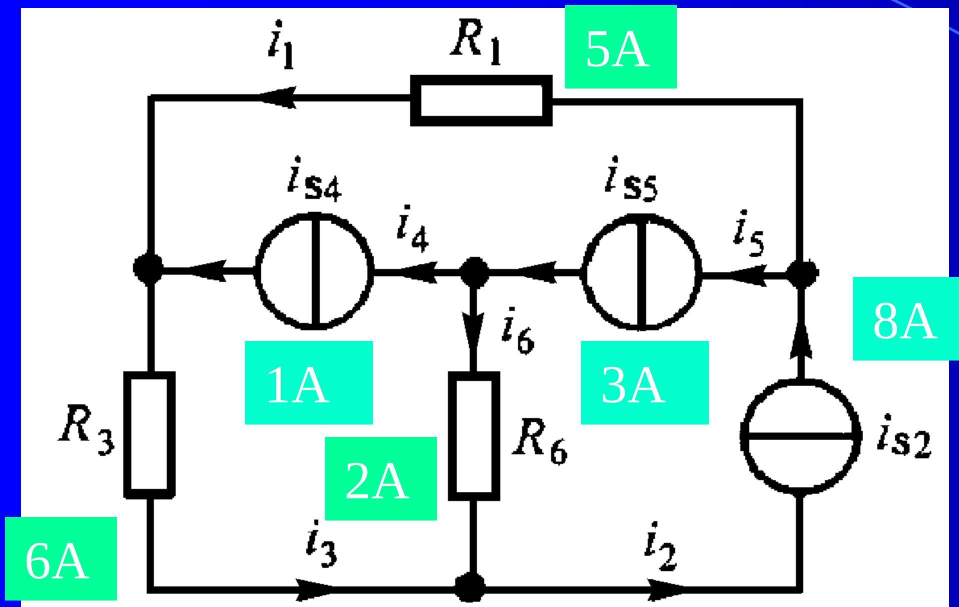
根据KCL求得电压源支路电流分别为:

$$i_1=-i_2-i_5=-4\text{A}-2\text{A}=-6\text{A}$$

$$i_3=i_1-i_4=-6\text{A}-3\text{A}=-9\text{A}$$

$$i_6=i_4+i_5=3\text{A}+2\text{A}=5\text{A}$$

例1-9 图示电路中，已知i_{S2}=8A, i_{S4}=1A, i_{S5}=3A, R_1=2Ω, R_3=3Ω和R_6=6Ω。试用观察法求各支路电流和支路电压。



解：根据电流源的VCR得到

$$i_2 = i_{S2} = 8\text{A}$$
$$i_4 = i_{S4} = 1\text{A}$$
$$i_5 = i_{S5} = 3\text{A}$$

根据KCL求得各电阻支路电流分别为：

$$i_1 = i_2 - i_5 = 8\text{A} - 3\text{A} = 5\text{A}$$
$$i_3 = i_1 + i_4 = 5\text{A} + 1\text{A} = 6\text{A}$$
$$i_6 = i_2 - i_4 = 3\text{A} - 1\text{A} = 2\text{A}$$

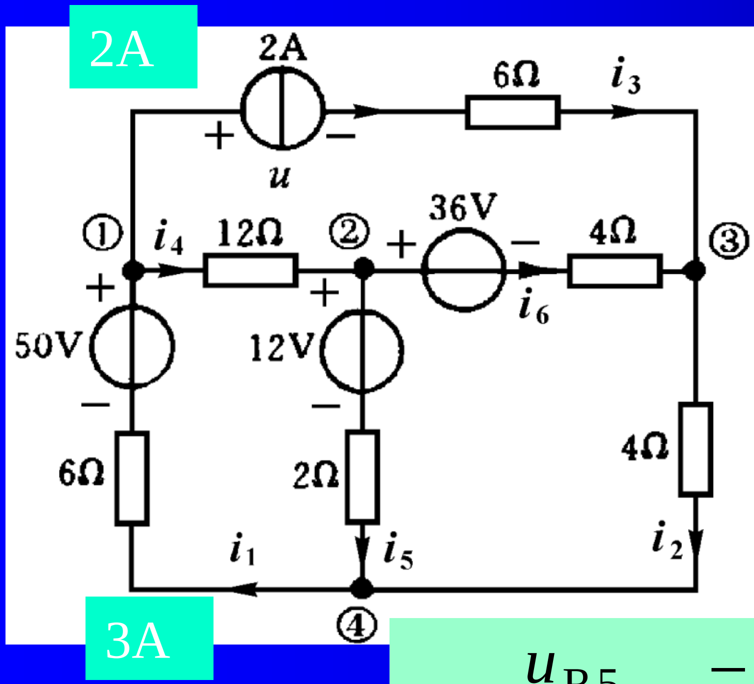
根据欧姆定律求出各电阻支路电压分别为：

$$u_1 = R_1 i_1 = 2\Omega \times 5\text{A} = 10\text{V}$$
$$u_3 = R_3 i_3 = 3\Omega \times 6\text{A} = 18\text{V}$$
$$u_6 = R_6 i_6 = 6\Omega \times 2\text{A} = 12\text{V}$$

根据KVL求得各电流源支路电压分别为：

$$u_2 = -u_3 - u_1 = -18\text{V} - 10\text{V} = -28\text{V}$$
$$u_4 = u_6 - u_3 = 12\text{V} - 18\text{V} = -6\text{V}$$
$$u_5 = u_1 + u_3 - u_6 = 10\text{V} + 18\text{V} - 12\text{V} = 16\text{V}$$

例1-10 图示电路中，已知i_1=3A。试求各支路电流和电流源电压u。



解：注意到电流i_1=3A和电流源支路电流i_3=2A是已知量，观察电路的各结点可以看出，根据结点①的 KCL 求得

$$i_4 = i_1 - i_3 = 3\mathrm{A} - 2\mathrm{A} = 1\mathrm{A}$$

用欧姆定律和KVL求得电流i_5

$$i_5 = \frac{u_{R5}}{2\Omega} = \frac{-12\mathrm{V} - 12\Omega\times 1\mathrm{A} + 50\mathrm{V} - 6\Omega\times 3\mathrm{A}}{2\Omega} = 4\mathrm{A}$$

对结点②和④应用KCL分别求得:

$$i_6 = i_4 - i_5 = 1\mathrm{A} - 4\mathrm{A} = -3\mathrm{A}$$

$$i_2 = i_1 - i_5 = 3\mathrm{A} - 4\mathrm{A} = -1\mathrm{A}$$

用KVL求得电流源电压

$$u = 12\Omega\times 1\mathrm{A} + 36\mathrm{V} + 4\Omega\times(-3\mathrm{A}) - 6\Omega\times 2\mathrm{A} = 24\mathrm{V}$$

通过以上几个例题可以看出，已知足够多的支路电压或支路电流，就可以推算出其余支路电压和支路电流，而不必联立求解2*b*方程：

一般来说，对于*n*个结点的连通电路，若已知*n*-1个独立电压，则可用观察法逐步推算出全部支路电压和支路电流。其具体方法是：

先用KVL方程求出其余*b*-*n*+1个支路电压，再根据元件特性求出*b*条支路电流。

一般来说，对于b条支路和n个结点的连通电路，若已知$b-n+1$个独立电流，则可用观察法推算出全部支路电流和支路电压。其具体方法是:

先用KCL方程求出其余n-1个支路电流，再根据元件特性求出b条支路电压。

电路中各电压、电流是根据两类约束所建立电路方程的解答。但需注意，并非每个电路(模型)的各电压、电流都存在惟一解。有些电路可能无解，或有多个解答。

一般来说，当电路中含有纯电压源构成的回路时，如图(a)所示，这些电压源的电流解答将不是惟一的；当电路中含有纯电流源构成的结点(或封闭面)时，如图(b)所示，这些电流源电压的解答也不是惟一的。

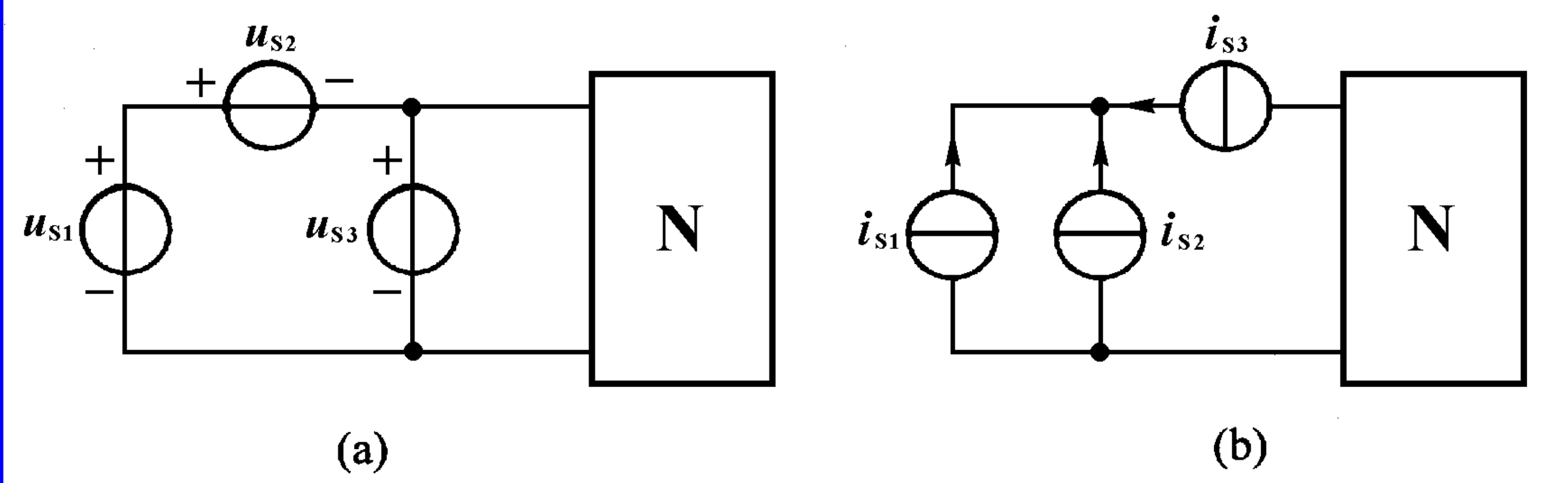


图1－30 不存在唯一解的电路举例

§1－7 支路电流法和支路电压法

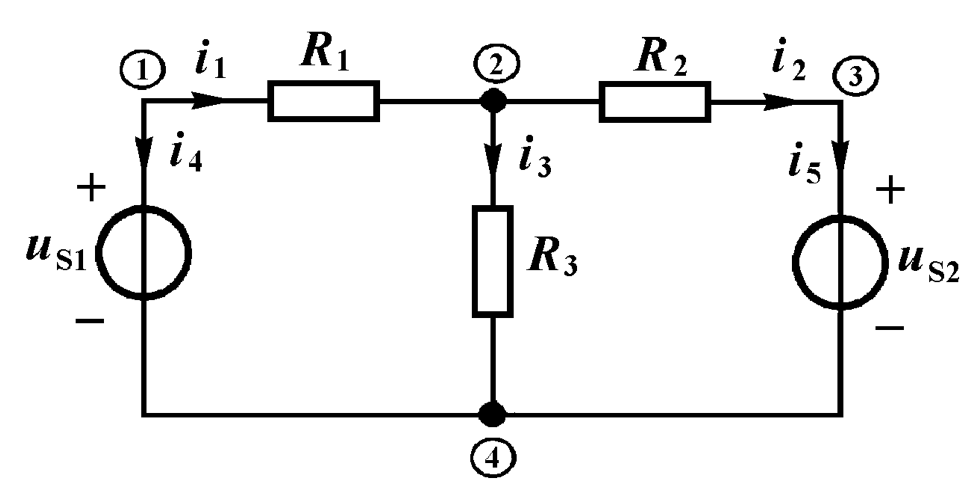
一、支路电流法

上节介绍2b方程的缺点是方程数太多，给手算求解联立方程带来困难。如何减少方程和变量的数目呢?

如果电路仅由独立电压源和线性二端电阻构成，可将欧姆定律$u=Ri$代人KVL方程中，消去全部电阻支路电压，变成以支路电流为变量的KVL方程。加上原来的KCL方程，得到以b个支路电流为变量的b个线性无关的方程组(称为支路电流法方程)。

这样，只需求解b个方程，就能得到全部支路电流，再利用VCR方程即可求得全部支路电压。

仍以图示电路为例说明如何建立支路电流法方程。

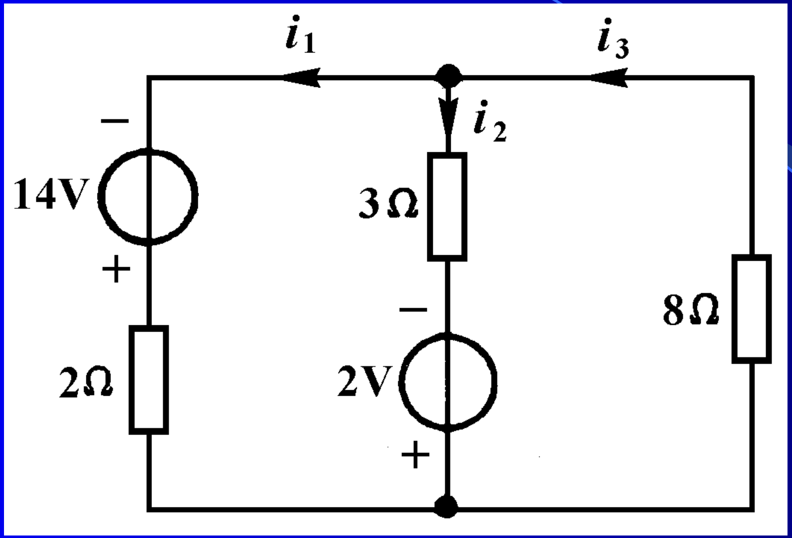


$$\begin{cases} i_1 + i_4 = 0 \\ -i_1 + i_2 + i_3 = 0 \\ -i_2 + i_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_1 = R_1 i_1 \\ u_2 = R_2 i_2 \\ u_3 = R_3 i_3 \\ u_4 = u_{S1} \\ u_5 = u_{S2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 + u_3 - u_4 = 0 \\ u_2 + u_5 - u_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_1 i_1 + R_3 i_3 = u_{S1} \\ R_2 i_2 - R_3 i_3 = -u_{S2} \end{cases}$$

上式可以理解为回路中全部电阻电压降的代数和，等于该回路中全部电压源电压升的代数和。据此**可用观察法直接列出以支路电流为变量的KVL方程**。

例1－11 用支路电流法求图示电路中各支路电流。



解：由于电压源与电阻串联时电流相同，本电路仅需假设

三个支路电流:i_1、i_2和i_3。

此时只需列出一个 KCL方程

$$i_1 + i_2 - i_3 = 0$$

用观察法直接列出两个网孔的 KVL方程

$$\begin{cases}(2\Omega)i_1-(3\Omega)i_2=14\text{V}-2\text{V}\\(3\Omega)i_2+(8\Omega)i_3=2\text{V}\end{cases}$$

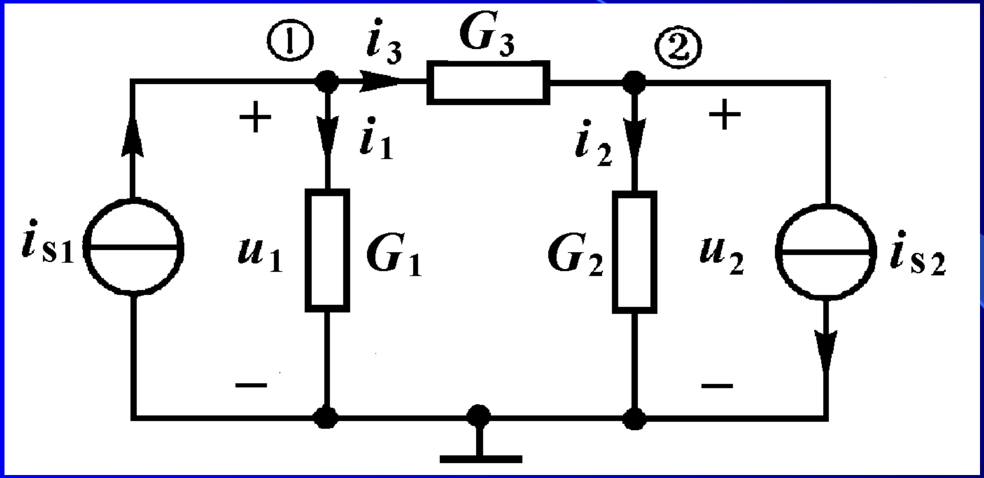
求解以上三个方程得到:

i_1=3A,i_2=-2A和i_3=1A。

二、 支路电压法

与支路电流法类似，对于由线性二端电阻和独立电流源构成的电路，也可以用支路电压作为变量来建立电路方程。在2b方程的基础上，我们将电阻元件的VCR方程$i=Gu$代入到KCL方程中，将支路电流转换为支路电压，得到n-1个以支路电压作为变量的KCL方程，加上原来的b-n+1个KVL方程，就构成b个以支路电压作为变量的电路方程，这组方程称为支路电压法方程。对于由线性二端电阻和独立电流源构成的电路，可以用观察电路的方法，直接列出这b个方程，求解方程得到各支路电压后，再用欧姆定律$i=Gu$可以求出各电阻的电流。

以图示电路说明支路电压法方程的建立过程



列出2个KCL方程

$$i_1 + i_3 = i_{S1}$$
$$i_2 - i_3 = -i_{S2}$$

代入以下三个电阻的VCR方程

$$i_1 = G_1 u_1 \quad i_2 = G_2 u_2 \quad i_3 = G_3 u_3$$

得到以u_1、u_2、u_3为变量的KCL方程

$$\begin{aligned} G_1u_1 + G_3u_3 &= i_{S1} \\ G_2u_2 - G_3u_3 &= -i_{S2} \end{aligned}$$

这两个方程表示流出某个结点的各电阻支路电流$G_k u_k$之和等于流入该结点电流源电流i_{Sk}之和，根据这种理解，可以用观察电路的方法直接写这些方程。

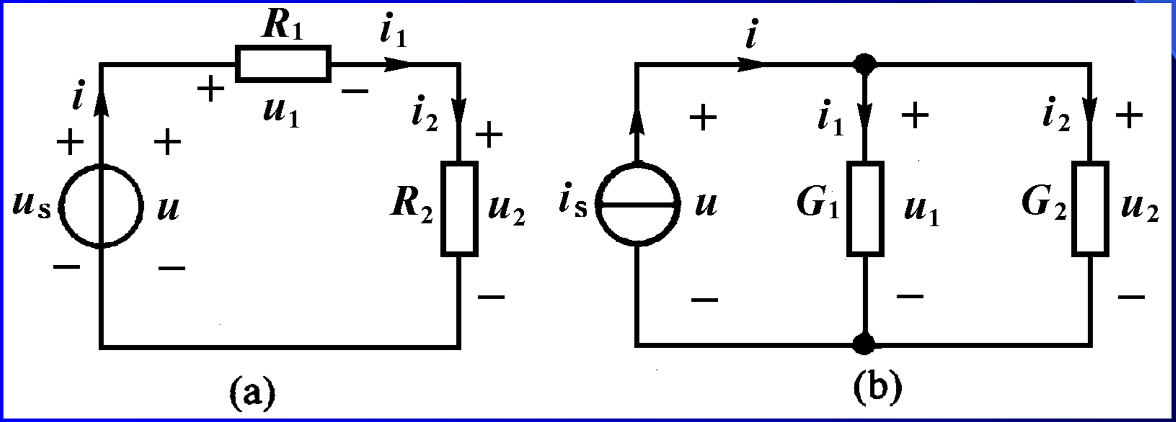
再加上一个KVL方程

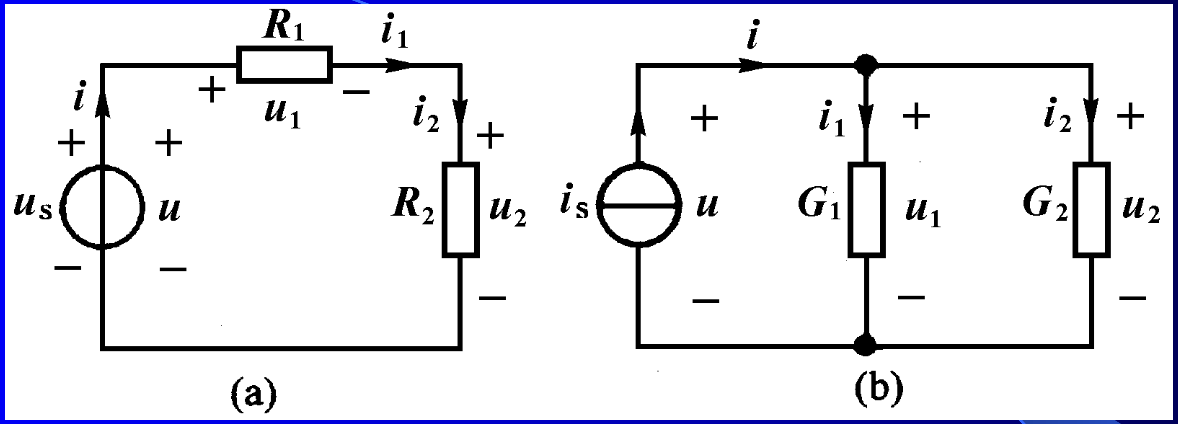
$$u_1 - u_2 - u_3 = 0$$

就构成以三个支路电压作为变量的支路电压法的电路方程。

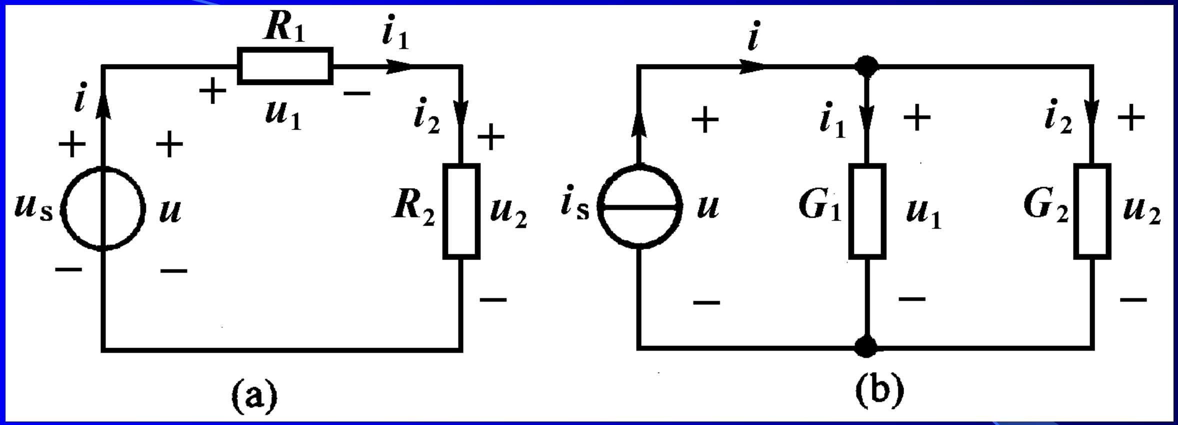
§1－8　分压电路和分流电路

本节通过对分压电路和分流电路的讨论，介绍电路对偶性概念，并导出常用的分压公式和分流公式。





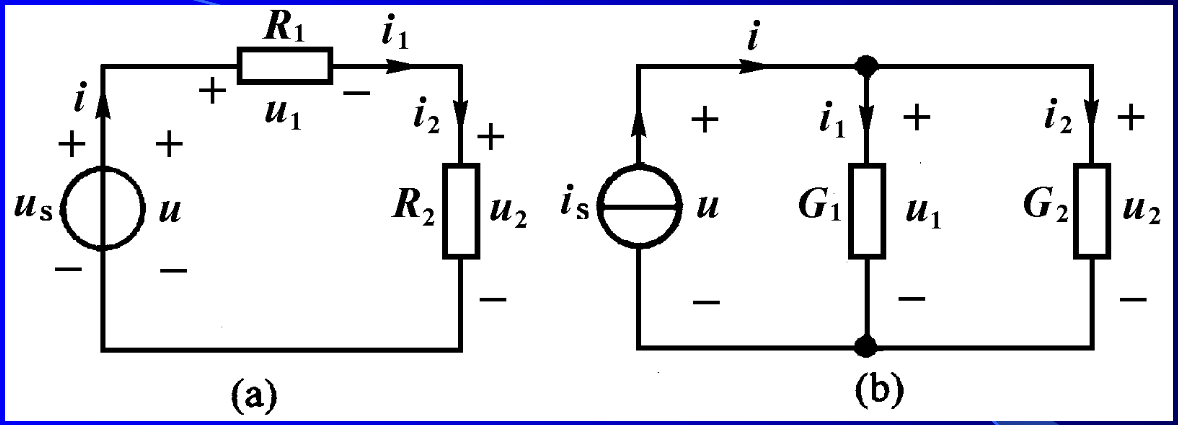
分 压 电 路			分 流 电 路	
KCL:	$i=i_1=i_2$		KVL:	$u=u_1=u_2$
KVL:	$u=u_1+u_2$		KCL:	$i=i_1+i_2$
VCR:	$u_1=R_1i_1$ $u_2=R_2i_2$ $u=u_S$		VCR:	$i_1=G_1u_1$ $i_2=G_2u_2$ $i=i_S$



这两个电路的2*b*方程存在着一种对偶关系：

1. 拓扑对偶

如果将某个电路KCL方程中电流换成电压，就得到另一电路的 KVL方程；将某个电路KVL方程中电压换成电流，就得到另一电路的 KCL方程。这种电路结构上的相似关系称为拓扑对偶。



2. 元件对偶

将某个电路VCR方程中的*u*换成*i*, *i*换成*u*，*R*换成*G*，*G*换成*R*等，就得到另一电路元件的VCR方程。这种元件VCR方程的相似关系，称为元件对偶。

3. 对偶电路

若两个电路既是拓扑对偶又是元件对偶，则称它们是对偶电路。上图(a)和图(b)就是对偶电路。

对偶电路的电路方程是对偶的，由此导出的各种公式和结果也是对偶的。例如对图(a)和(b)电路可导出以下对偶公式

$$u=(R_1+R_2)i \qquad i=(G_1+G_2)u$$

$$i=\frac{u}{R_1+R_2} \qquad u=\frac{i}{G_1+G_2}$$

$$u_1=\frac{R_1}{R_1+R_2}u \qquad i_1=\frac{G_1}{G_1+G_2}i$$

$$u_2=\frac{R_2}{R_1+R_2}u \qquad i_2=\frac{G_2}{G_1+G_2}i$$

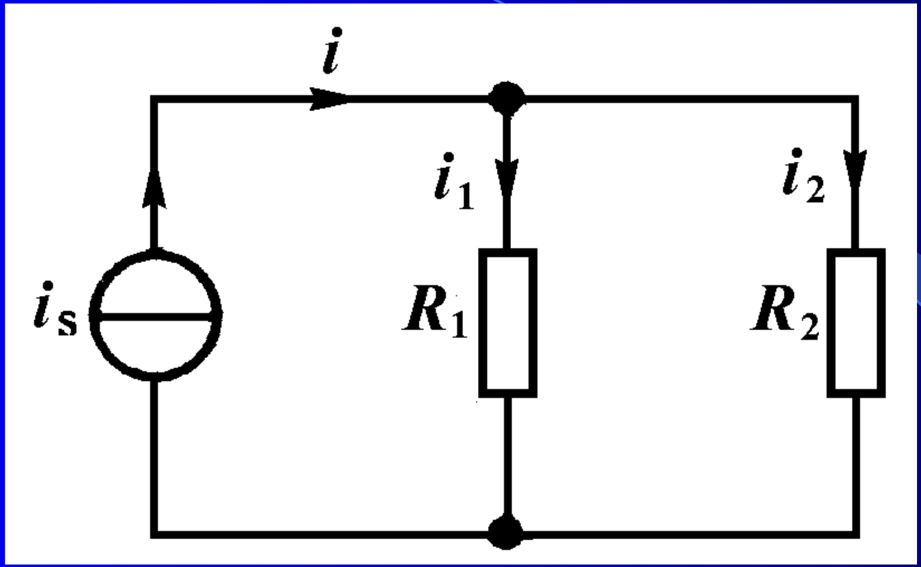
分压公式

$$u_k=\frac{R_k}{\sum_{k=1}^{n}R_k}u$$

分流公式

$$i_k=\frac{G_k}{\sum_{k=1}^{n}G_k}i$$

当两个电阻并联时，常常用电阻参数表示的分流公式:

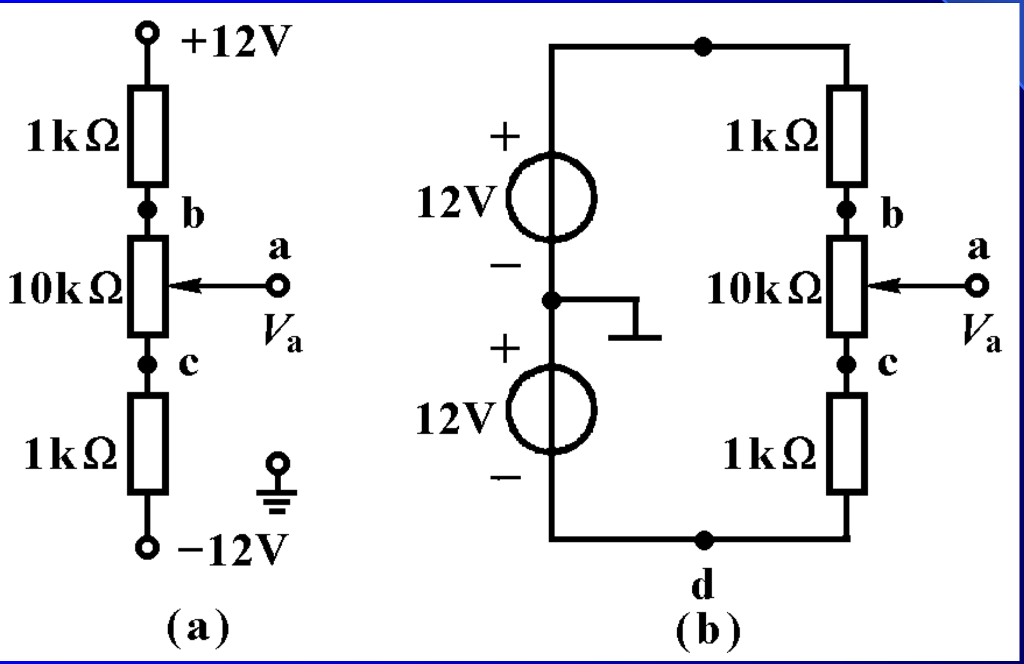


$$i_1=\frac{R_2}{R_1+R_2}i \qquad i_2=\frac{R_1}{R_1+R_2}i$$

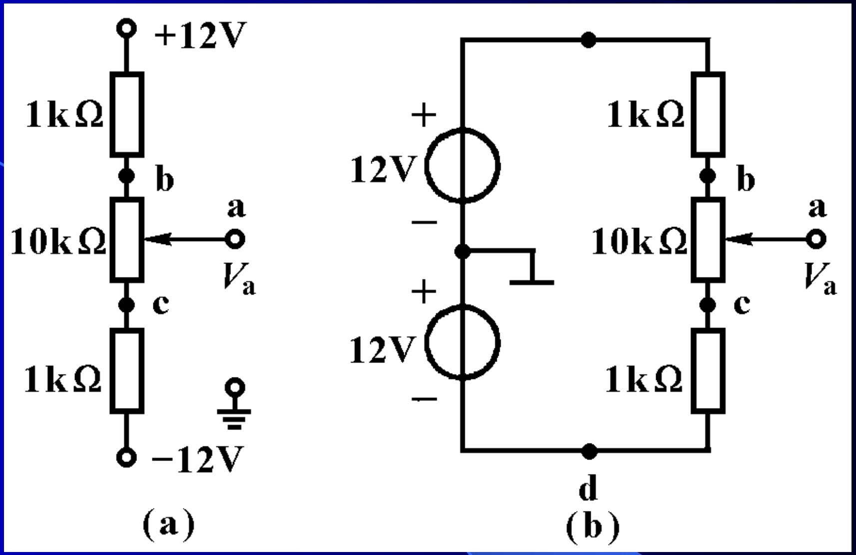
注意：当电流i_1或i_2的参考方向改变时，上面两个公式中应该增加一个负号。

例1-12　图(a)所示电路为双电源直流分压电路。

试求电位器滑动端移动时，a点电位V_a的变化范围。



解：将两个电位用两个电压源替代，得到图(b)所示电路。当电位器滑动端移到最下端时，a点的电位为

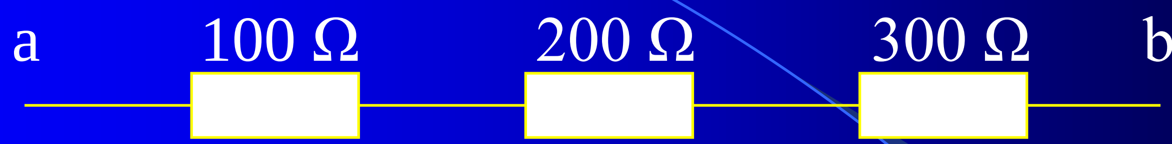


$$V_a = U_{cd} - 12\text{V} = \frac{1\text{k}\Omega}{1\text{k}\Omega + 10\text{k}\Omega + 1\text{k}\Omega} \times 24\text{V} - 12\text{V} = -10\text{V}$$

当电位器滑动端移到最上端时，a点的电位为

$$V_a = U_{bd} - 12\text{V} = \frac{10\text{k}\Omega + 1\text{k}\Omega}{1\text{k}\Omega + 10\text{k}\Omega + 1\text{k}\Omega} \times 24\text{V} - 12\text{V} = 10\text{V}$$

当电位器滑动端由下向上逐渐移动时，a点的电位将从-10V到+10V间连续变化。

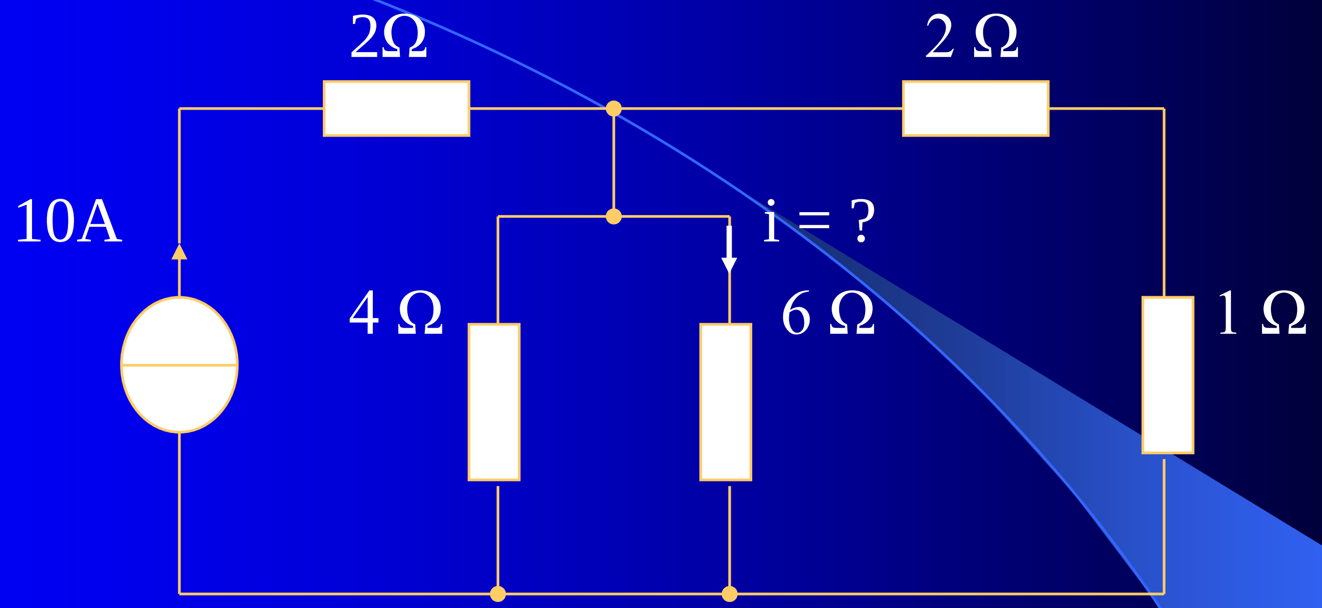


例：已知如图，U_{ab}=6V。

求：200 Ω电阻上的电压。

解：据分压公式有：

$$u_2 = \frac{200}{100+200+300} \times 6 = 2(V)$$

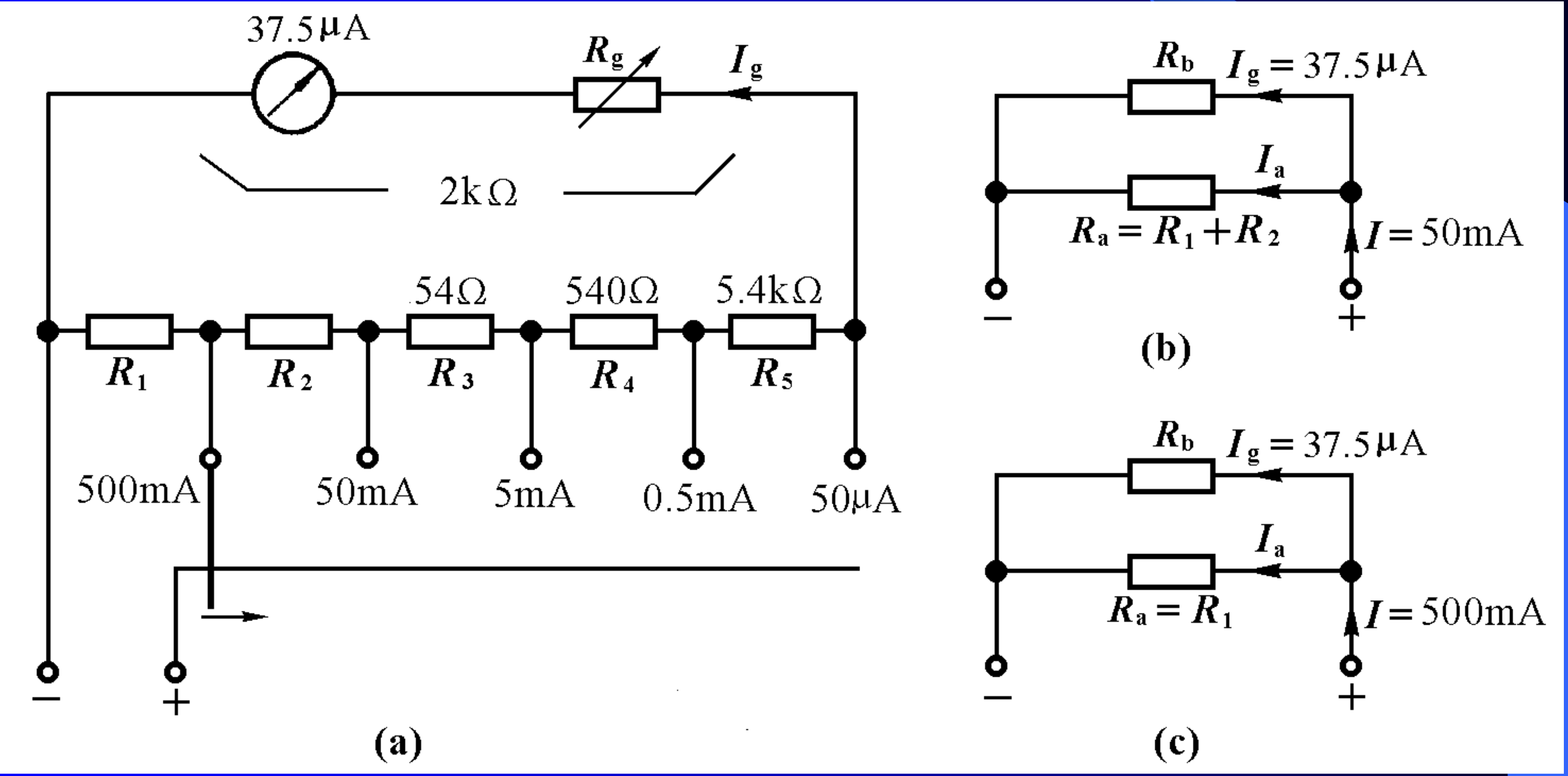


例：已知：如图，求：i=?

解：据分流公式有：

$$i=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}}\times 10=\frac{20}{9}(\mathrm{A})$$

例l-13 某MF－30型万用电表测量直流电流的电原理图如下图 (a)所示，它用波段开关来改变电流的量程。今发现线绕电阻器R_1和R_2损坏。问应换上多大数值的电阻器，该万用电表才能恢复正常工作?



解: 电表工作在50mA量程时的电路模型如图(b)所示。

其中：$R_a=R_1+R_2$ 以及

$R_b=R_g+R_5+R_4+R_3$=2kΩ+5.4kΩ+540Ω+54Ω=7994Ω。

当电表指针满偏转的电流 I_g=37.5μA时，万用电表的电流 I=50mA。

对图(b)所示电路，用两个电阻并联时的分流公式

$$I_a = I - I_g = \frac{R_b}{R_a + R_b} I$$

$$(R_a + R_b)(I - I_g) = R_b I$$

$$R_a I - R_a I_g + R_b I - R_b I_g = R_b I$$

$$R_a I - R_a I_g = R_b I_g$$

求得

$$R_a = \frac{I_g}{I - I_g} \times R_b$$

$$R_a = R_1 + R_2$$

代入数值

$$R_1 + R_2 = \frac{37.5\times10^{-6}}{50\times10^{-3} - 37.5\times10^{-6}}\times7994\,\Omega = 6\Omega$$

电表工作在500 mA量程时的电路模型如图(c)所示，其中R_a=R_1以及R_a+R_b= R_1+ R_2+ R_3+ R_4+ R_5+ R_g=8 000Ω。用分流公式

$$I_g = \frac{R_a}{R_a + R_b} I = \frac{R_1}{8000\,\Omega}\times500\,\text{mA} = 37.5\mu\text{A}$$

求得

$$R_1=\frac{8000\Omega}{500\text{mA}}\times 37.5\mu\text{A}=0.6\Omega$$

最后得到

R_1=0.6Ω，R_2=6Ω-0.6Ω=5.4Ω。

对偶性概念

1、变量对偶：

u ~ i

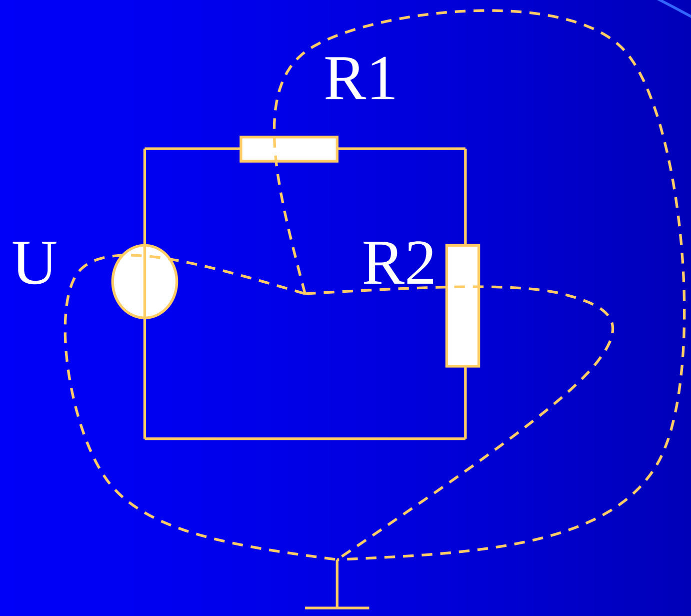
2、元件对偶：

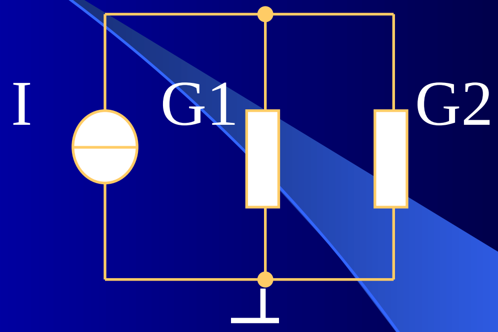
R ~ G

(C ~ L) (电容 ~ 电感)

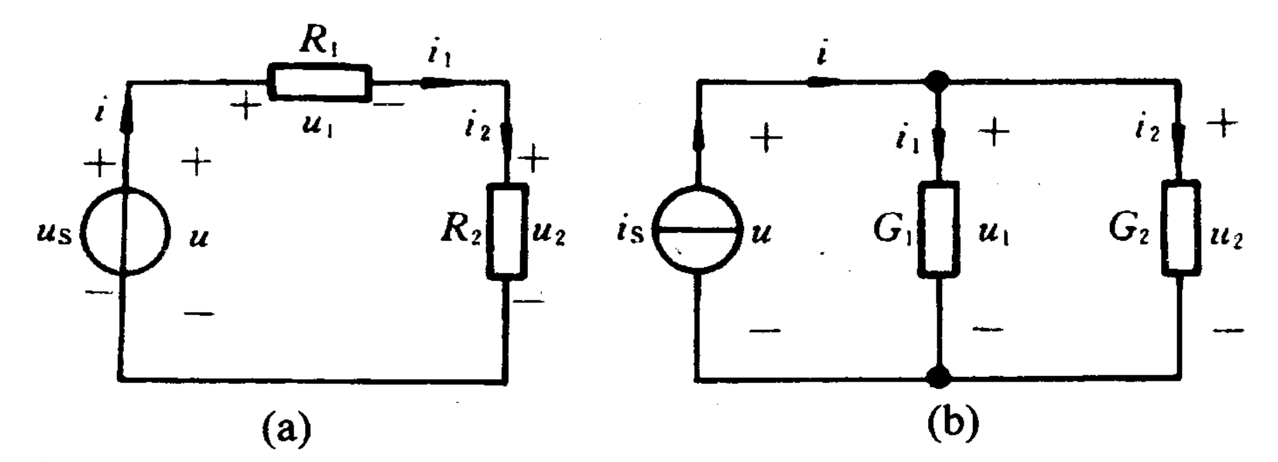
3、结构对偶：

KCL ~ KVL


R1
U
R2


I
G1
G2

以分压公式为例：



其变量、元件与结构的对偶关系可表达出：

$$u=(R_1+R_2)i \qquad i=(G_1+G_2)u$$

$$i=\frac{u}{R_1+R_2} \qquad u=\frac{i}{G_1+G_2}$$

$$u_1=\frac{R_1}{R_1+R_2}u \qquad i_1=\frac{G_1}{G_1+G_2}i$$

$$u_2=\frac{R_2}{(R_1+R_2)}u \qquad i_2=\frac{G_2}{G_1+G_2}i$$

摘　　要

1. 实际电路的几何尺寸远小于电路工作信号的波长时，可用电路元件连接而成的集总参数电路(模型)来模拟。基尔霍夫定律适用于任何集总参数电路。

2. 基尔霍夫电流定律(KCL)陈述为：对于任何集总参数电路，在任一时刻，流出任一结点或封闭面的全部支路电流的代数和等于零。其数学表达式为

$$\sum_{k=1}^{n} i_k = 0$$

3. 基尔霍夫电压定律(KVL)陈述为：对于任何集总参数电路，在任一时刻，沿任一回路或闭合结点序列的各段电压的代数和等于零。其数学表达式为

$$\sum_{k=1}^{n} u_k = 0$$

4. 一般来说，二端电阻由代数方程$f(u,i)=0$来表征。线性电阻满足欧姆定律($u=Ri$)，其特性曲线是u-i平面上通过原点的直线。

5. 电压源的特性曲线是u-i平面上平行于i轴的垂直线。电压源的电压按给定时间函数$u_S(t)$变化，其电流由$u_S(t)$和外电路共同确定。

6. 电流源的特性曲线是*u*-*i*平面上平行于*u*轴的水平线。电流源的电流按给定时间函数$i_S(t)$变化，其电压由$i_S(t)$和外电路共同确定。

7. 对于具有*b*条支路和*n*个结点的连通电路，有$(n-1)$个线性无关的 KCL方程，$(b-n+1)$个线性无关的KVL方程和*b*个支路特性方程。

8. 任何集总参数电路的电压、电流都要受KCL、KVL和VCR方程的约束。直接反映这些约束关系的2*b*方程是最基本的电路方程，它们是分析电路的基本依据。

9. 由电阻和电压源构成的电路，可以用b个支路电流作为变量，列出b个支路电流法方程，它通常由$(n-1)$个结点的 KCL方程和$(b-n+1)$个网孔的KVL方程构成。

10. 两个电阻串联时的分压公式和两个电阻并联时的分流公式为

$$u_k = \frac{R_k}{\sum_{k=1}^{n} R_k} u \qquad i_k = \frac{G_k}{\sum_{k=1}^{n} G_k} i$$