第十二章 网络函数和频率特性

前两章讨论了正弦激励频率为给定值时，动态电路的正弦稳态响应。本章讨论正弦激励频率变化时，动态电路的特性——频率特性。为此，先介绍在正弦稳态条件下的网络函数。然后利用网络函数研究几种典型*RC*电路的频率特性。最后介绍谐振电路及其频率特性。动态电路的频率特性在电子和通信工程中得到了广泛应用，常用来实现滤波、选频、移相等功能。

§12－1　网络函数

一、网络函数的定义和分类

动态电路在频率为ω的单一正弦激励下，正弦稳态响应(输出)相量与激励(输入)相量之比，称为正弦稳态的网络函数，记为$H(j\omega)$，即

$$H(j\omega)=\frac{输出相量}{输入相量} \qquad (12-1)$$

输入(激励)是独立电压源或独立电流源，输出(响应)是感兴趣的某个电压或电流。

若输入和输出属于同一端口，称为驱动点函数，或策动点函数。以图示双口网络为例

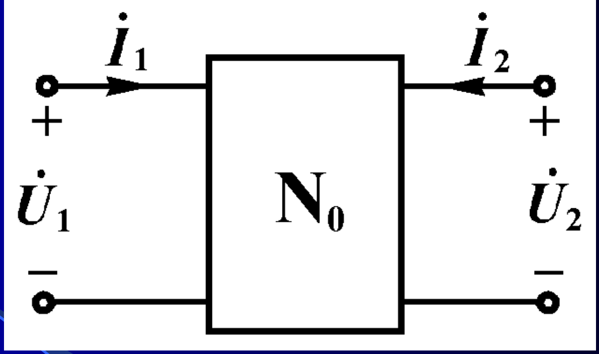


图 12-1

$\dot{U}_1/\dot{I}_1$ 和 $\dot{U}_2/\dot{I}_2$ 称为驱动点阻抗。

$\dot{I}_1/\dot{U}_1$ 和 $\dot{I}_2/\dot{U}_2$ 称为驱动点导纳。

若输入和输出属于不同端口时，称为转移函数。

$\dot{U}_2/\dot{I}_1$ 和 $\dot{U}_1/\dot{I}_2$ 称为转移阻抗。

$\dot{I}_2/\dot{U}_1$ 和 $\dot{I}_1/\dot{U}_2$ 称为转移导纳。

$\dot{U}_2/\dot{U}_1$ 和 $\dot{U}_1/\dot{U}_2$ 称为转移电压比。

$\dot{I}_2/\dot{I}_1$ 和 $\dot{I}_1/\dot{I}_2$ 称为转移电流比。

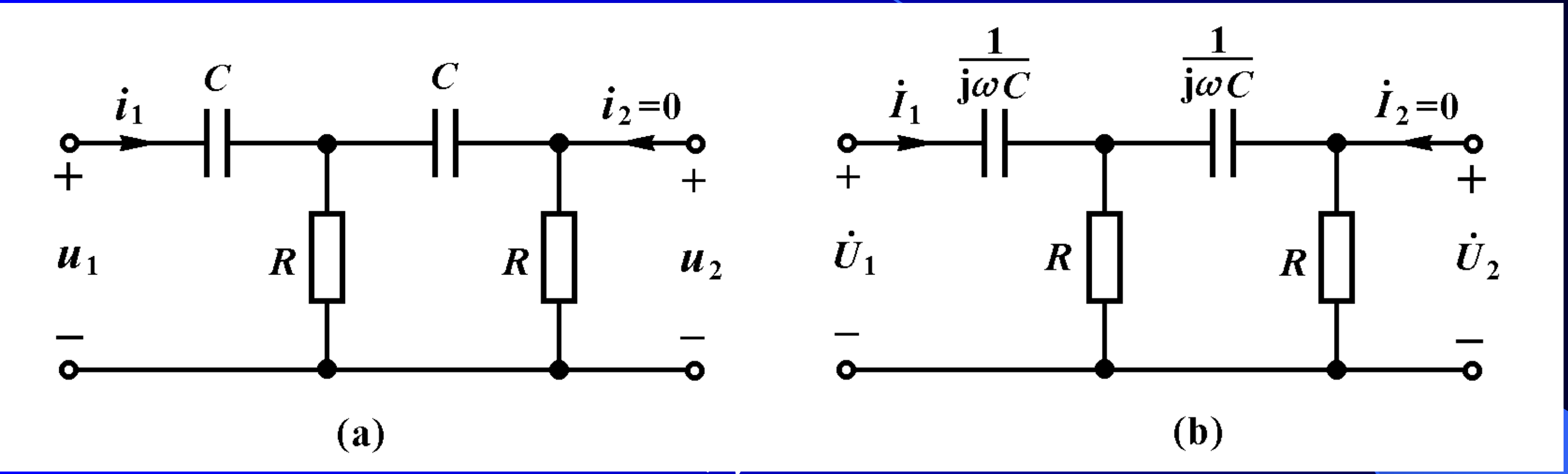
二、网络函数的计算方法

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\text{输出相量}}{\text{输入相量}}$$

正弦稳态电路的网络函数是以ω为变量的两个多项式之比，它取决于网络的结构和参数，与输入的量值无关。

在已知网络相量模型的条件下，计算网络函数的基本方法是外加电源法：在输入端外加一个电压源或电流源，用正弦稳态分析的任一种方法求输出相量的表达式，然后将输出相量与输入相量相比，求得相应的网络函数。对于二端元件组成的阻抗串并联网络，也可用阻抗串并联公式计算驱动点阻抗和导纳，用分压、分流公式计算转移函数。

例12-l 试求图12-2(a)所示网络负载端开路时的驱动点阻抗 $\dot{U}_1/\dot{I}_1$ 和转移阻抗 $\dot{U}_2/\dot{I}_1$ 。



解：首先画出网络的相量模型，如图12-2(b)所示。用阻抗串并联公式求得驱动点阻抗

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}=\frac{1}{j\omega C}+\frac{R\left(R+\dfrac{1}{j\omega C}\right)}{2R+\dfrac{1}{j\omega C}}=\frac{1-R^2\omega^2C^2+j3\omega RC}{j\omega C-2R\omega^2C^2}$$

为求转移阻抗 $\dot{U}_2 / \dot{I}_1$，可外加电流源 $\dot{I}_1$，用分流公式先求出 $\dot{U}_2$的表达式

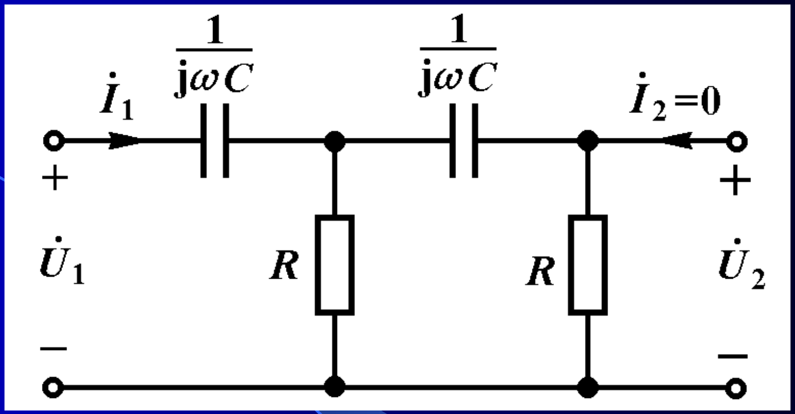


图 12-2

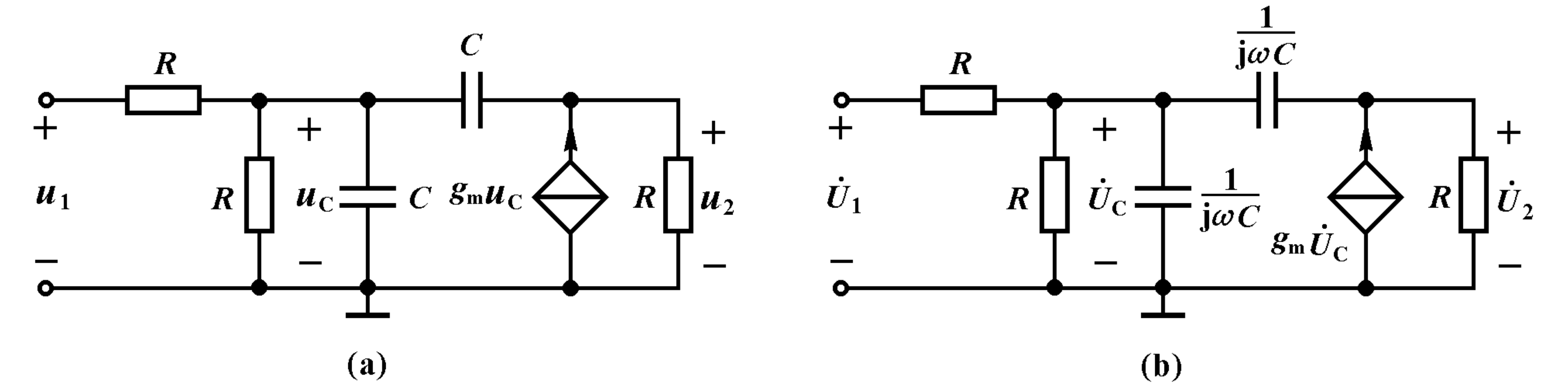
$$\dot{U}_2 = R \times \frac{R\dot{I}_1}{2R + \dfrac{1}{j\omega C}} = \frac{jR^2\omega C}{1 + j2\omega RC}\dot{I}_1$$

然后求得

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} = \frac{jR^2\omega C}{1 + j2\omega RC}$$

读者注意到网络函数式中，频率ω是作为一个变量出现在函数式中的。

例12-2 试求图12-3(a)所示网络的转移电压比 $\dot{U}_2/\dot{U}_1$ 。



解：先画出相量模型，如图(b)所示。外加电压源 $\dot{U}_1$，列出结点方程：

$$
\begin{cases}
\left(\dfrac{2}{R}+\mathrm{j}2\omega C\right)\dot{U}_\mathrm{C}-\mathrm{j}\omega C\dot{U}_2=\dfrac{\dot{U}_1}{R} \\
-(g_\mathrm{m}+\mathrm{j}\omega C)\dot{U}_\mathrm{C}+\left(\dfrac{1}{R}+\mathrm{j}\omega C\right)\dot{U}_2=0
\end{cases}
$$

解得

$$
\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{Rg_\mathrm{m}+\mathrm{j}\omega CR}{2-R^2\omega^2C^2+\mathrm{j}4\omega CR-\mathrm{j}\omega CR^2g_\mathrm{m}} \qquad (12-2)
$$

三、网络函数与正弦波

网络函数$H(\mathrm{j}\omega)$是输出相量与输入相量之比，$H(\mathrm{j}\omega)$反映输出正弦波振幅及相位与输入正弦波振幅及相位间的关系。在已知网络函数的条件下，给定任一频率的输入正弦波，即可直接求得输出正弦波。例如已知某电路的转移电压比

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=|H(\mathrm{j}\omega)|\angle\theta(\omega) \qquad (12-3)$$

其中

$$|H(\mathrm{j}\omega)|=\frac{U_2}{U_1} \qquad (12-4)$$

$$\theta(\omega)=\psi_2-\psi_1 \qquad (12-5)$$

式(12－4)表明输出电压$u_2(t)$的幅度为输入电压$u_1(t)$幅度的$|H(j\omega)|$倍，即

$$U_2 = |H(j\omega)| U_1$$

式(12－5)表明输出电压$u_2(t)$的相位比输入电压$u_1(t)$的相位超前$\theta(\omega)$，即

$$\psi_2 = \psi_1 + \theta(\omega)$$

若已知$u_1(t)=U_{1m}\cos(\omega t+\psi_1)$，则由$u_1(t)$引起的响应为

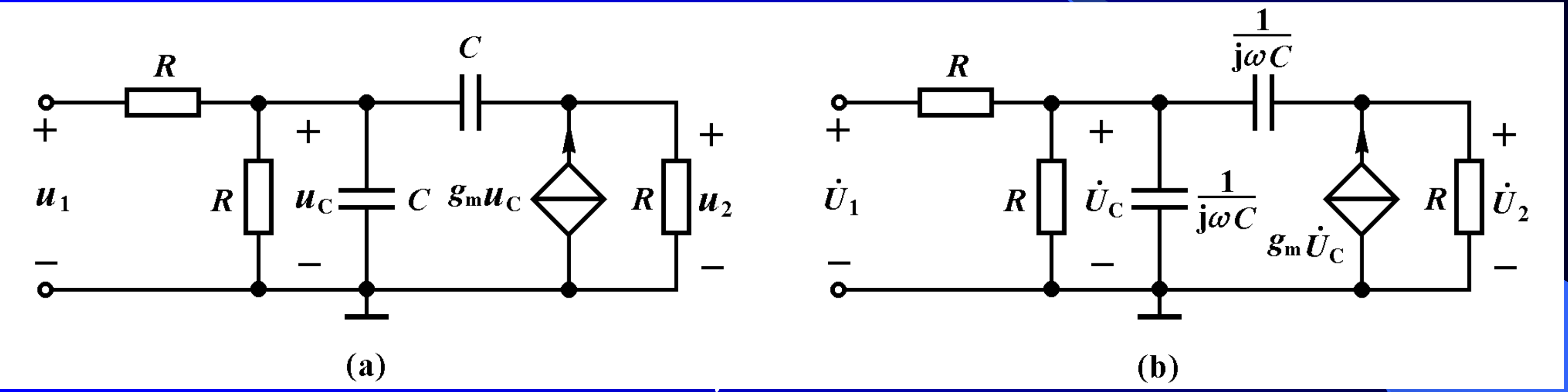
$$u_2(t) = |H(\mathrm{j}\omega)| U_{1m} \cos[\omega t + \psi_1 + \theta(\omega)] \qquad (12-6)$$

对于其它网络函数，也可得到类似的结果。

例12-3 电路如图12-3所示。已知，

$$u_1(t)=10\sqrt{2}\cos(\omega t+10^\circ)\text{V}, R=1\text{k}\Omega, C=1\mu\text{F}\ g_{\text{m}}=2\text{mS}$$

若：(1) $\omega=10^3$rad/s ,(2) $\omega=10^4$rad/s，试求输出电压$u_2(t)$。



解：该电路的转移电压比如式(12-2)所示。代入R、C、g_{m}之值得到

$$H(\text{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{2+\text{j}10^{-3}\omega}{2-10^{-6}\omega^2+\text{j}2\times10^{-3}\omega}$$

(1) ω=10^3rad/s时

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{2+\mathrm{j}1}{1+\mathrm{j}2}=1\angle-36.9^\circ$$

由式(12－6)求得

$$\begin{aligned}u_2(t)&=|H(\mathrm{j}\omega)|U_{1\mathrm{m}}\cos[\omega t+\psi_1+\theta(\omega)]\\&=1\times10\sqrt{2}\cos(10^3t+10^\circ-36.9^\circ)\mathrm{V}\\&=10\sqrt{2}\cos(10^3t-26.9^\circ)\mathrm{V}\end{aligned}$$

(2) ω=10^4rad/s时

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{2+\mathrm{j}10}{-98+\mathrm{j}20}=0.102\angle-89.8^\circ$$

由式(12－6)求得

$$
\begin{aligned}
u_2(t) &= |H(\mathrm{j}\omega)|U_{1\mathrm{m}}\cos[\omega t+\psi_1+\theta(\omega)] \\
&= 0.102\times 10\sqrt{2}\cos(10^4 t+10^\circ-89.8^\circ)\mathrm{V} \\
&= 1.02\sqrt{2}\cos(10^4 t-79.8^\circ)\mathrm{V}
\end{aligned}
$$

实际电路的网络函数，可以用实验方法求得。将正弦信号发生器接到被测网络的输入端，用一台双踪示波器同时观测输出和输入正弦波。从输出和输入波形幅度之比可求得$|H(\mathrm{j}\omega)|$。从输出和输入波形的相位差可求得$\theta(\omega)$。改变信号发生器的频率，求得各种频率下的网络函数$H(\mathrm{j}\omega)$，就知道该网络的频率特性。

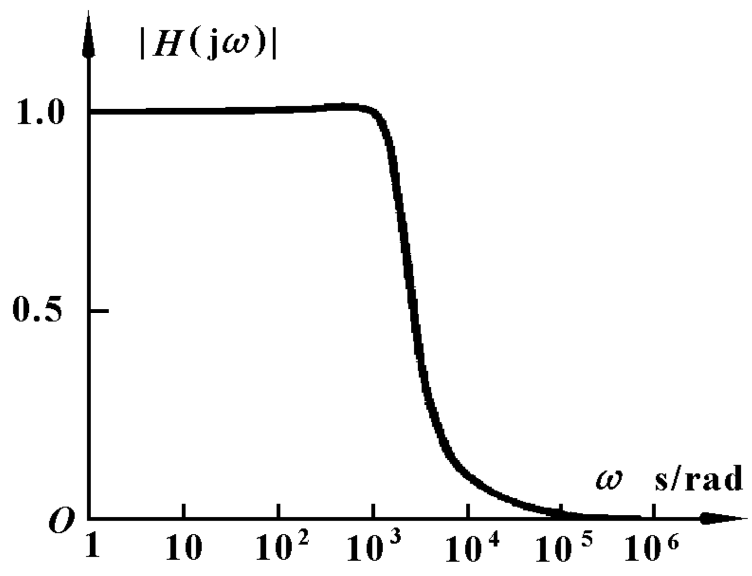
四、网络函数的频率特性

动态网络的网络函数是一个复数，用极坐标形式表为

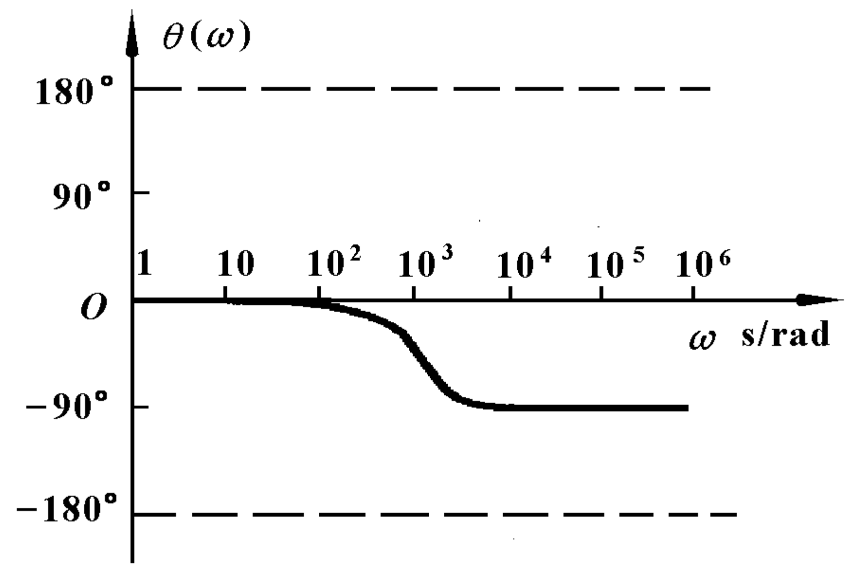
$$H(\mathrm{j}\omega)=|H(\mathrm{j}\omega)|\angle\theta(\omega)$$

网络函数的振幅$|H(\mathrm{j}\omega)|$和相位$\theta(\omega)$是频率的函数。可以用振幅或相位作纵坐标，画出以频率为横坐标的幅频特性曲线和相频特性曲线。由幅频和相频特性曲线，可直观地看出网络对不同频率正弦波呈现出的不同特性，在电子和通信工程中被广泛采用。

图12－3电路的幅频和相频特性曲线如图(a)和(b)所示。这些曲线的横坐标是用对数尺度绘制的。由幅频特性曲线可看出，该网络对频率较高的正弦信号有较大的衰减，而频率较低的正弦信号却能顺利通过，这种特性称为低通滤波特性。由相频特性可看出，该网络对输入正弦信号有移相作用，移相范围为0° 到 -90° 。



(a)



(b)

利用不同网络的幅频特性曲线，可以设计出各种频率滤波器。图12－5分别表示常用的低通滤波器、高通滤波器、带通滤波器和带阻滤波器的理想幅频特性曲线。

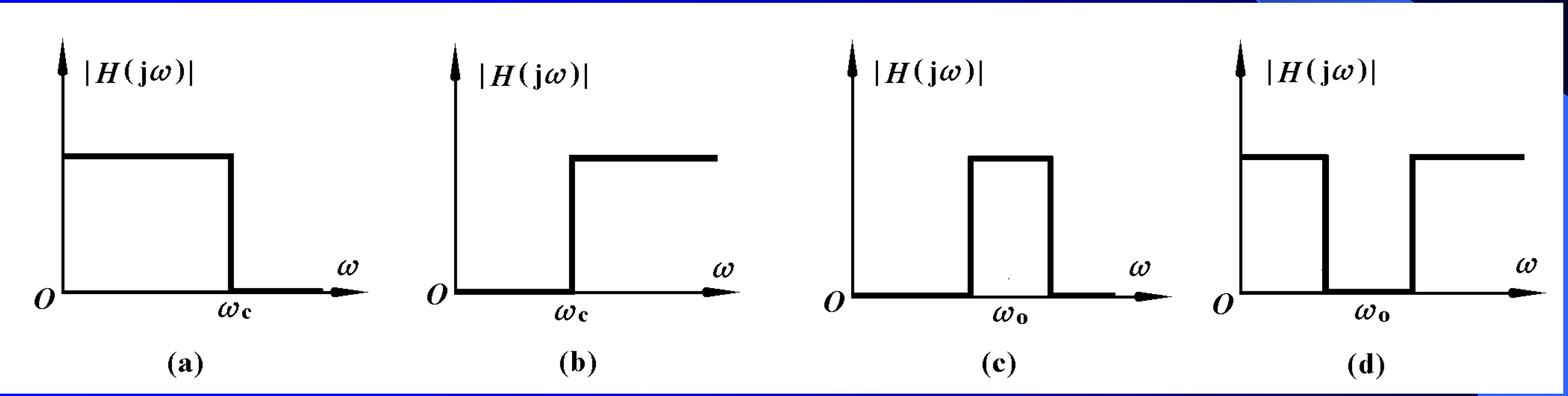


图12-5 几种理想频率滤波器的特性

§12－2 RC电路的频率特性

一、一阶RC低通滤波电路

图12－6(a)所示RC串联电路，其负载端开路时电容电压对输入电压的转移电压比为

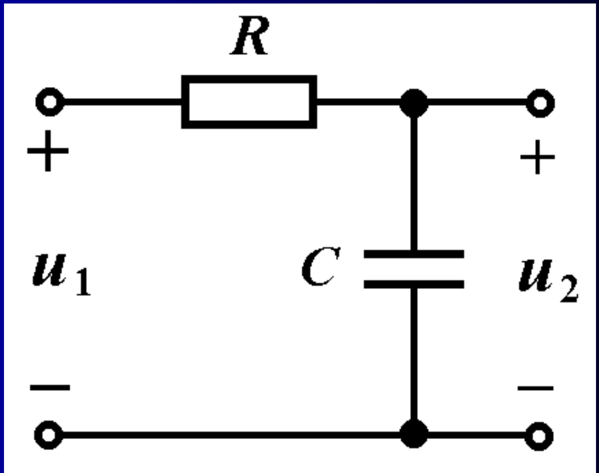


图 12-6(a)

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}=\frac{1}{1+\mathrm{j}\omega RC} \qquad (12-7)$$

令

$$\omega_C=\frac{1}{RC}=\frac{1}{\tau}$$

将上式改写为

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{1}{1+\mathrm{j}\dfrac{\omega}{\omega_{\mathrm{C}}}}=|H(\mathrm{j}\omega)|\angle\theta(\omega) \qquad (12-8)$$

其中

$$|H(\mathrm{j}\omega)|=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{\omega_{\mathrm{C}}}\right)^2}} \qquad (12-9)$$

$$\theta(\omega)=-\arctan\frac{\omega}{\omega_{\mathrm{C}}} \qquad (12-10)$$

根据式(12－9)和(12－10)画出的幅频和相频特性曲线，如图12-6(b)和(c)所示。曲线表明图12-6(a)电路具有低通滤波特性和移相特性，相移范围为0°到 -90°。

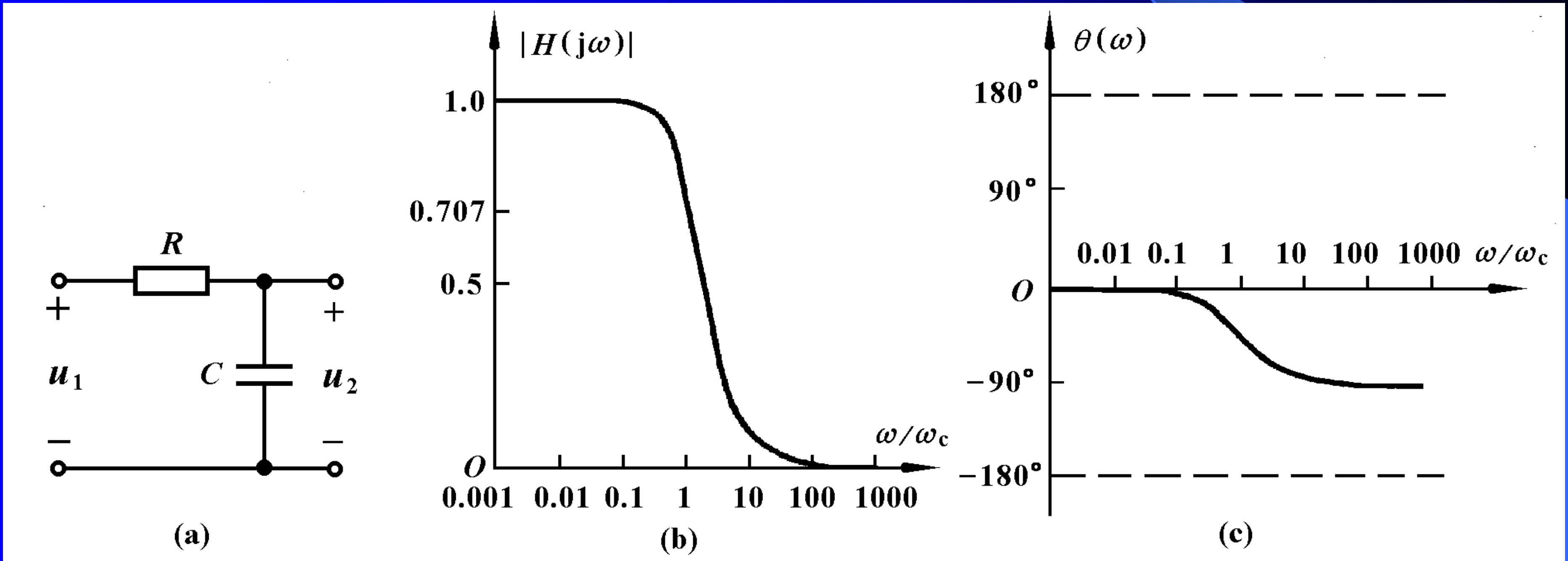


图 12-6

电子和通信工程中所使用信号的频率动态范围很大，例如从10^2~10^{10}Hz。为了表示频率在极大范围内变化时电路特性的变化，可以用对数坐标来画幅频和相频特性曲线。常画出20log|H(jω)|和$\theta(\omega)$相对于对数频率坐标的特性曲线，这种曲线称为波特图。横坐标采用相对频率ω/ω_C，使曲线具有一定的通用性。幅频特性曲线的纵坐标采用分贝(dB)作为单位。|H(jω)|与20log|H(jω)| (dB)之间关系如表12-l所示。

表12-l 比值 A与分贝数的关系

A	0.01	0.1	.707	1	2	10	100	1000
20log$A$/dB	-40	-20	-3.0	0	6.0	20	40	60

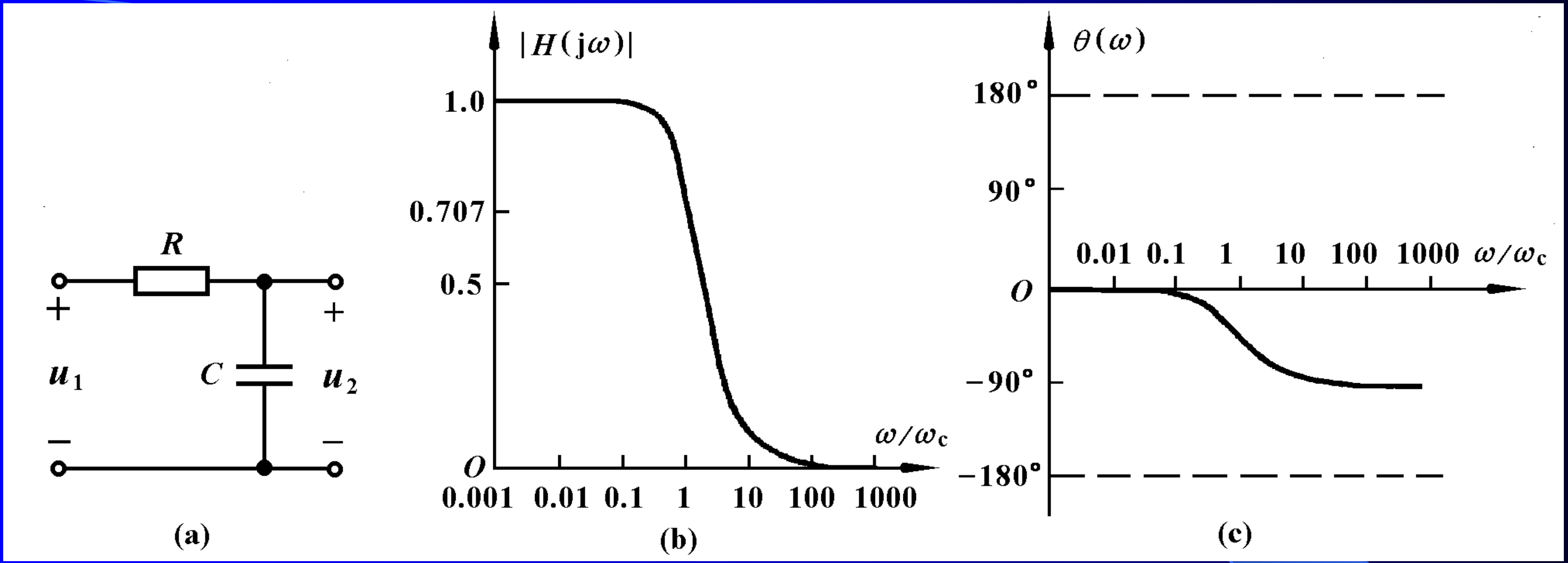


图 12-6

由式(12－9)和(12－10)画出的波特图如图12－7所示

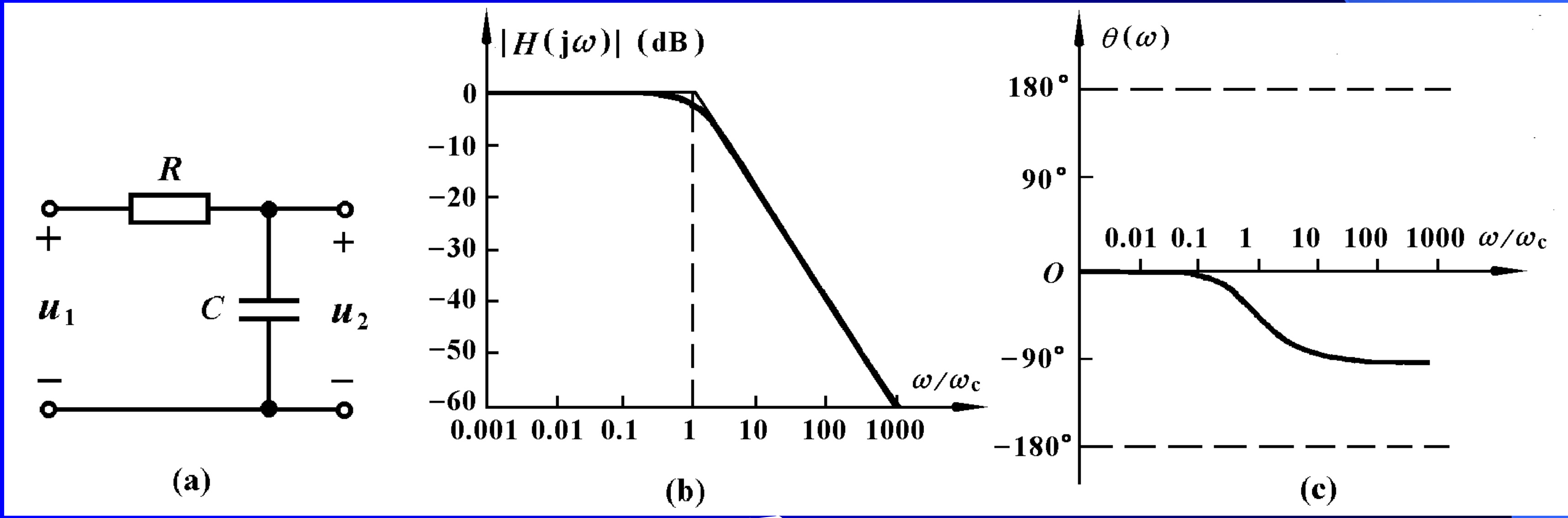
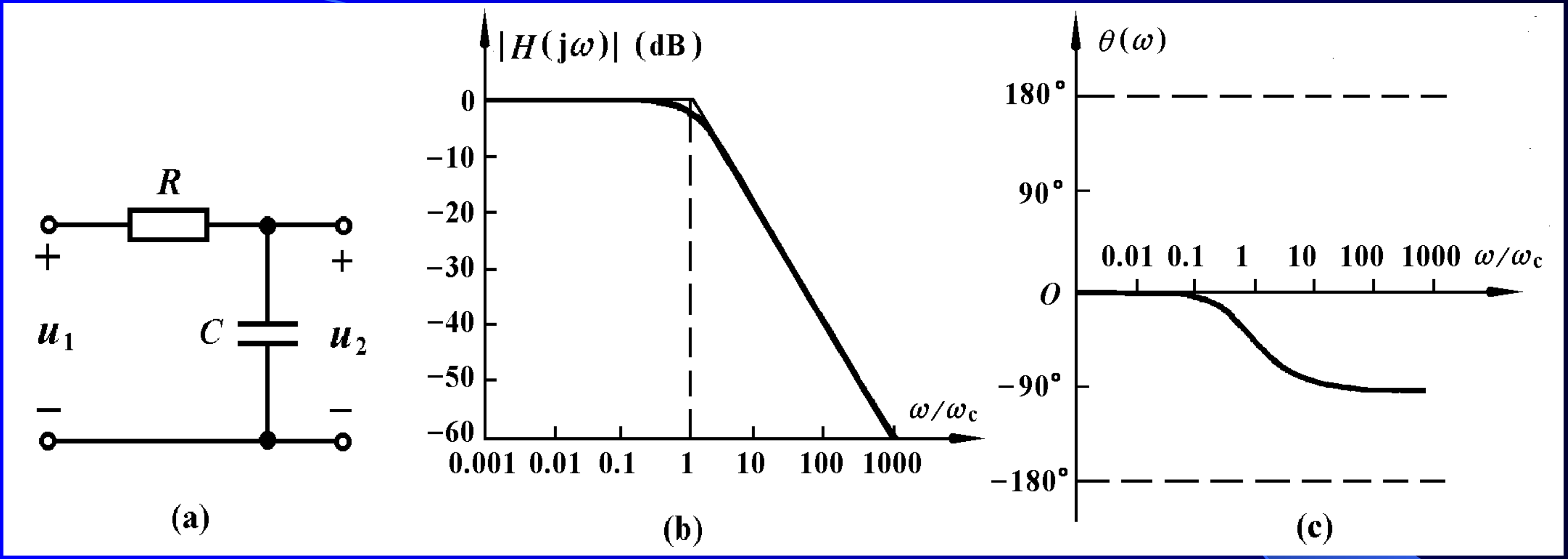


图 12-7

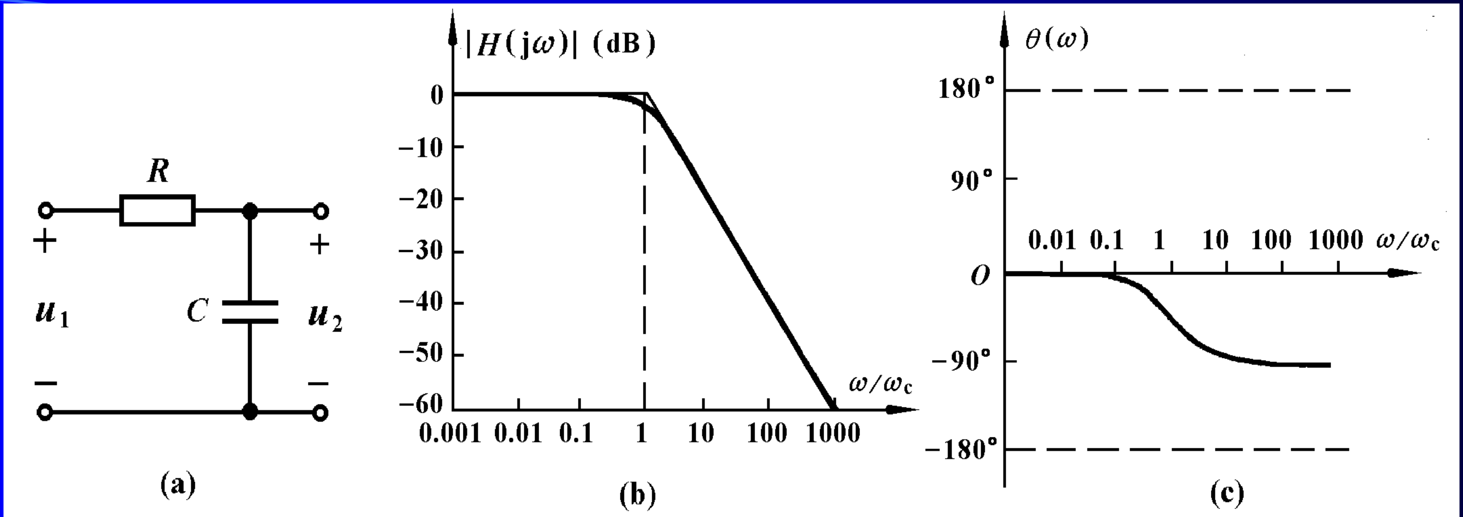


采用对数坐标画频率特性的另一个好处是可用折线来近似。

$$20\log|H(j\omega)| = -10\log\left[1+\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2\right] \qquad (12-11)$$

当 $\omega<\omega_C$ 时

$$20\log|H(j\omega)| \approx 0$$ 是平行横坐标的直线



当$\omega >> \omega_C$时

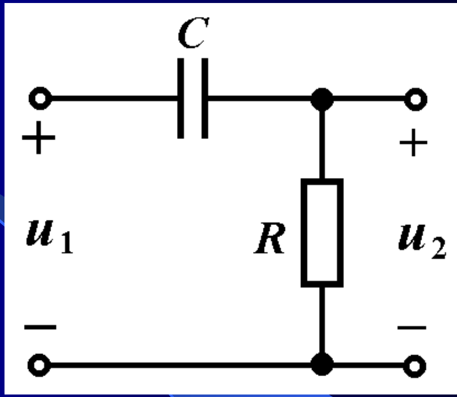
$$20\log|H(j\omega)| \approx -20\log\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right) = -20\log\omega + 20\log\omega_C$$

是斜率与-20 dB/十倍频成比例的一条直线。两条直线交点的坐标为(l，0dB)，对应的频率ω_C称为转折频率。

当$\omega=\omega_C$时，$20\log|H(j\omega_C)|=-3$dB，常用振幅从最大值下降到3dB的频率来定义滤波电路的通频带宽度(简称带宽)。例如，上图所示低通滤波器的带宽是0到ω_C。

二、一阶RC高通滤波电路

对图(a)所示 RC串联电路，电阻电压对输入电压的转移电压比为



$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{R}{R+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}=\frac{\mathrm{j}\omega RC}{1+\mathrm{j}\omega RC}\qquad(12-12)$$

令

$$\omega_{\mathrm{C}}=\frac{1}{RC}=\frac{1}{\tau}$$

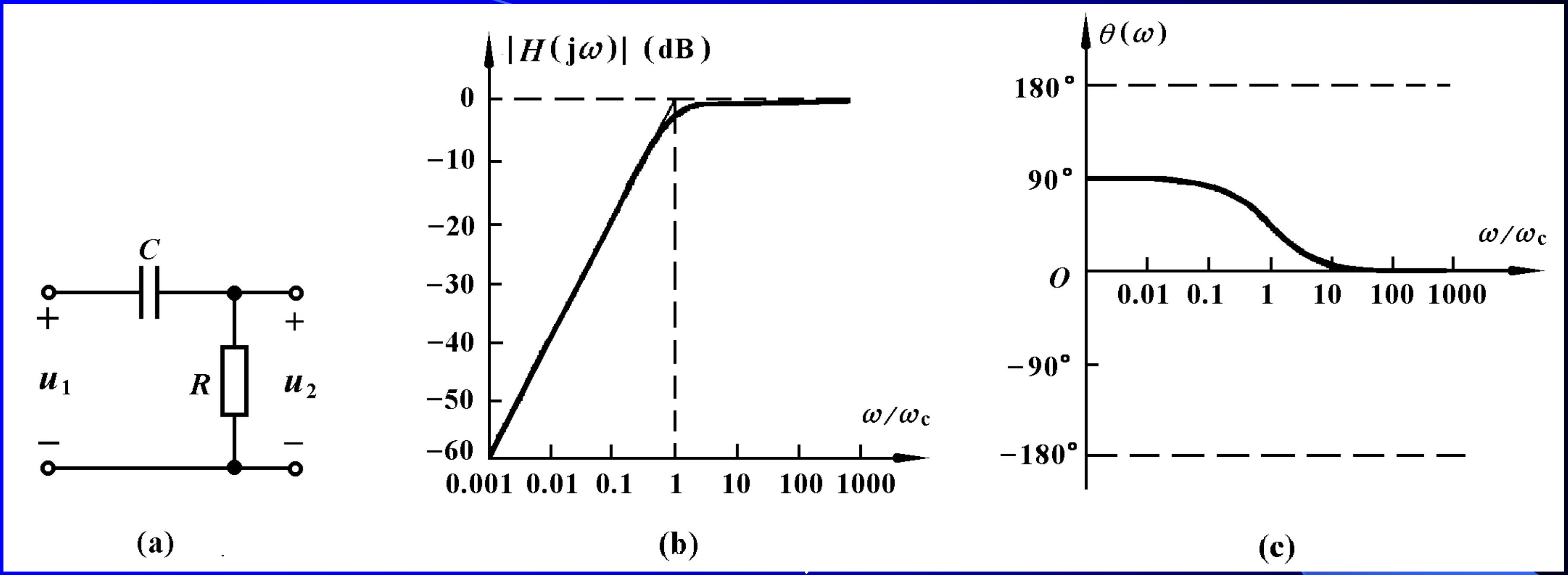
将上式改写为

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\mathrm{j}\dfrac{\omega}{\omega_{\mathrm{C}}}}{1+\mathrm{j}\dfrac{\omega}{\omega_{\mathrm{C}}}}=|H(\mathrm{j}\omega)|\angle\theta(\omega)\qquad(12-13)$$

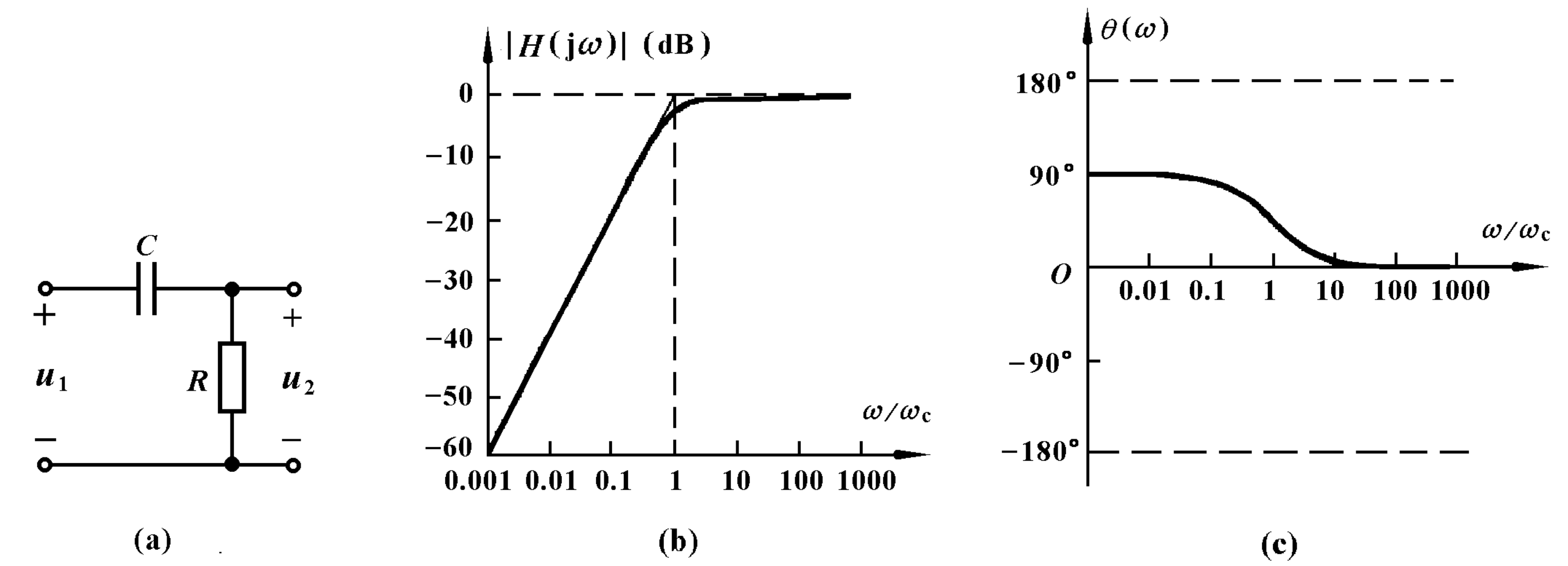
其中

$$|H(\mathrm{j}\omega)|=\frac{\dfrac{\omega}{\omega_{\mathrm{C}}}}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{\omega_{\mathrm{C}}}\right)^{2}}}\qquad(12-14)$$

$$\theta(\omega)=90^{\circ}-\arctan\frac{\omega}{\omega_{\mathrm{C}}}\qquad(12-15)$$



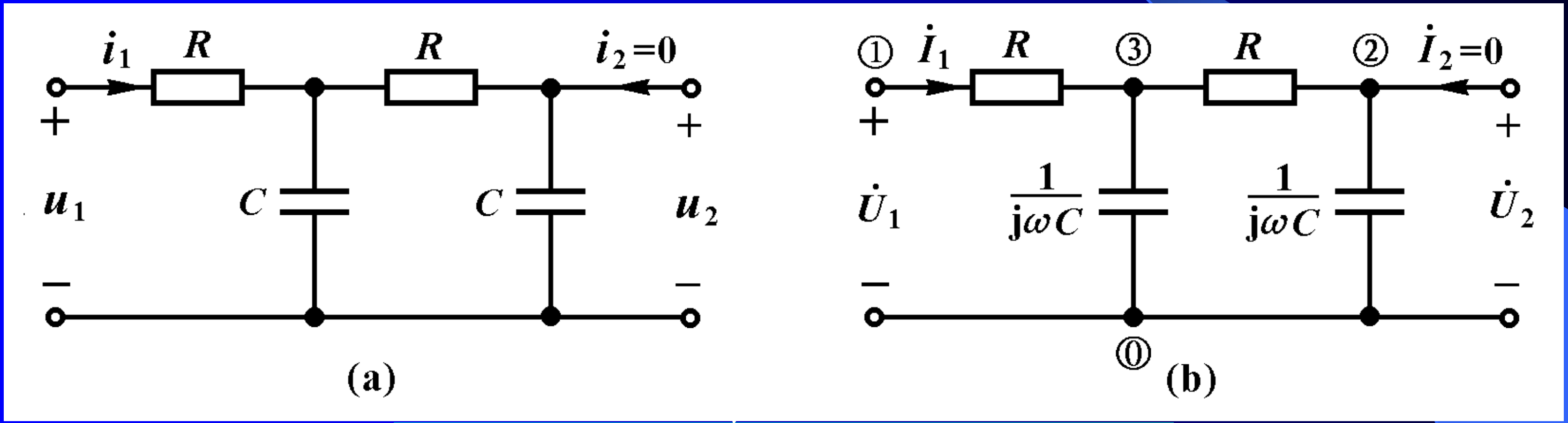
波特图如图所示，该曲线表明图12-8(a)电路具有高通滤波特性。由此可见，当$\omega>\omega_C$时，曲线近乎一条平行于横坐标的直线，当$\omega<<\omega_C$时，曲线趋近于一条直线，其斜率与20 dB/十倍频成比例。以上两条直线交点的坐标为(l, 0dB)，对应的频率ω_C称为转折频率。



当 $\omega=\omega_C$ 时，$20\log|H(j\omega_C)|=-3\text{dB}$，我们说此高通滤波电路的带宽从 ω_C 到∞。从图(c)可见，该高通滤波电路的相移角度从90°到0°之间变化，当 $\omega=\omega_C$ 时，$\theta(\omega)=45°$。

三、二阶RC滤波电路

图12－9(a)所示电路的相量模型如图12－9(b)所示。为求负载端开路时转移电压比 $\dot{U}_2/\dot{U}_1$，可外加电压源 $\dot{U}_1$，列出结点3和结点2的方程:



$$\begin{cases} \left(\dfrac{2}{R}+\mathrm{j}\omega C\right)\dot{U}_3-\dfrac{1}{R}\dot{U}_2=\dfrac{1}{R}\dot{U}_1 \\ -\dfrac{1}{R}\dot{U}_3+\left(\dfrac{1}{R}+\mathrm{j}\omega C\right)\dot{U}_2=0 \end{cases}$$

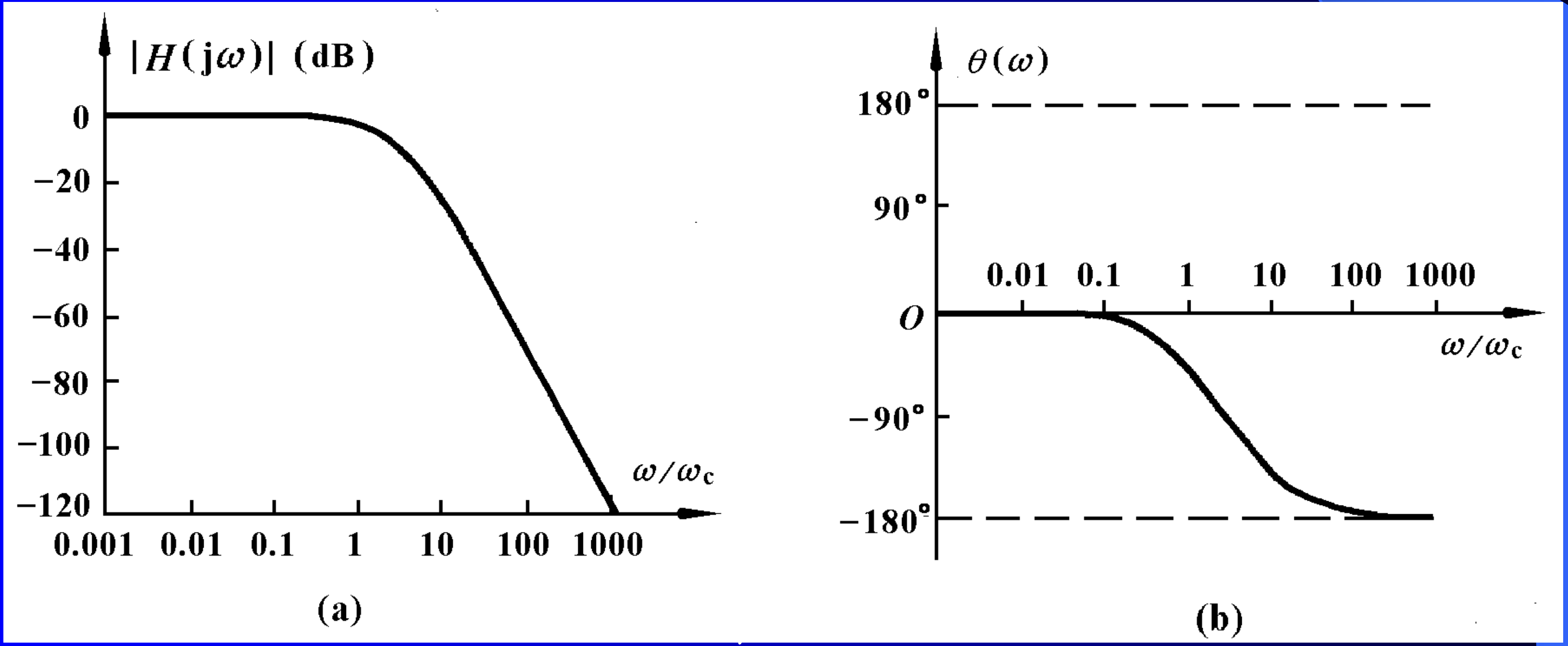
消去$\dot{U}_3$，求得

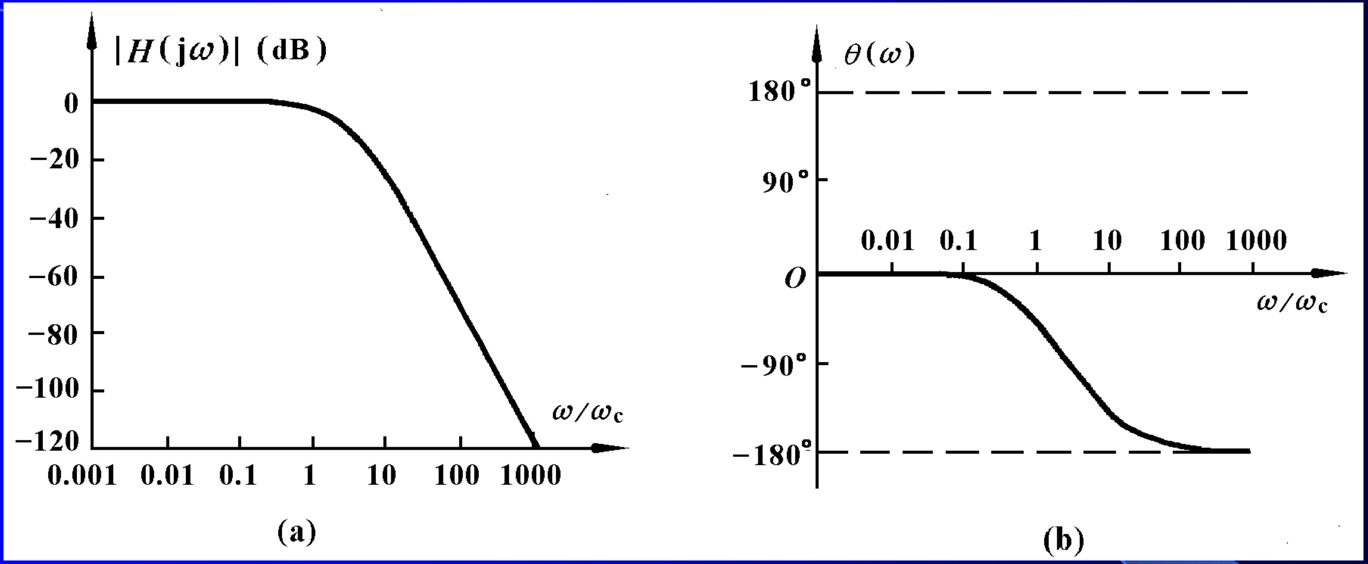
$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{1}{1-\omega^2R^2C^2+\mathrm{j}3\omega RC}=|H(\mathrm{j}\omega)|\angle\theta(\omega) \qquad (12-16)$$

其中

$$|H(\mathrm{j}\omega)|=\frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2R^2C^2)^2+9\omega^2R^2C^2}} \qquad (12-17)$$

$$\theta(\omega)=-\arctan\left(\frac{3\omega RC}{1-\omega^2R^2C^2}\right) \qquad (12-18)$$





该电路的幅频和相频特性曲线，如图所示。幅频曲线表明该网络具有低通滤波特性，其转折频率ω_C可令式(12－17)

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$$

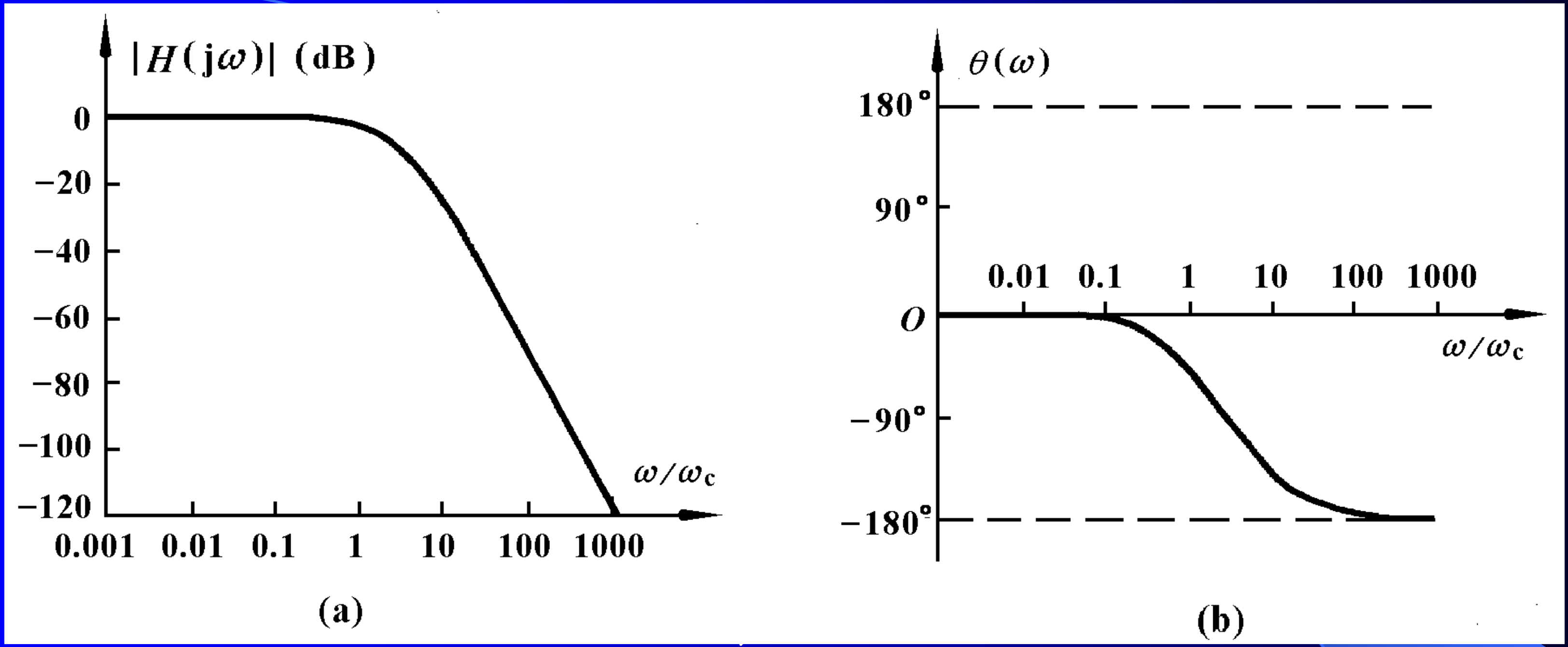
求得

即

$$(1-\omega_C^2R^2C^2)^2 + 9\omega_C^2R^2C^2 = 2$$

求解得到

$$\omega_C = \frac{1}{2.6724RC} = \frac{0.3742}{\tau} \qquad (12-19)$$



上式表明电路参数*R*、*C*与转折频率ω_C之间的关系，它告诉我们可以用减少*RC*乘积的方法来增加滤波器的带宽，这类公式在设计实际滤波器时十分有用。

图12-10(b)所示相频特性表明该网络的移相角度在为0到-180°之间变化。当$\omega=\omega_C$时，$\theta(\omega_C)$=-52.55°。

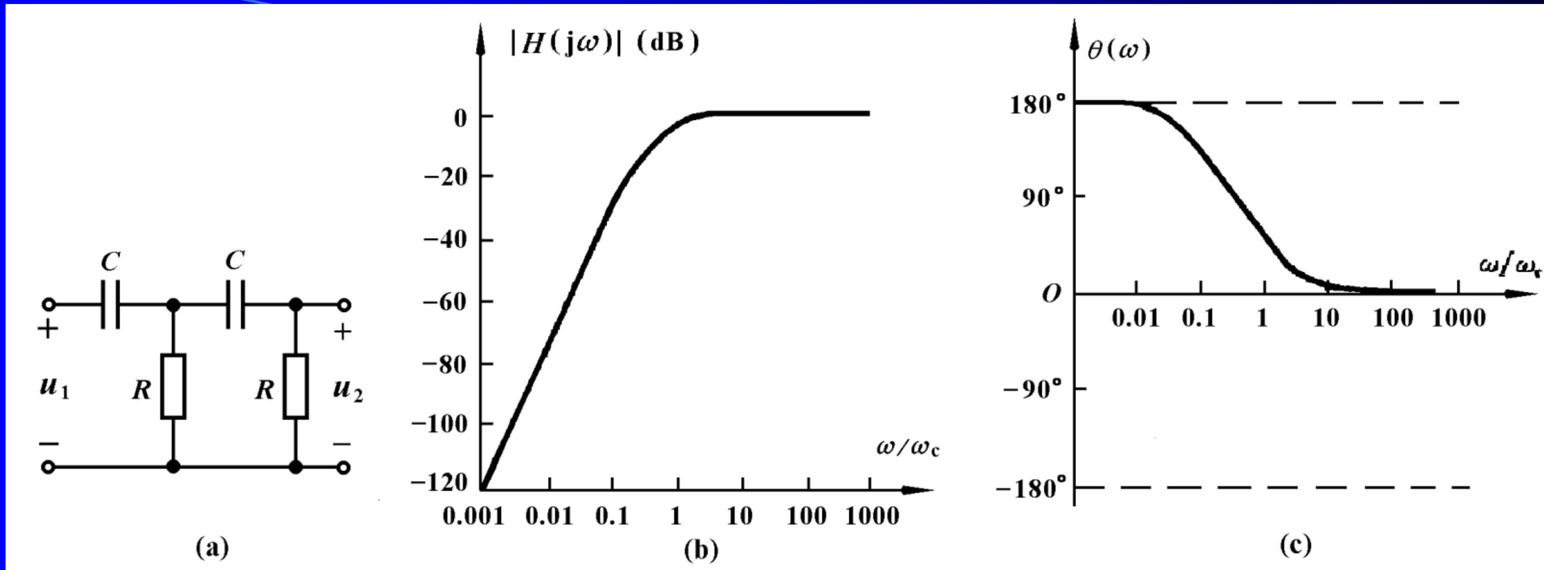


图 12-11

用类似方法求出12-11(a)电路的转移电压比为

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{-\omega^2R^2C^2}{1-\omega^2R^2C^2+\mathrm{j}3\omega RC} \qquad (12-20)$$

其幅频特性曲线如图12-11(b)所示。该网络具有高通滤波特性，其转折频率的公式为

$$\omega_{\mathrm{C}}=\frac{1}{0.3742RC}=\frac{2.6724}{\tau} \qquad (12-21)$$

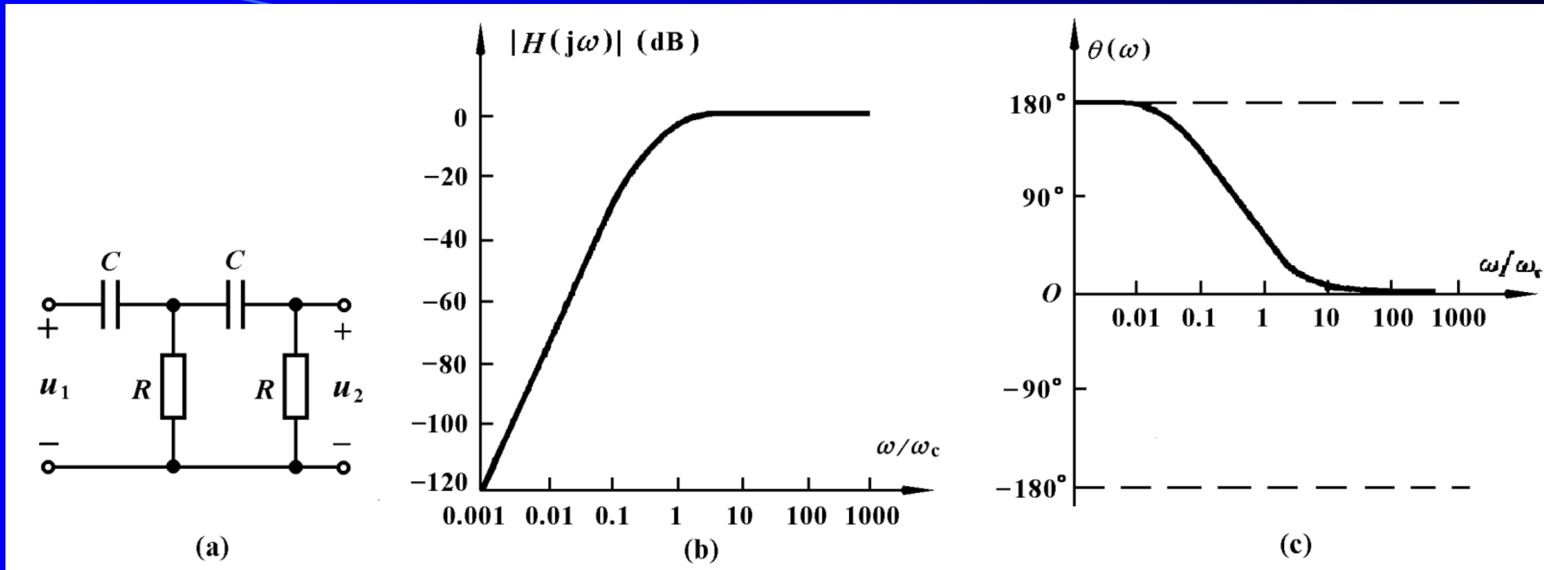


图 12-11

该网络移相范围为180° 到0° 。

当 $\omega=\omega_C$ 时，$|H(j\omega_C)|=0.707$, $\theta(\omega_C)=52.55°$。

与一阶*RC*滤波电路相比，二阶*RC*滤波电路对通频带外信号的抑制能力更强，滤波效果更好。二阶 *RC*电路移相范围为180° ，比一阶电路移相范围更大。二阶 *RC*滤波电路不仅能实现低通和高通滤波特性，还可实现带通滤波特性。

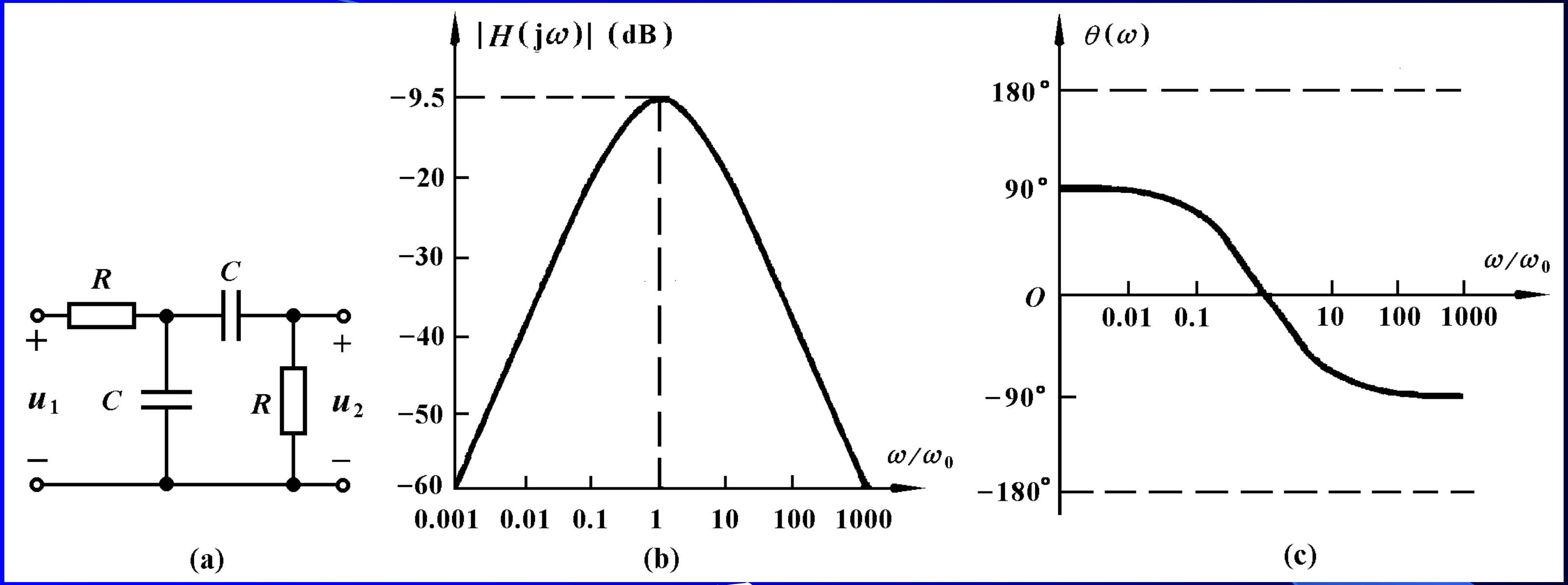


图 12-12

图12－12(a)电路负载端开路时的转移电压比为

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{\mathrm{j}\omega RC}{1-\omega^2R^2C^2+\mathrm{j}3\omega RC} \qquad (12-22)$$

其幅频和相频特性曲线如图12－12(b)和(c)所示。该网络具有带通滤波特性，其中心频率$\omega_0=1/RC$。

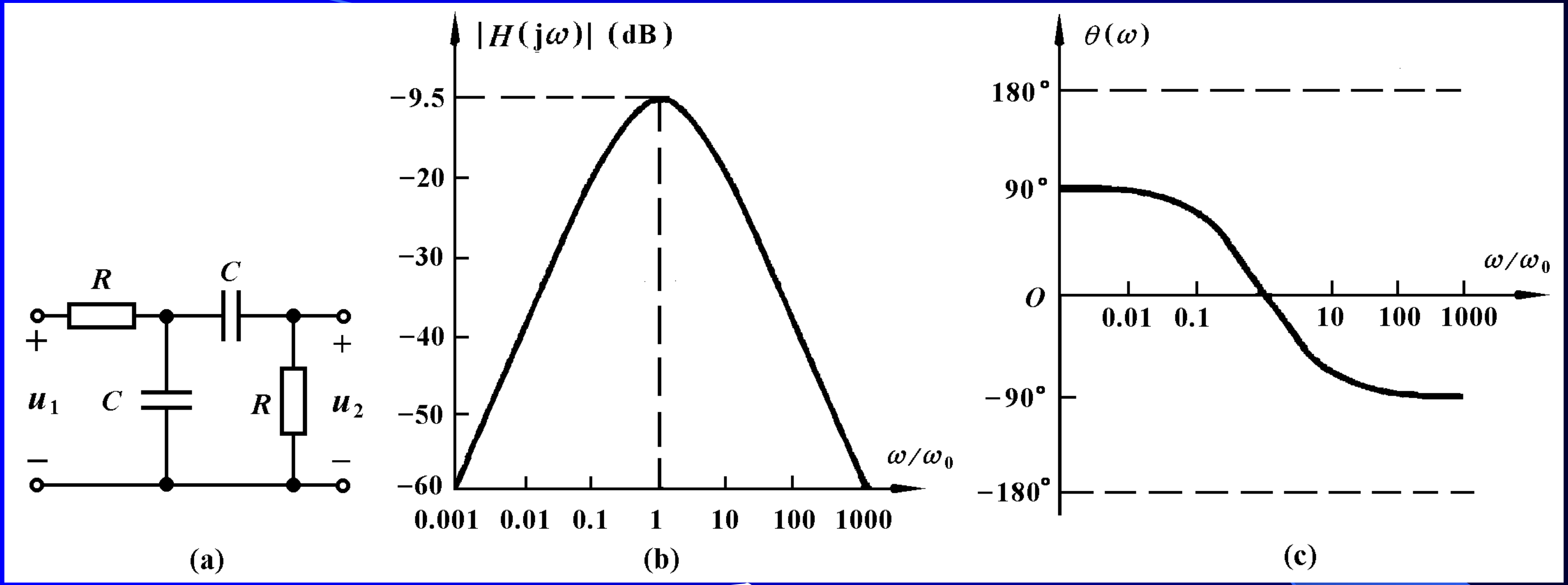


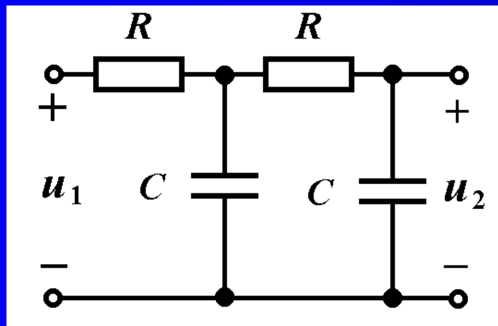
图 12-12

当$\omega=\omega_0$时，$|H(j\omega_0)|=1/3$，$\theta(\omega_0)=0$。该网络的移相范围为90°到 -90°。

*RC*滤波电路所实现的频率特性，也可由相应的*RL*电路来实现。在低频率应用的条件下，由于电容器比电感器价格低廉、性能更好，并有一系列量值的各类电容器可供选用，*RC*滤波器得到了更广泛的应用。

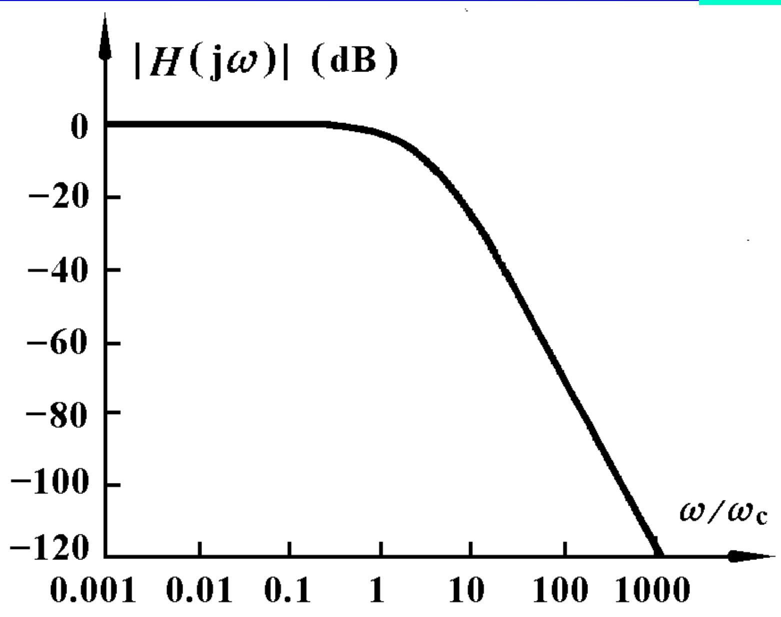
将以上三种二阶RC滤波电路的有关公式和曲线列举如下：

1. 二阶RC低通滤波电路

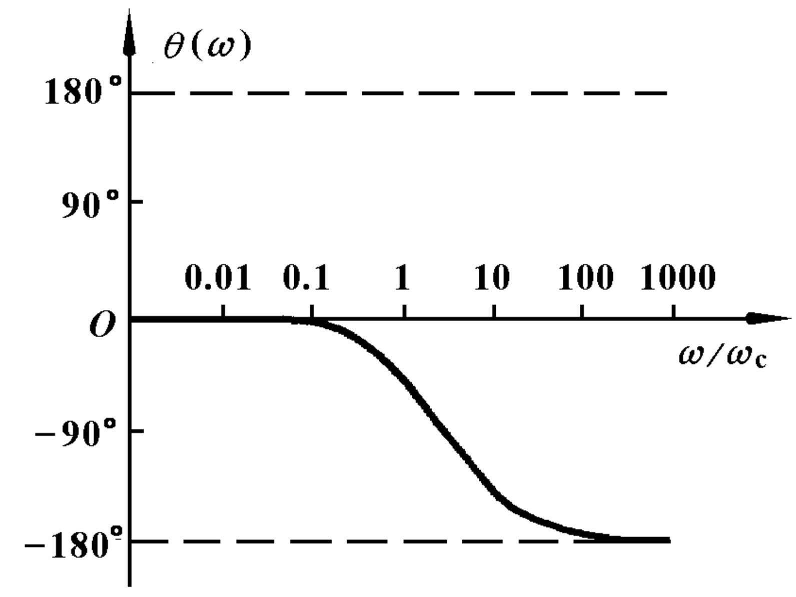


$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{1}{1-\omega^2R^2C^2+\mathrm{j}3\omega RC}$$

$$\omega_C=\frac{1}{2.6724RC}=\frac{0.3742}{\tau}$$

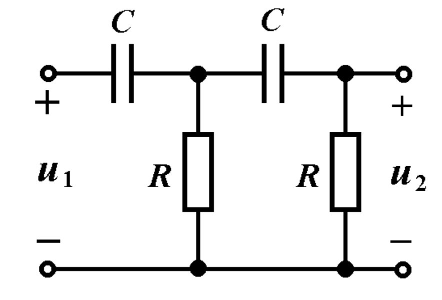


(a)



(b)

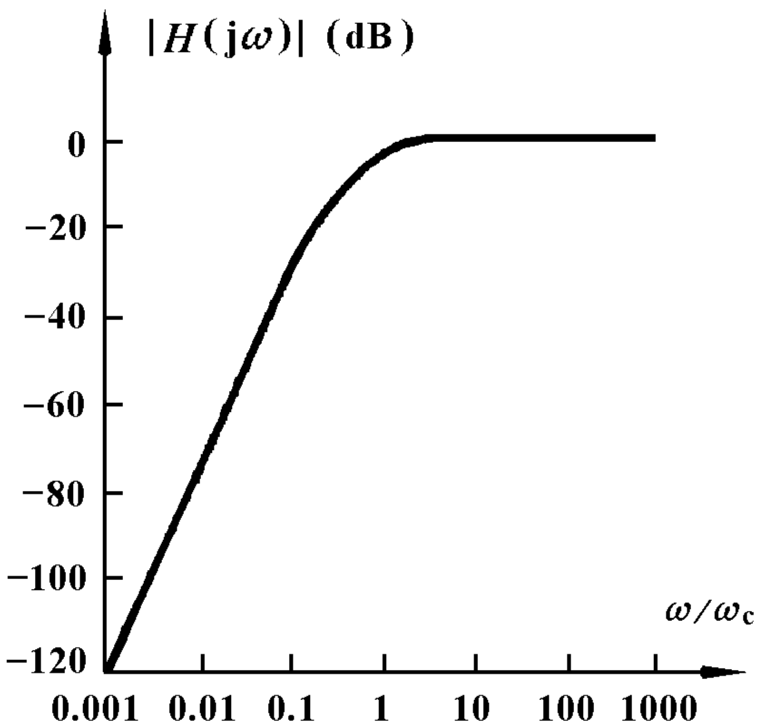
2. 二阶RC高通滤波电路



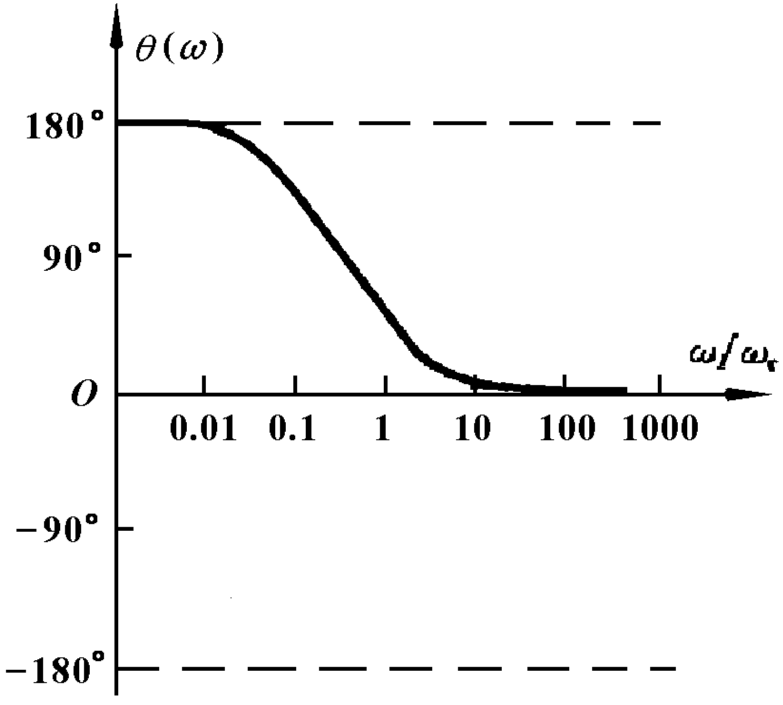
(a)

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{-\omega^2R^2C^2}{1-\omega^2R^2C^2+\mathrm{j}3\omega RC}$$

$$\omega_\mathrm{C}=\frac{1}{0.3742RC}=\frac{2.6724}{\tau}$$

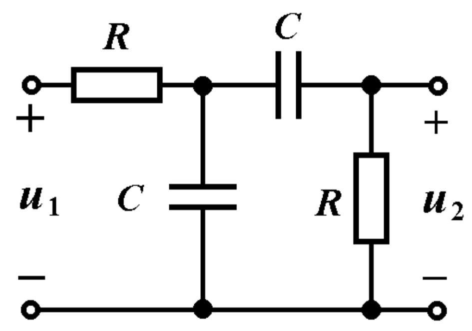


(b)



(c)

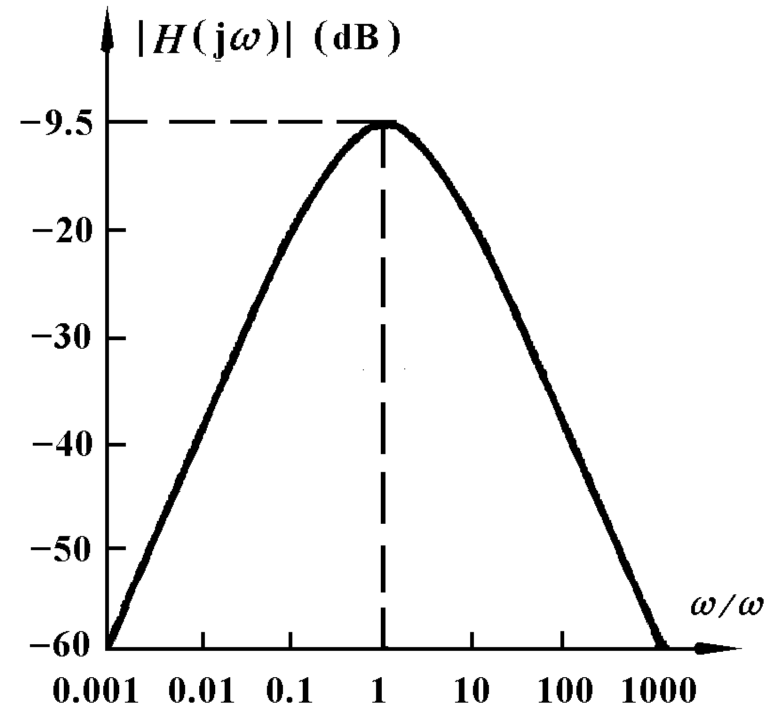
3. 二阶*RC* 带通滤波电路



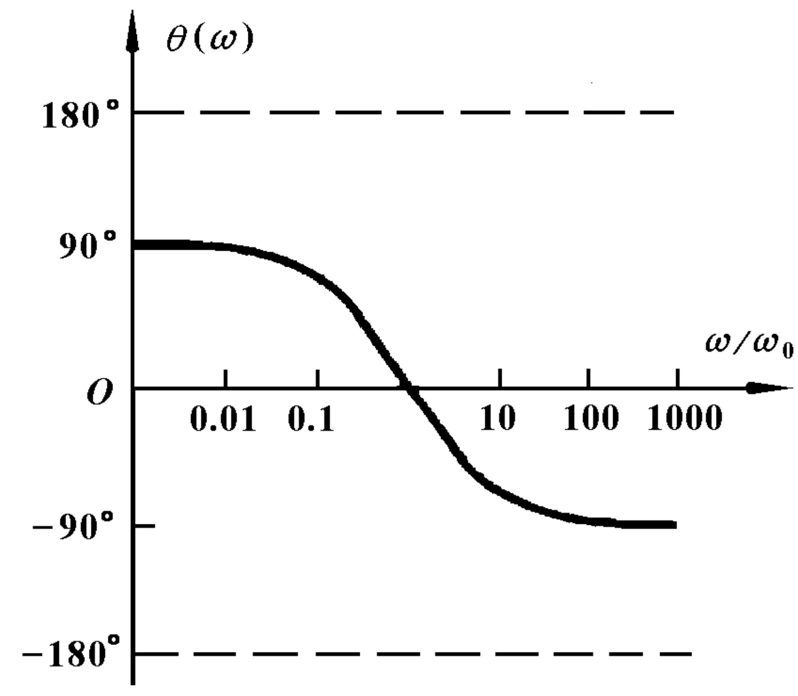
(a)

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{\mathrm{j}\omega RC}{1-\omega^2R^2C^2+\mathrm{j}3\omega RC}$$

$$\omega_0=\frac{1}{RC}$$



(b)



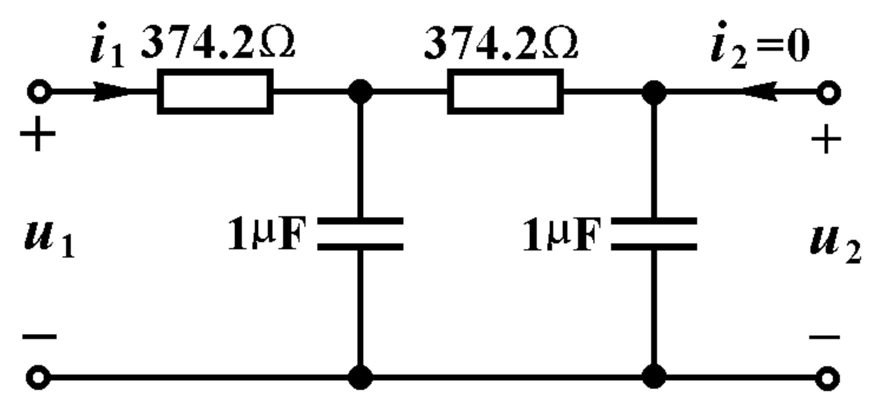
(c)

选作题

试设计一个二阶低通(或高通或带通)滤波电路，令其转折角频率为　班级号 × 100 + 学号

用计算机程序检验设计是否正确，并打印出频率特性。

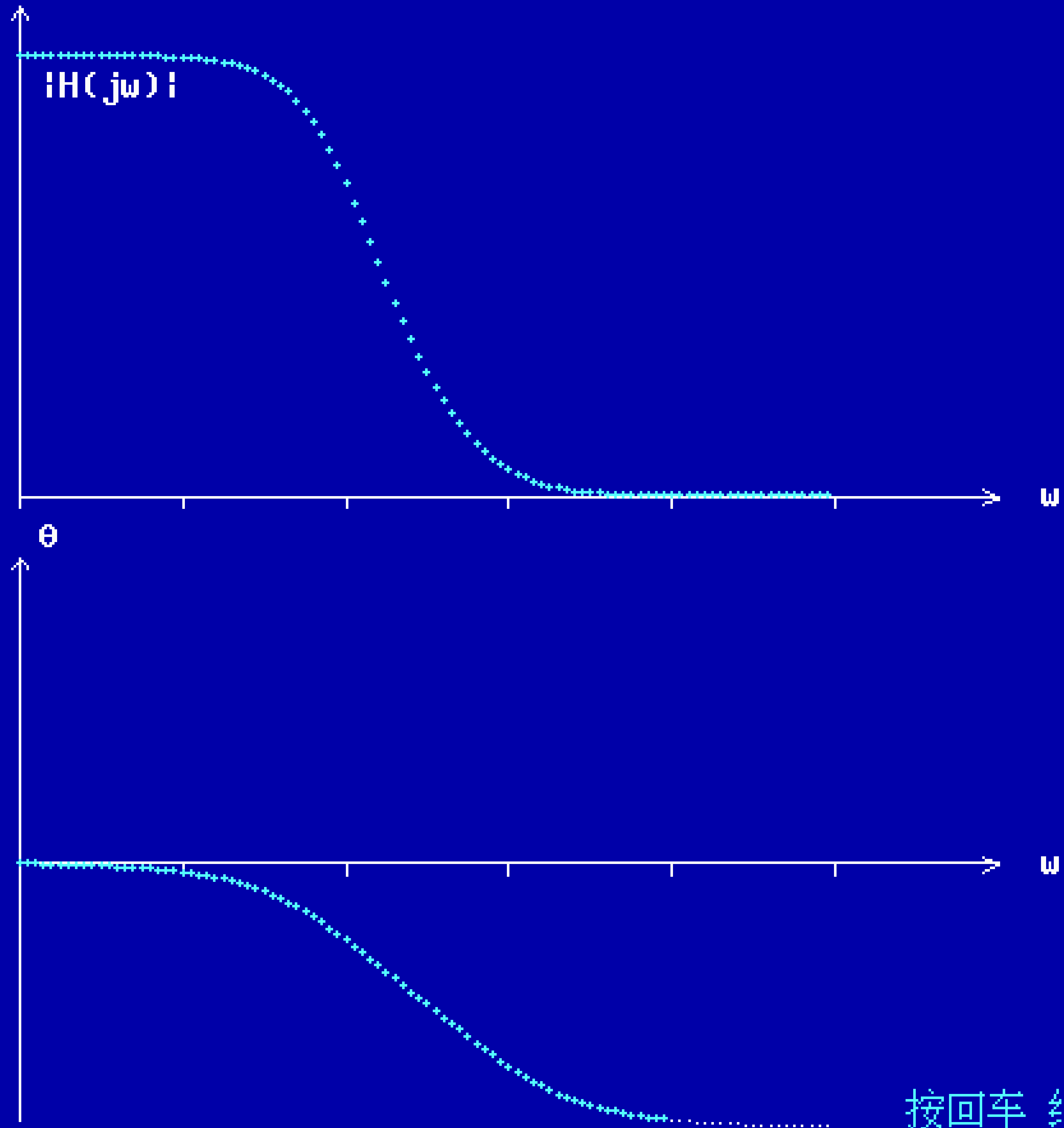
下面是ω_C =1000rad/s的二阶低通滤波电路以及计算机绘制的频率特性曲线。



$$\omega_C = \frac{1}{2.6724RC} = 1000$$

假如选择C=1μF，则R＝374.2Ω，如上图所示。

W rad/s	Phase
1.000E+04	-139.194
1.122E+04	-142.856
1.259E+04	-146.302
1.413E+04	-149.517
1.585E+04	-152.496
1.778E+04	-155.238
1.995E+04	-157.748
2.239E+04	-160.035
2.512E+04	-162.109
2.818E+04	-163.985
3.162E+04	-165.676
3.548E+04	-167.198
3.981E+04	-168.564
4.467E+04	-169.789
5.012E+04	-170.887
5.623E+04	-171.868
6.310E+04	-172.746
7.079E+04	-173.530
7.943E+04	-174.230
8.913E+04	-174.856



按回车 继续

例12-4 试设计转折频率ω_C=10^3rad/s的低通和高通滤波电路。

解：根据前面对各种*RC*滤波电路特性的讨论，如果用图12-6(a)和图12－8(a)一阶*RC*滤波电路，则需要使电路参数满足条件

$$RC = \frac{1}{\omega_C} = 0.1\text{s}$$

假如选择电容为*C*=1μF，则需要选择电阻*R*=1kΩ 来满足转折频率的要求，实际滤波器设计时还得根据滤波器的其它要求和具体情况来确定。

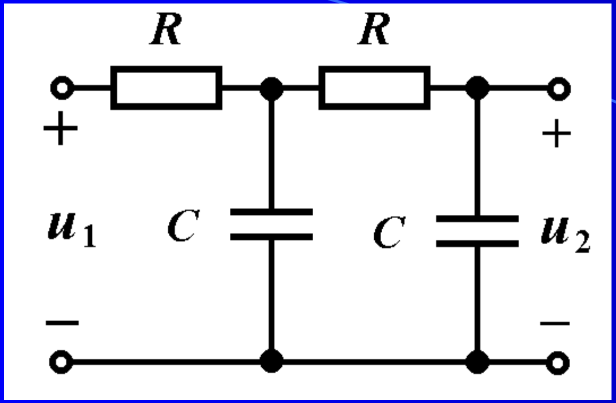
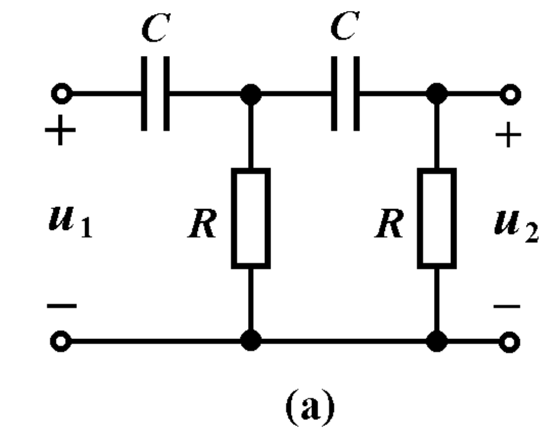


图12－9(a)

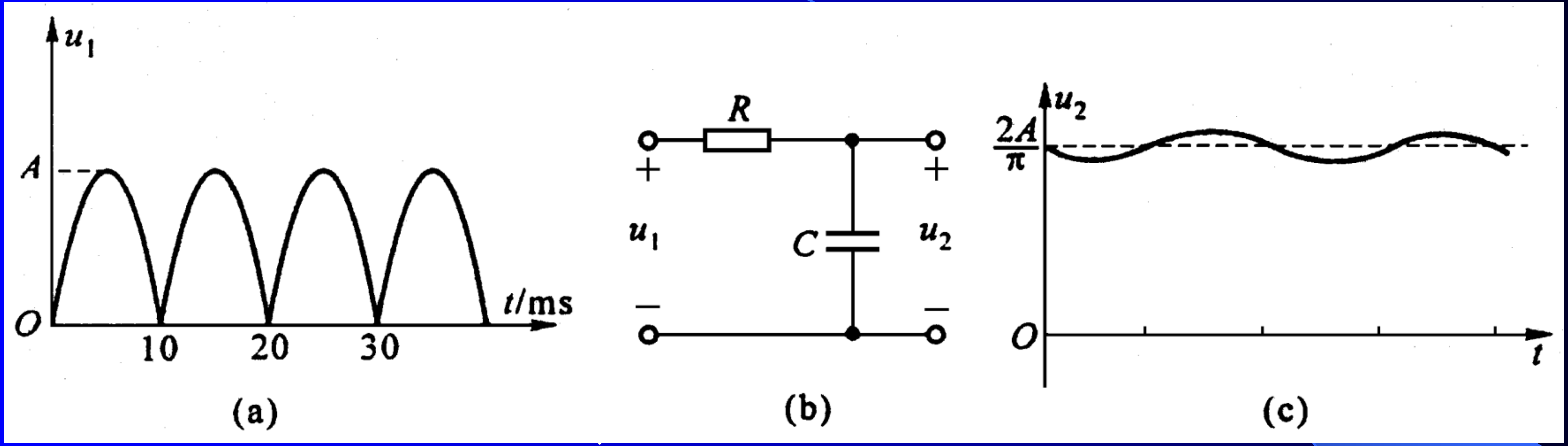


12-11

若用图12－9(a)二阶*RC*低通滤波电路，则需要根据式(12-19)确定电路参数值，即$RC=0.3742/\omega_C=0.3742\times10^{-3}$s。如果选择电容$C$=1μF，则需要选择电阻$R$=374.2Ω。

若用图12-11(a)二阶*RC*高通滤波电路，则需要根据式(12-21) 确定电路参数值，即$RC=1/0.3742\omega_C=2.6724\times10^{-3}$s。如果选择电容$C$=1μF，则需要选择电阻$R$=2672.4Ω。

例12-5 图12-13(a)表示工频正弦交流电经全波整流后的波形，试设计一个*RC*低通滤波电路来滤除其谐波分量。

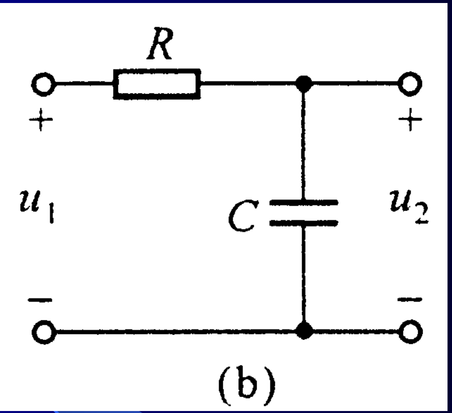


解：全波整流波形可用傅里叶级数展开为

$$u_1(t)=\frac{4A}{\pi}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\cos(\omega t)-\frac{1}{15}\cos(2\omega t)-\frac{1}{35}\cos(3\omega t)-\cdots\right)\qquad(12-23)$$

其中 $\omega=\frac{2\pi}{T}=628\text{rad/s}$ 设*A*=100V，则

$$u_1(t)=[63.66-42.44\cos(\omega t)-8.488\cos(2\omega t)-3.638\cos(3\omega t)-...]\text{V}$$



采用图（b）所示一阶*RC*滤波电路，并选择电路元件参数满足以下条件

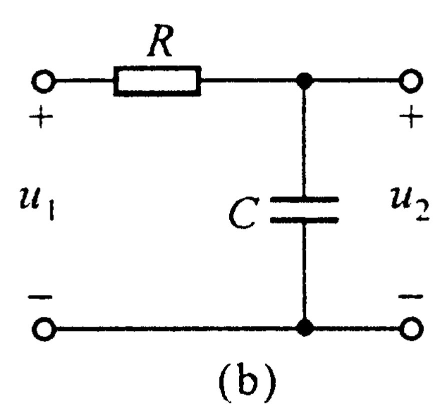
$$\omega_C = \frac{1}{RC} = 0.1\omega$$

即 *RC*=15.9ms。例如电容*C*=10μF,则电阻*R*=1590Ω;若电容*C*=100μF,则电阻*R*=159Ω。

用叠加定理分别求出直流分量和各次谐波分量的输出电压的瞬时值。

1. 对于直流分量，电容相当于开路，输出电压为

$$u_{20} = u_{10} = \frac{2A}{\pi} = 63.66\text{V}$$



$$u_1(t)=[63.66-42.44\cos(\omega t)$$
$$-8.488\cos(2\omega t)$$
$$-3.638\cos(3\omega t)-\ldots]\mathrm{V}$$

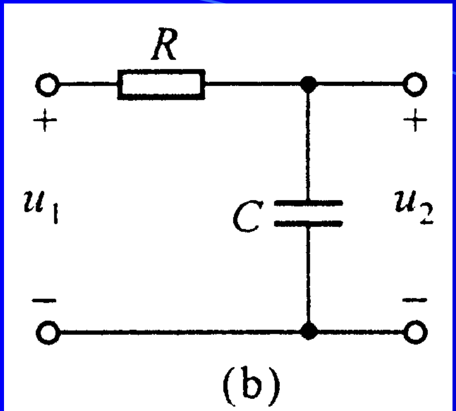
2. 对于基波，先计算转移电压比

$$|H(\mathrm{j}\omega)|=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{\omega_C}\right)^2}}=\frac{1}{\sqrt{1+10^2}}\approx 0.1$$

$$\theta(\omega)=-\arctan\frac{\omega}{\omega_C}=-\arctan 10=-84.3^\circ$$

即可求得

$$u_{21}(t)=-\frac{4A}{3\pi}\times 0.1\cos(\omega t-84.3^\circ)\mathrm{V}$$
$$=-4.24\cos(\omega t-84.3^\circ)\mathrm{V}$$



$$u_1(t)=[63.66-42.44\cos(\omega t)-8.488\cos(2\omega t)-3.638\cos(3\omega t)-\ldots]\mathrm{V}$$

3. 对于二次谐波有：

$$|H(\mathrm{j}\omega)|=\frac{1}{\sqrt{1+20^2}}\approx\frac{1}{20}=0.05$$

$$\theta(\omega)=-\arctan 20=-87.1^{\circ}$$

求得

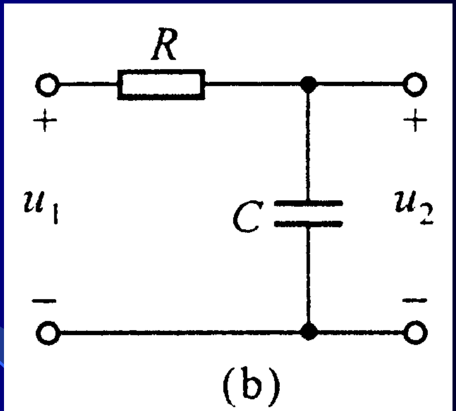
$$u_{22}(t)=-\frac{4A}{15\pi}\times 0.05\cos(2\omega t-87.1^{\circ})\mathrm{V}$$

$$=-0.424\cos(2\omega t-87.1^{\circ})\mathrm{V}$$

4. 对于三次谐波有：

$$|H(\mathrm{j}\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+30^2}} \approx \frac{1}{30}$$

$$\theta(\omega) = -\arctan 30 = -88.1^\circ$$



求得

$$u_{23}(t) = -\frac{4A}{35\pi} \times \frac{1}{30}\cos(3\omega t - 88.1^\circ)\mathrm{V}$$

$$= -0.121\cos(3\omega t - 88.1^\circ)\mathrm{V}$$

最后将以上各项电压瞬时值相加得到

$$u_2(t) = [63.66 - 4.24\cos(\omega t - 84.3^\circ) - 0.424\cos(2\omega t - 87.1^\circ)$$

$$- 0.121\cos(3\omega t - 88.1^\circ)]\mathrm{V}$$

由于低通滤波电路对谐波有较大衰减，输出波形中谐波分量很小，得到图12-13(c)所示脉动直流波形。

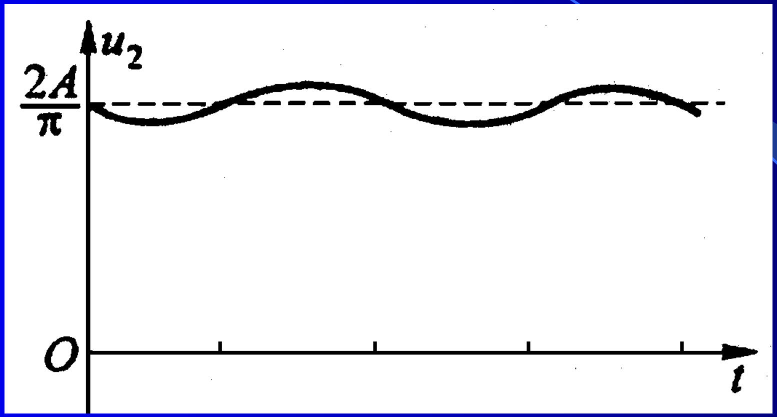


图12-13(c)

为了提高谐波效果，可加大RC使转折频率ω_C降低，如选择ω_C=0.01ω,求得的输出电压为

$$u_2(t)=[63.66-0.424\cos(\omega t-89.43^\circ)-4.24\times10^{-2}\cos(2\omega t-89.71^\circ)$$
$$-1.21\times10^{-2}\cos(3\omega t-89.81^\circ)]\text{V}$$

提高谐波效果的另外一种方法是将一阶*RC*滤波电路改变为图12－9所示二阶*RC*滤波电路，仍然采用$1/RC=0.1\omega$的参数，求得的输出电压为

$$
\begin{aligned}
u_2(t)=[&63.66-0.41\cos(\omega t-163.1^\circ)\\
&-2.1\times10^{-2}\cos(2\omega t-171.5^\circ)\\
&-4.03\times10^{-3}\cos(3\omega t-174.3^\circ)]\text{V}
\end{aligned}
$$

若采用$1/RC=0.01\omega$的参数，其输出电压为

$$
\begin{aligned}
u_2(t)=[&63.66-4.24\times10^{-3}\cos(\omega t-178.3^\circ)\\
&-2.12\times10^{-4}\cos(2\omega t-179.1^\circ)\\
&-4.04\times10^{-5}\cos(3\omega t-179.4^\circ)]\text{V}
\end{aligned}
$$

例12-6 试用图12-14(a)表示RC选频网络和运算放大器构成一个正弦波振荡器。

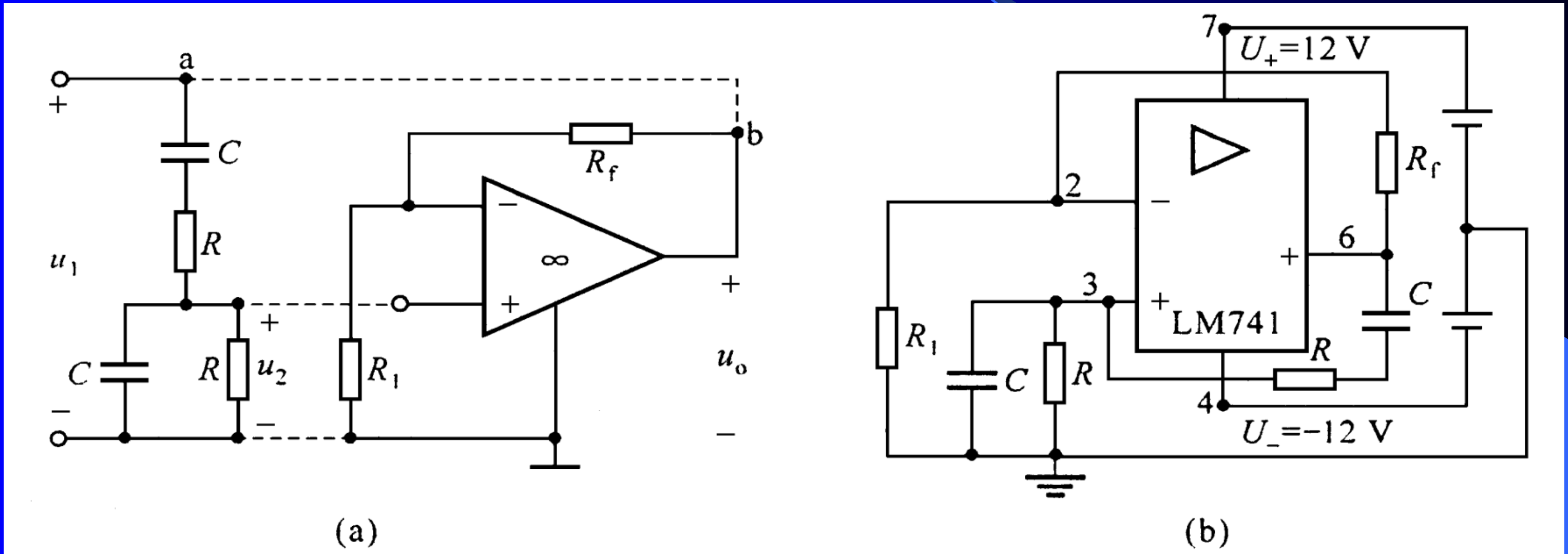


图12－14 例12－6

解：图12-14(a)所示RC网络的转移电压比与图12-12(a)电路完全相同，它具有带通滤波特性。

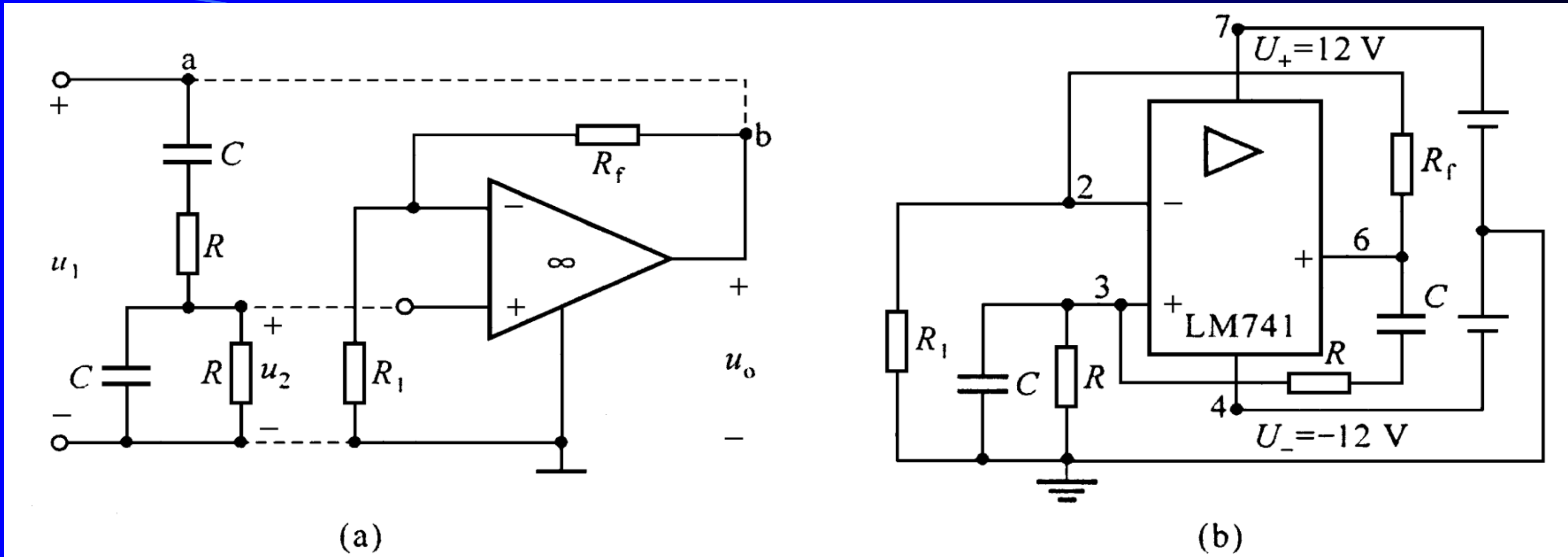


图12－14 例12－6

在图(a)输入端外加频率为 $\omega=\omega_0=1/RC$ 的正弦电压信号 $u_1(t)=U_{1m}\cos\omega_0 t$ 时，输出信号 $u_2=(1/3)u_1$，为最大值。若在其输出端连接一个电压放大倍数为3的同相放大器[见图12-14(a)]，输出电压 $u_0=3u_2=u_1$ 与输入电压完全相同。此时可将输出电压反馈回网络输入端(其方法是将ab两点相连)，代替外加输入信号而不会影响输出电压的波形。

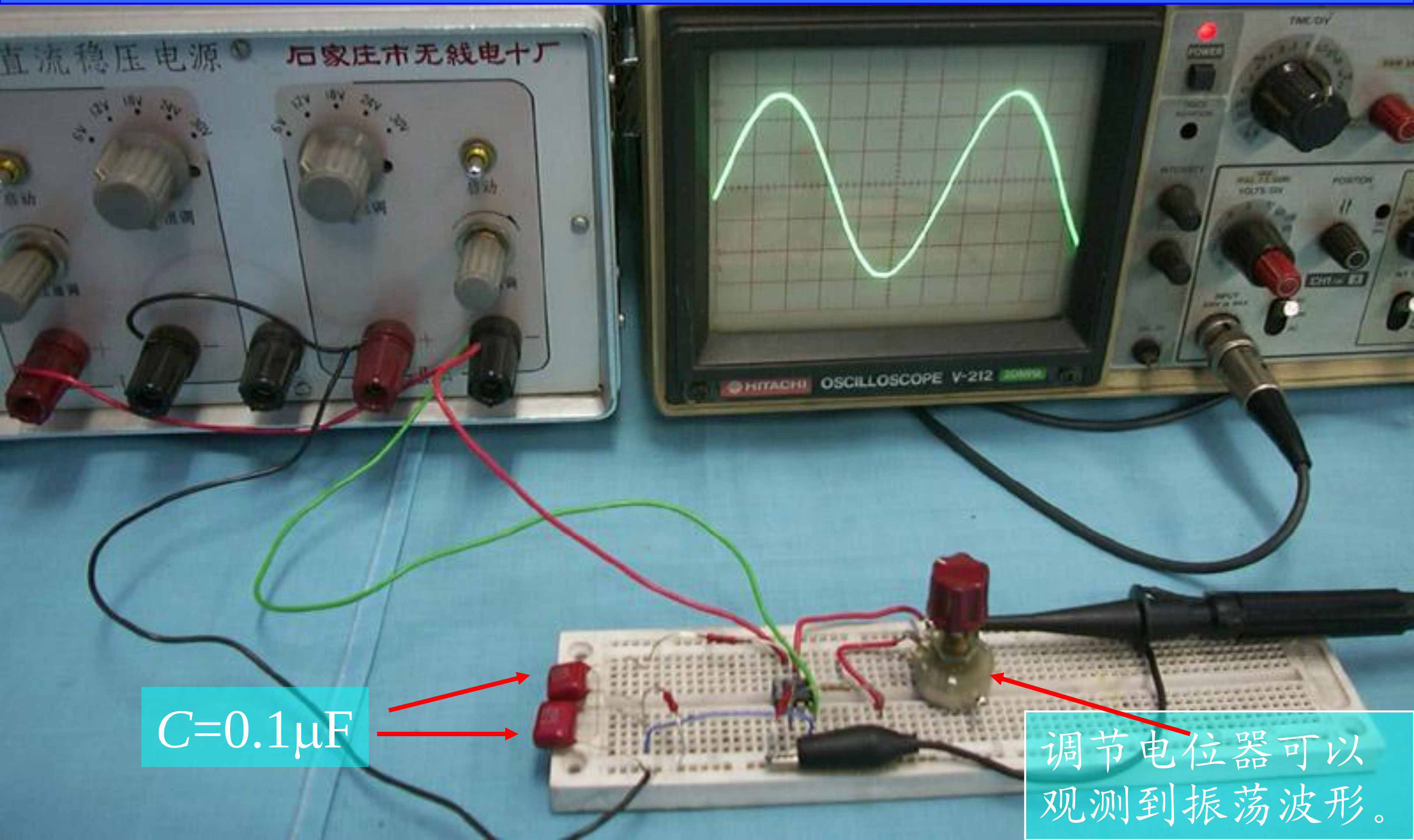
这表明该电路可构成一个正弦波振荡器，其振荡频率仅由*RC*参数确定，易于调整。由于*RC*选频网络对其它频率成分的衰减较大，不会形成振荡，所产生的正弦波形较好，该电路已为许多低频信号发生器采用。图12－14(b)是*RC*选频振荡器的电原理图，在实验室按图接线，接通电源。调整电阻R_1使运放的放大倍数等于3时，在输出端即可观察到正弦振荡波形。若采用C=0.1μF的电容器，R=R_1=1kΩ，R_f=2kΩ左右的电阻器，用示波器可以观测到频率为

$$f_0=\frac{1}{2\pi RC}=\frac{1}{2\pi\times10^3\times10^{-7}}=1592\text{Hz}$$

左右的正弦振荡波形。

下面是用示波器观测*RC*振荡器的振荡波形。

用直流稳压电源提供＋12V和－12V电压，加在运算放大器上，调整电位器使运算放大器的放大倍数等于3倍左右时，用示波器可以观察正弦振荡波形。



思考与练习

12-2-1 你能在不写出转移电压比的条件下，判断图12-2-1所示电路具有低通或高通滤波特性吗?

12-2-2 你能判断图12-2-1电路中，哪些电路输出电压$u_2(t)$的相位超前于输入电压$u_1(t)$的相位?

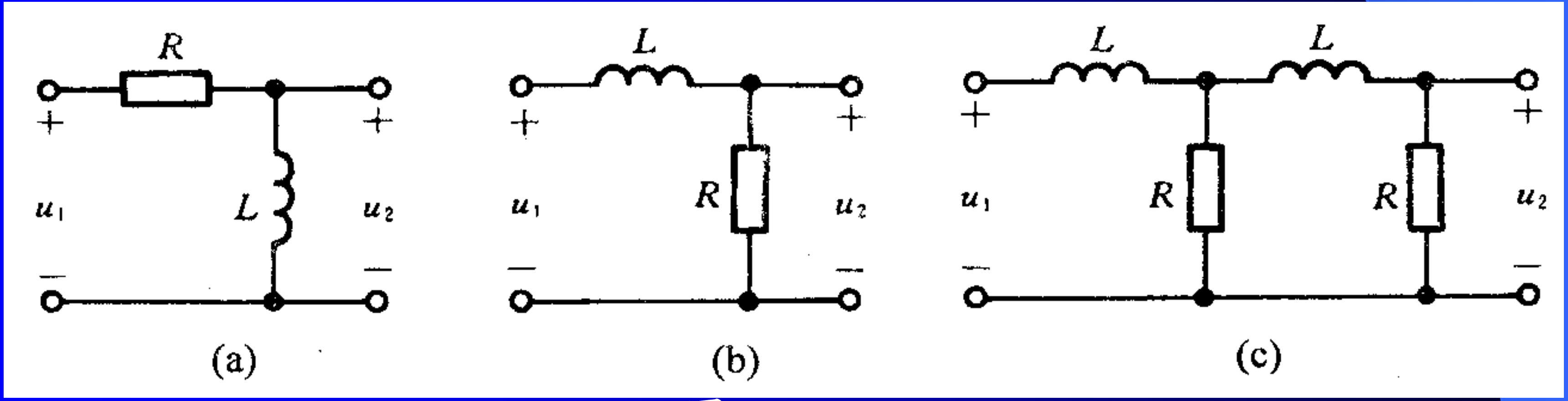


图12－2－1

§12－3 谐振电路

含有电感、电容和电阻元件的单口网络，在某些工作频率上，出现端口电压和电流波形相位相同的情况时，称电路发生谐振。能发生谐振的电路，称为谐振电路。谐振电路在电子和通信工程中得到广泛应用。本节讨论最基本的*RLC*串联和并联谐振电路谐振时的特性。

一、*RLC*串联谐振电路

图12－15(a)表示*RLC*串联谐振电路，图12－15(b)是它的相量模型，由此求出驱动点阻抗为

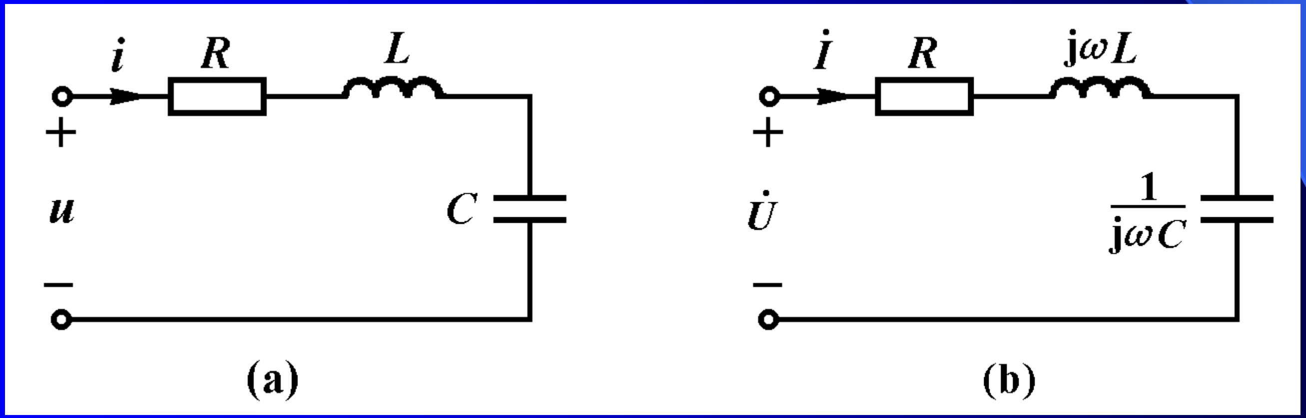
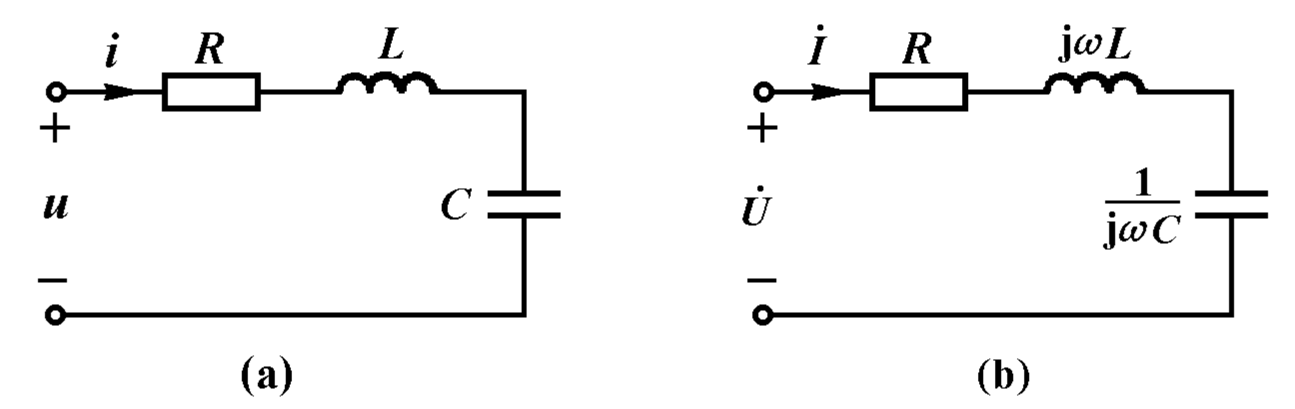


图12－15



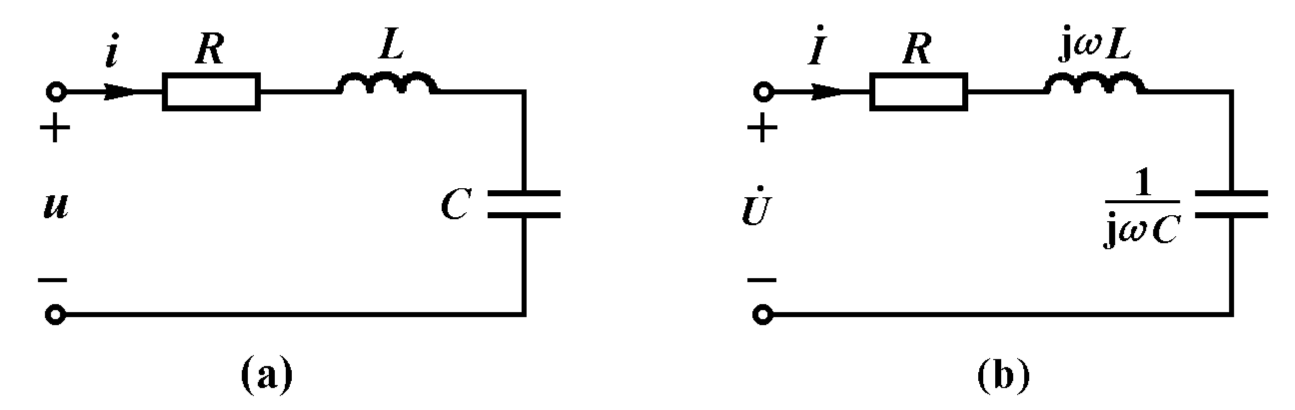
$$Z(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}$$

$$=R+\mathrm{j}(\omega L-\frac{1}{\omega C})=|Z(\mathrm{j}\omega)|\angle\theta(\omega) \qquad (12-24)$$

其中

$$|Z(\mathrm{j}\omega)|=\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2} \qquad (12-25)$$

$$\theta(\omega)=\arctan(\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R}) \qquad (12-26)$$



1. 谐振条件

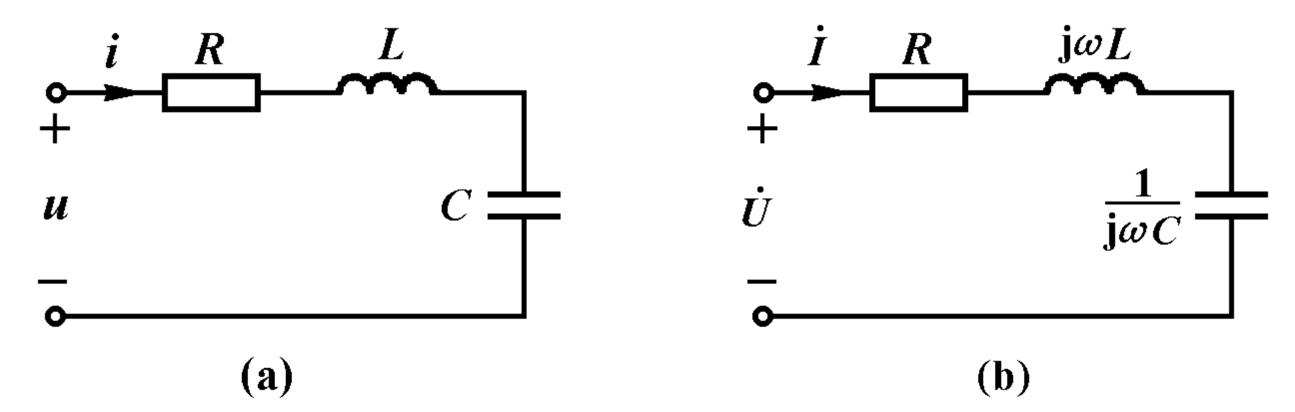
当 $\omega L-\frac{1}{\omega C}=0$， 即 $\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$ 时， $\theta(\omega)=0$,

$|Z(j\omega)|=R$,电压$u(t)$与电流$i(t)$相位相同， 电路发生谐振。

也就是说，*RLC*串联电路的谐振条件为

$$\omega=\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (12-27)$$

式中 $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$ 称为电路的固有谐振角频率。

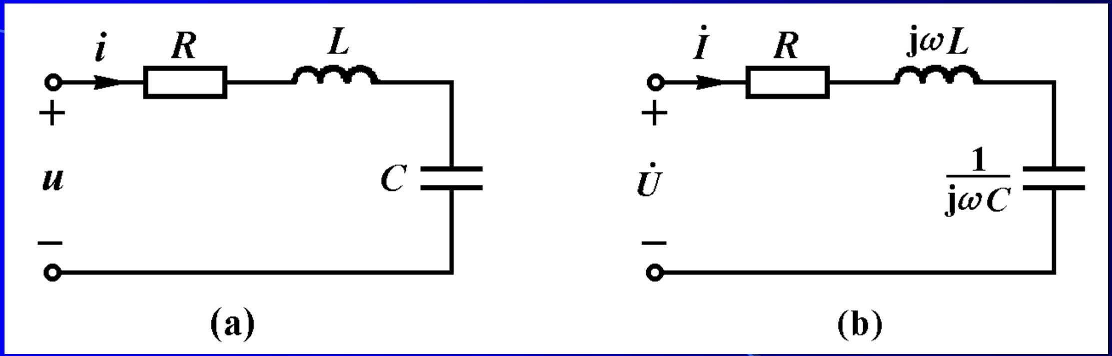


当电路激励信号的频率与谐振频率相同时，电路发生谐振。用频率表示的谐振条件为

$$f = f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad (12-28)$$

*RLC*串联电路在谐振时的感抗和容抗在量值上相等，其值称为谐振电路的特性阻抗，用ρ表示，即

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (12-29)$$



2. 谐振时的电压和电流

*RLC*串联电路发生谐振时，阻抗的电抗分量

$$X=\omega_0 L-\frac{1}{\omega_0 C}=0$$

导致

$$Z(\mathrm{j}\omega_0)=R \qquad (12-30)$$

即阻抗呈现纯电阻，达到最小值。若在端口上外加电压源，则电路谐振时的电流为

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}_{\mathrm{S}}}{Z}=\frac{\dot{U}_{\mathrm{S}}}{R} \qquad (12-31)$$

电流达到最大值，且与电压源电压同相。此时电阻、电感和电容上的电压分别为

$$\dot{U}_{\mathrm{R}}=R\dot{I}=\dot{U}_{\mathrm{S}} \qquad (8-32)$$

$$\dot{U}_{\mathrm{L}}=\mathrm{j}\omega_0 L\dot{I}=\mathrm{j}\frac{\omega_0 L}{R}\dot{U}_{\mathrm{S}}=\mathrm{j}Q\dot{U}_{\mathrm{S}} \qquad (8-33)$$

$$\dot{U}_{\mathrm{C}}=\frac{1}{\mathrm{j}\omega_0 C}\dot{I}=-\mathrm{j}\frac{1}{\omega_0 RC}\dot{U}_{\mathrm{S}}=-\mathrm{j}Q\dot{U}_{\mathrm{S}} \qquad (8-34)$$

其中

$$Q=\frac{\omega_0 L}{R}=\frac{1}{\omega_0 RC}=\frac{\rho}{R} \qquad (8-35)$$

Q 称为串联谐振电路的品质因数，其数值等于谐振时感抗或容抗与电阻之比。

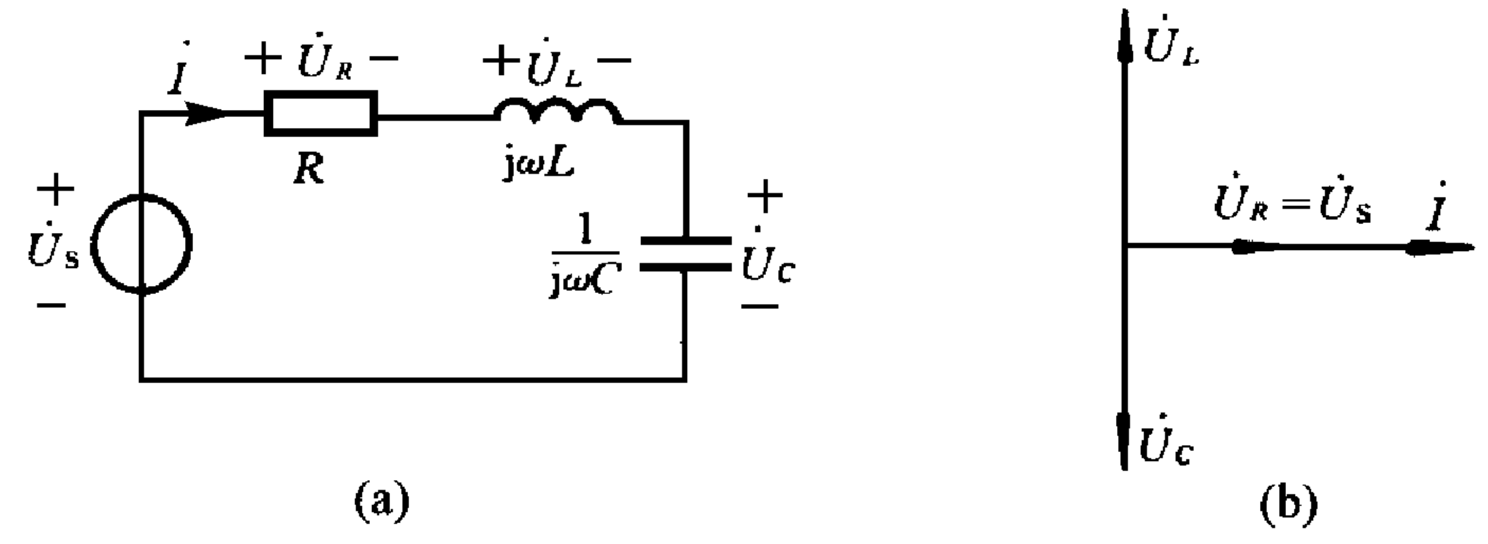
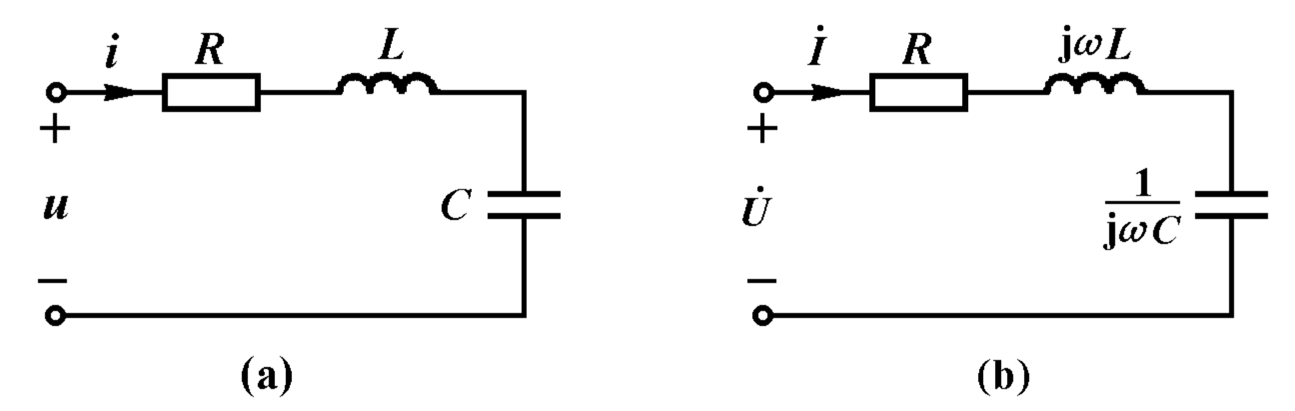


图12－16

从以上各式和相量图可见，谐振时电阻电压与电压源电压相等，$\dot U_R=\dot U_S$。电感电压与电容电压之和为零，即 $\dot U_L+\dot U_C=0$ ，且电感电压或电容电压的幅度为电压源电压幅度的Q倍，即

$$U_L=U_C=QU_S=QU_R \qquad (12-36)$$

若Q>>1,则$U_L=U_C>>U_S=U_R$，这种串联电路的谐振称为电压谐振。



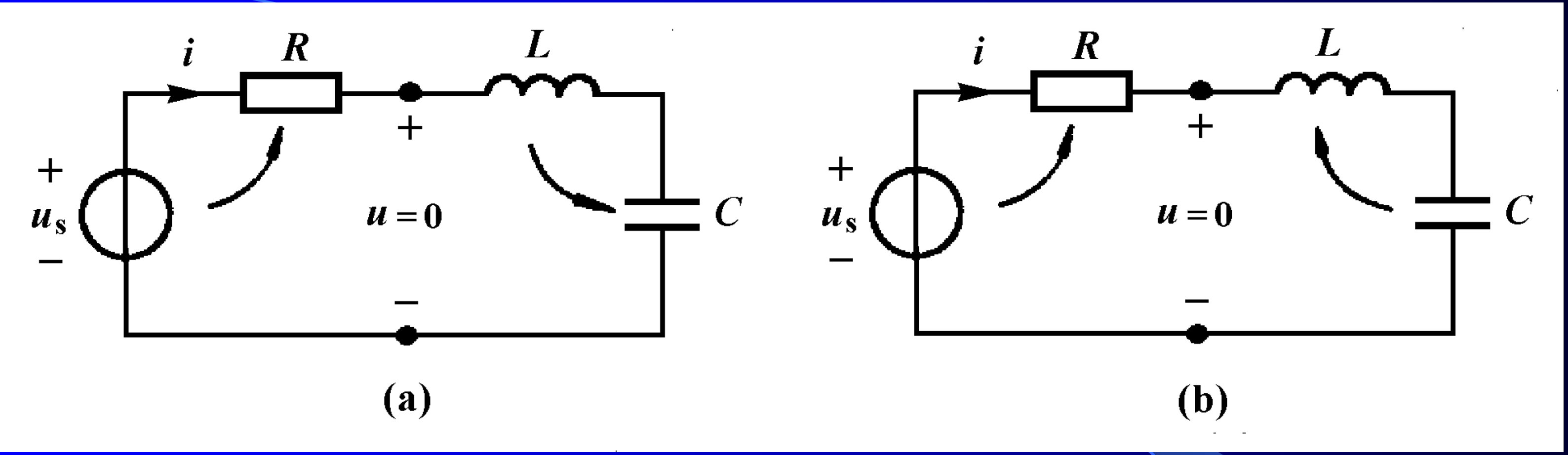
3.谐振时的功率和能量

设电压源电压为$u_S(t)=U_{sm}\cos(\omega_0 t)$，则：

$$i(t)=I_m\cos(\omega_0 t)=\frac{U_{Sm}}{R}\cos(\omega_0 t)$$

$$u_L(t)=QU_{Sm}\cos(\omega_0 t+90^\circ)$$

$$u_C(t)=-u_L(t)=-QU_{Sm}\cos(\omega_0 t+90^\circ)$$



电感和电容吸收的功率分别为:

$$p_L(t)=QU_{Sm}I_m\cos(\omega_0 t)\cos(\omega_0 t+90^\circ)=-QU_S I\sin(2\omega_0 t)$$
$$p_C(t)=-p_L(t)=QU_S I\sin(2\omega_0 t)$$

由于 $u(t)=u_L(t)+u_C(t)=0$ (相当于虚短路)，任何时刻进入电感和电容的总瞬时功率为零，即$p_L(t)+p_C(t)=0$。电感和电容与电压源和电阻之间没有能量交换。电压源发出的功率全部为电阻吸收，即$p_S(t)=p_R(t)$。

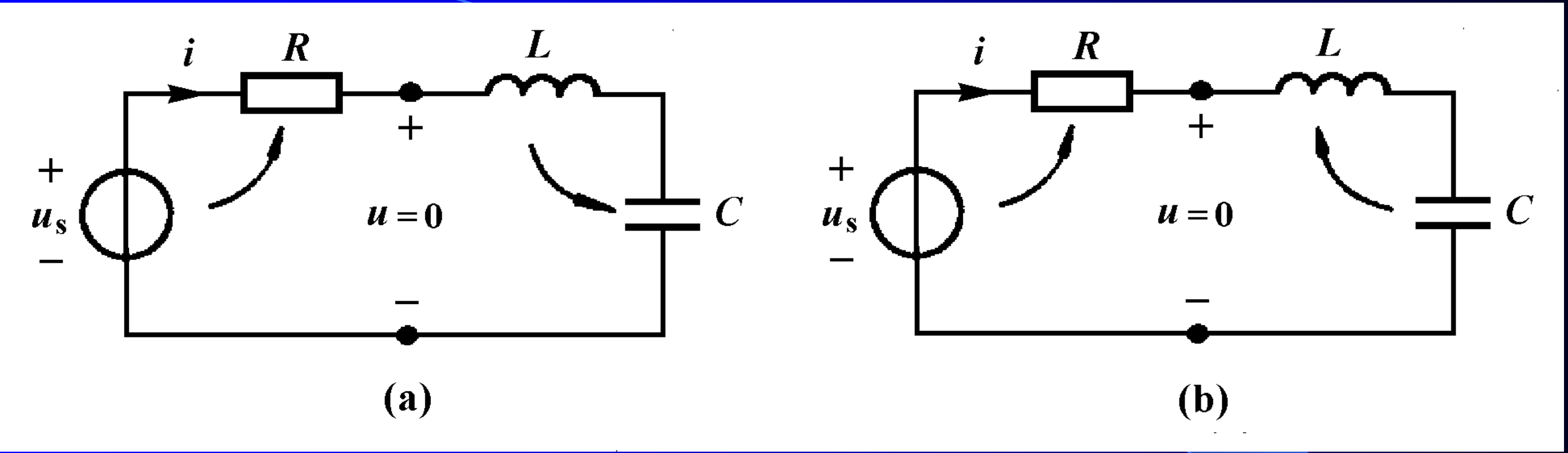
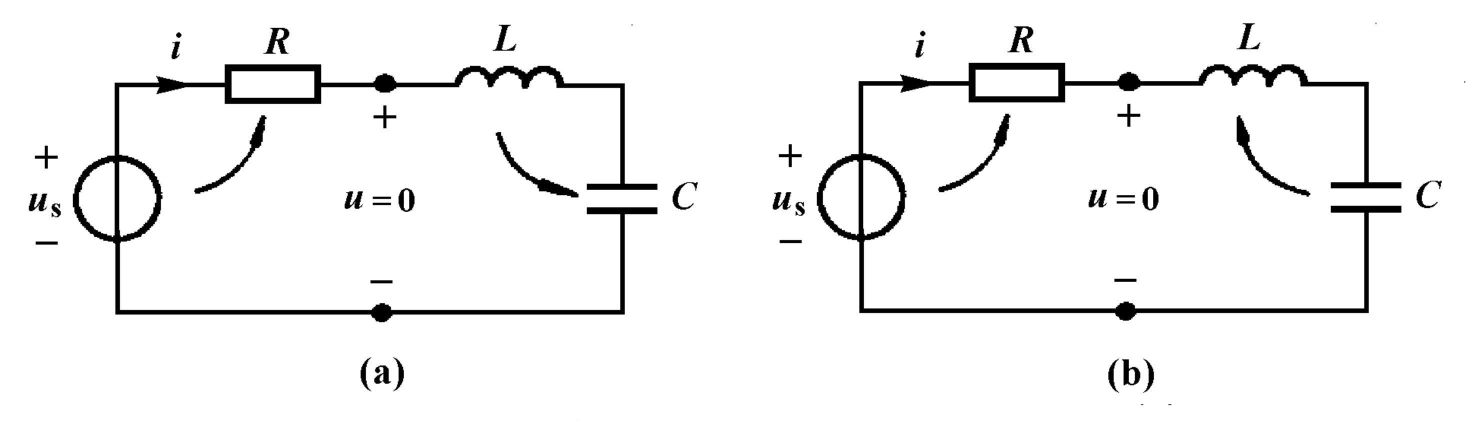


图12—17串联电路谐振时的能量交换

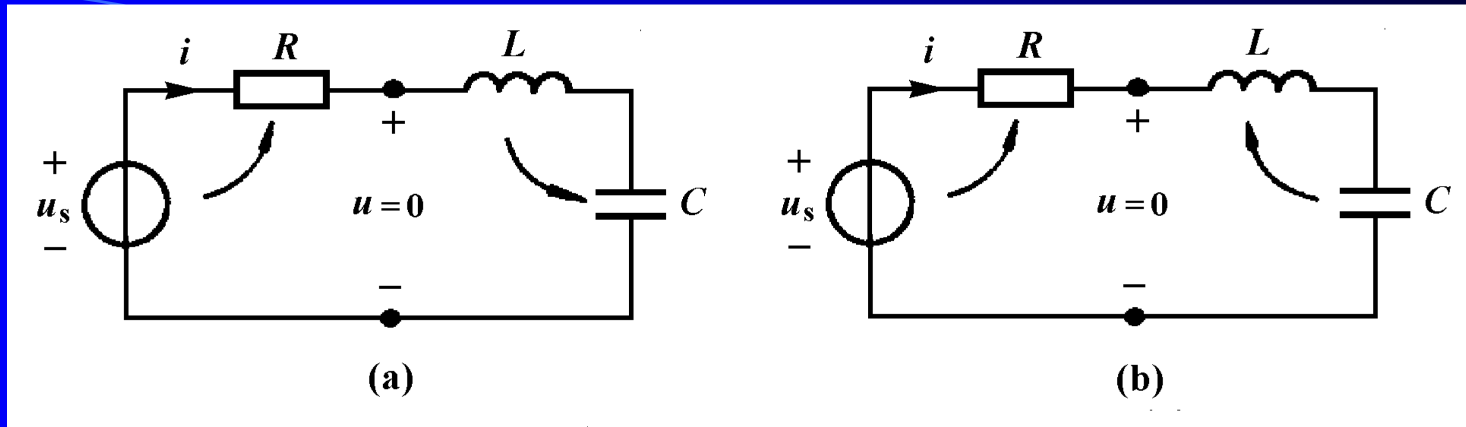
电感和电容之间互相交换能量，其过程如下:当电流减小时，电感中磁场能量$W_L=0.5Li^2$减小，所放出的能量全部被电容吸收，并转换为电场能量，如图12-17(a)所示。当电流增加时，电容电压减小，电容中电场能量$W_C=0.5Cu^2$减小，所放出的能量全部被电感吸收，并转换为磁场能量，如图12－17(b)所示。



能量在电感和电容间的这种往复交换，形成电压和电流的正弦振荡，这种情况与 *LC* 串联电路由初始储能引起的等幅振荡相同(见第九章二阶电路分析)。其振荡角频率 $\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$，完全由电路参数*L*和*C*来确定。

谐振时电感和电容中总能量保持常量，并等于电感中的最大磁场能量，或等于电容中的最大电场能量，即

$$W=W_{\mathrm{L}}+W_{\mathrm{C}}=CU_{\mathrm{C}}^{2}=LI_{\mathrm{L}}^{2}=L\left(\frac{U_{\mathrm{S}}}{R}\right)^{2} \qquad (12-37)$$



可以从能量的角度来说明电路参数 *R*、*L*、*C*变化对电感和电容电压$U_L = U_C$的影响。若电阻 *R*减小一半，或电感*L*增加到4倍($Q=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ 增加一倍)，则总能量 $W=LU_S^2/R^2$ 增加到4倍，这将造成电压U_L=U_C增加一倍。若电容 *C*减少到l/4(*Q*增加一倍)， $W=CU_C^2$ 能量不变，而电压$U_L = U_C$增加一倍。总之， *R*、*L*和 *C*的改变造成 $Q=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ 变化的倍数与$U_L = U_C$变化的倍数相同。

例12-7 电路如图12-18所示。已知 $u_S(t)=10\sqrt{2}\cos\omega t\,\text{V}$

求: (l) 频率ω为何值时，电路发生谐振。

(2)电路谐振时, U_L和U_C为何值。

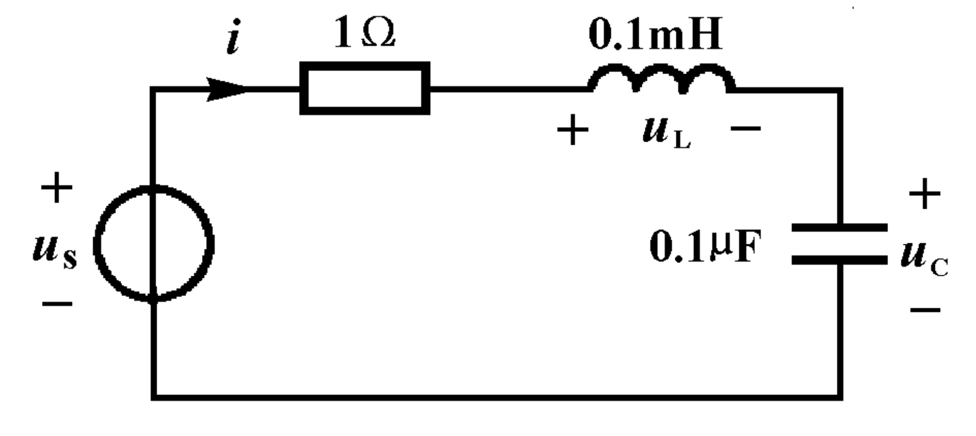
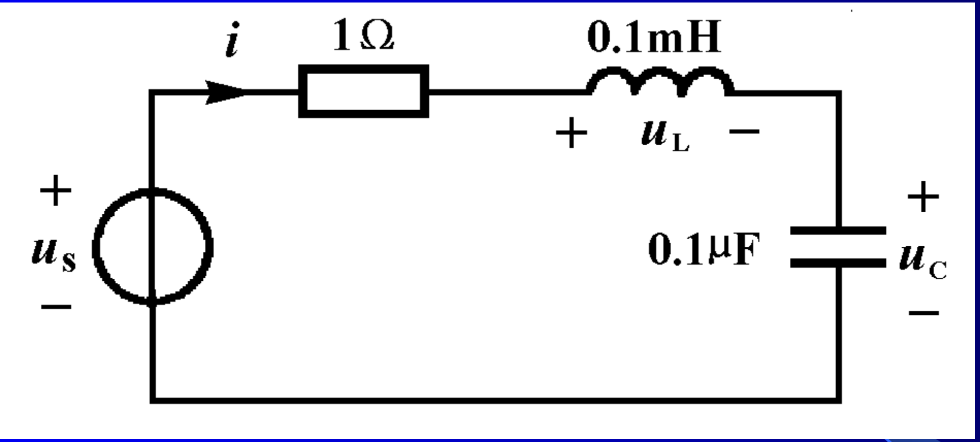


图12－18



解：(l)电压源的角频率应为

$$\omega=\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{1}{\sqrt{10^{-4}\times10^{-8}}}\text{rad/s}=10^6\text{rad/s}$$

(2)电路的品质因数为

$$Q=\frac{\omega_0 L}{R}=100$$

则

$$U_L=U_C=QU_S=100\times10\,\text{V}=1000\text{ V}$$

二、*RLC*并联谐振电路

图 12-19(a) 所示 *RLC* 并联电路，其相量模型如图 12-19(b)所示。

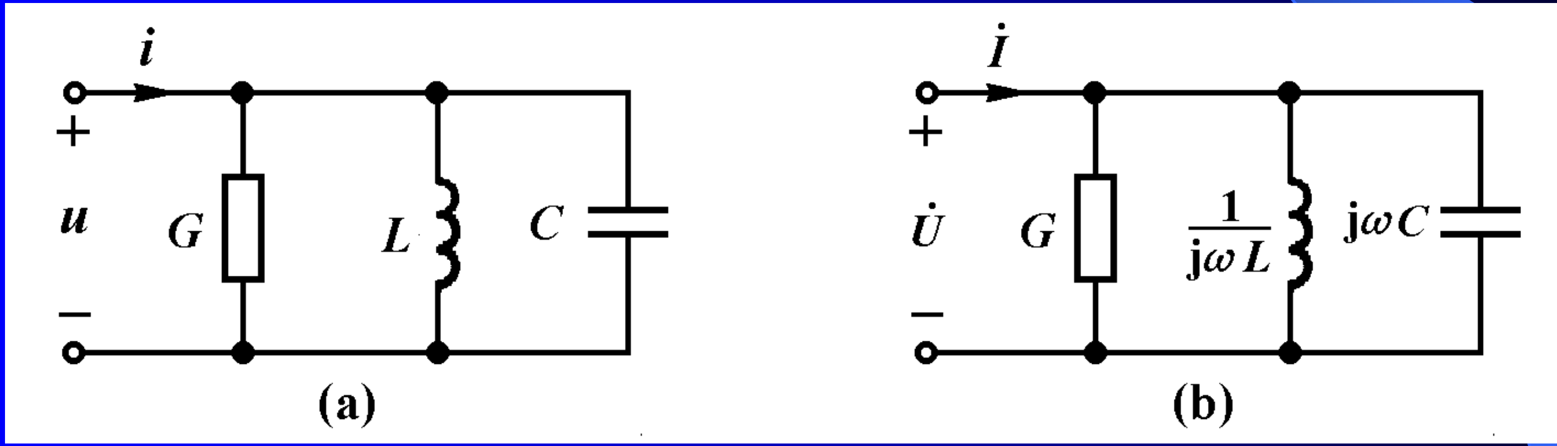
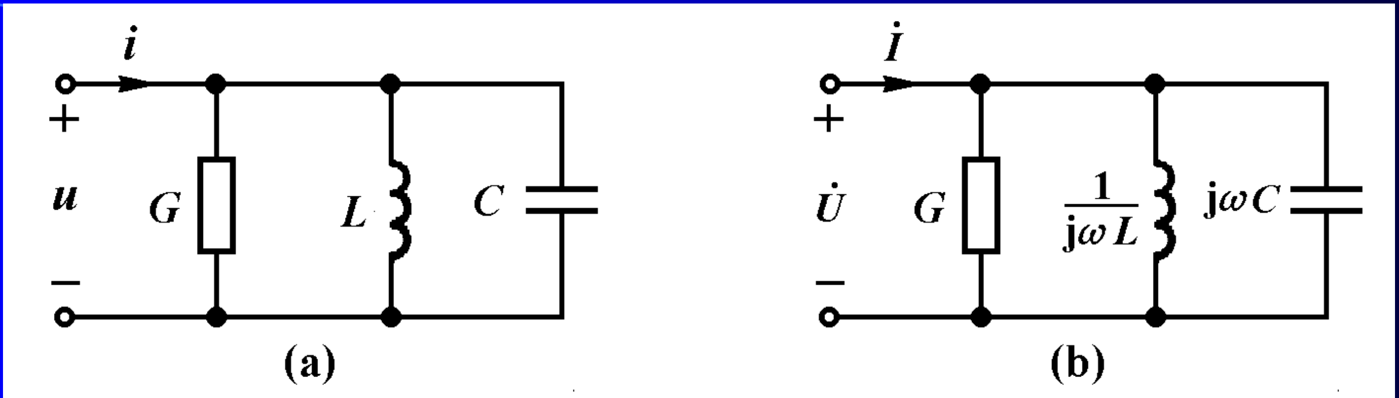


图 12 − 19



驱动点导纳为

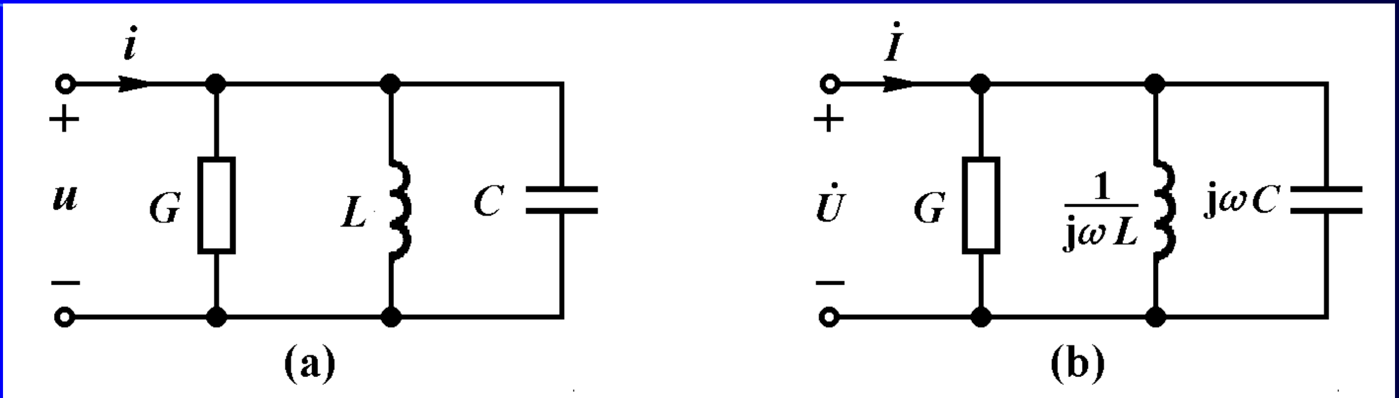
$$Y(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{I}}{\dot{U}}$$

$$=G+\mathrm{j}(\omega C-\frac{1}{\omega L})=|Y(\mathrm{j}\omega)|\angle\theta(\omega) \qquad (12-38)$$

其中

$$|Y(\mathrm{j}\omega)|=\sqrt{G^2+(\omega C-\frac{1}{\omega L})^2} \qquad (12-39)$$

$$\theta(\omega)=\arctan(\frac{\omega C-\frac{1}{\omega L}}{G}) \qquad (12-40)$$

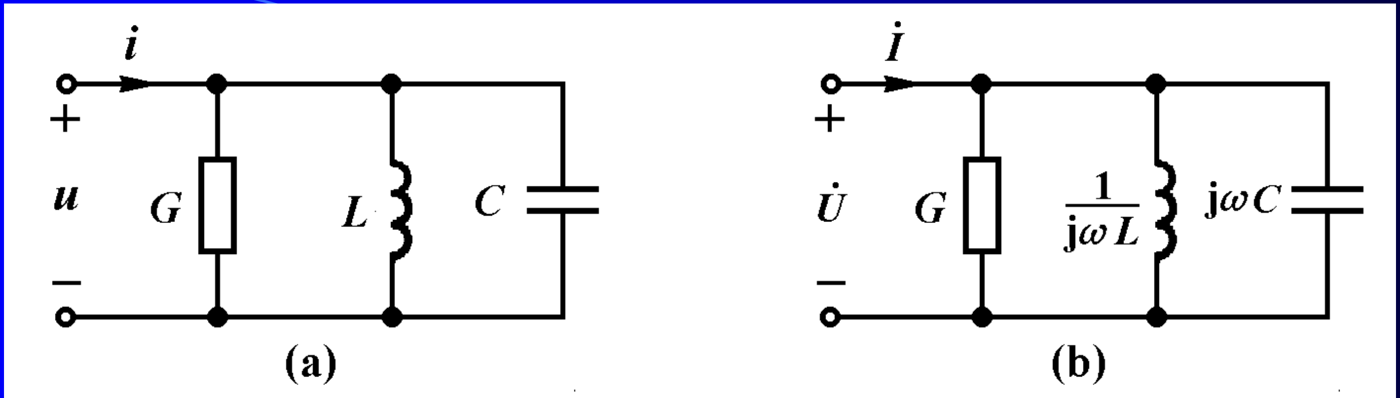


1.谐振条件

当 $\omega C - \dfrac{1}{\omega L} = 0$ 时, $Y(\mathrm{j}\omega)=G=1/R$， 电压$u(t)$和电流$i(t)$同相，电路发生谐振。因此，*RLC*并联电路谐振的条件是

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (12-41)$$

式中 $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ 称为电路的谐振角频率。与*RLC*串联电路相同。



2.谐振时的电压和电流

*RLC*并联电路谐振时，导纳$Y(\mathrm{j}\omega_0)=G=1/R$，具有最小值。若端口外加电流源$\dot{I}_S$，电路谐振时的电压为

$$\dot{U}=\frac{\dot{I}_S}{Y}=\frac{\dot{I}_S}{G}=R\dot{I}_S \qquad (12-42)$$

电路谐振时电压达到最大值，此时电阻、电感和电容中电流为（见下页）

$$\dot{I}_{\mathrm{R}}=G\dot{U}=\dot{I}_{\mathrm{S}} \qquad (12-43)$$

$$\dot{I}_{\mathrm{L}}=\frac{1}{\mathrm{j}\omega_0 L}\dot{U}=-\mathrm{j}\frac{R}{\omega_0 L}\dot{I}_{\mathrm{S}}=-\mathrm{j}Q\dot{I}_{\mathrm{S}} \qquad (12-44)$$

$$\dot{I}_{\mathrm{C}}=\mathrm{j}\omega_0 C\dot{U}=\mathrm{j}\omega_0 RC\dot{I}_{\mathrm{S}}=\mathrm{j}Q\dot{I}_{\mathrm{S}} \qquad (12-45)$$

其中

$$Q=\frac{R}{\omega_0 L}=R\omega_0 C=R\sqrt{\frac{C}{L}} \qquad (12-46)$$

称为*RLC*并联谐振电路的品质因数，其量值等于谐振时感纳或容纳与电导之比。电路谐振时的相量图如图12-20(b)所示。

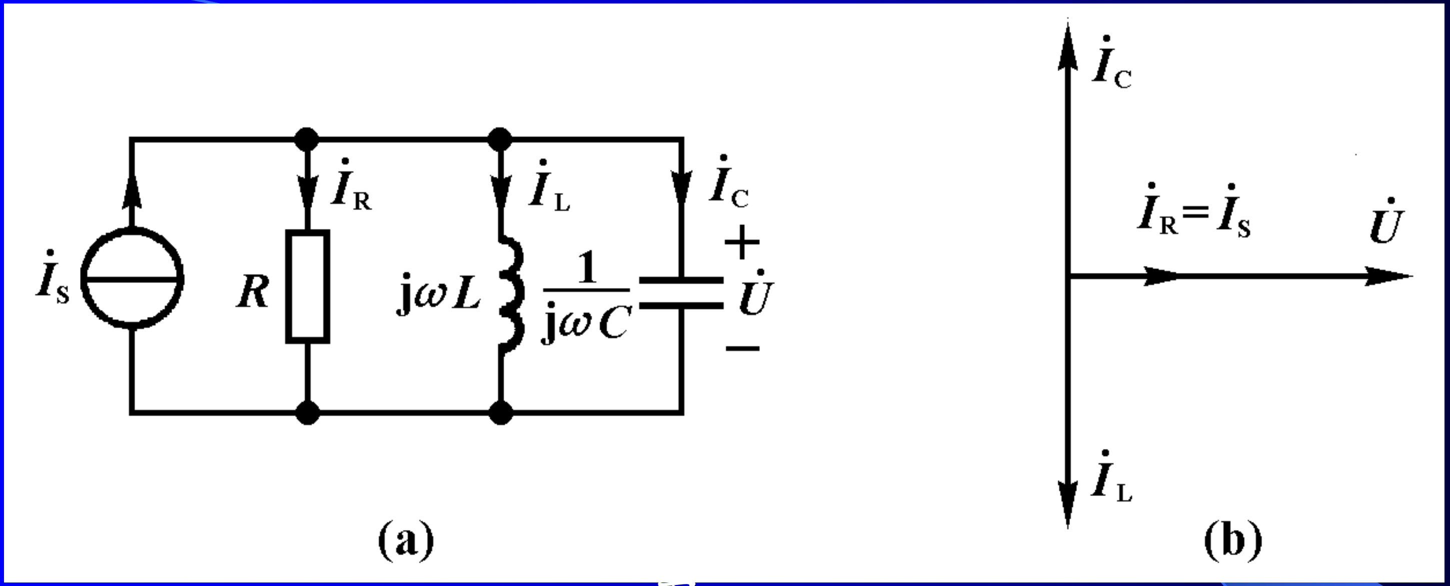
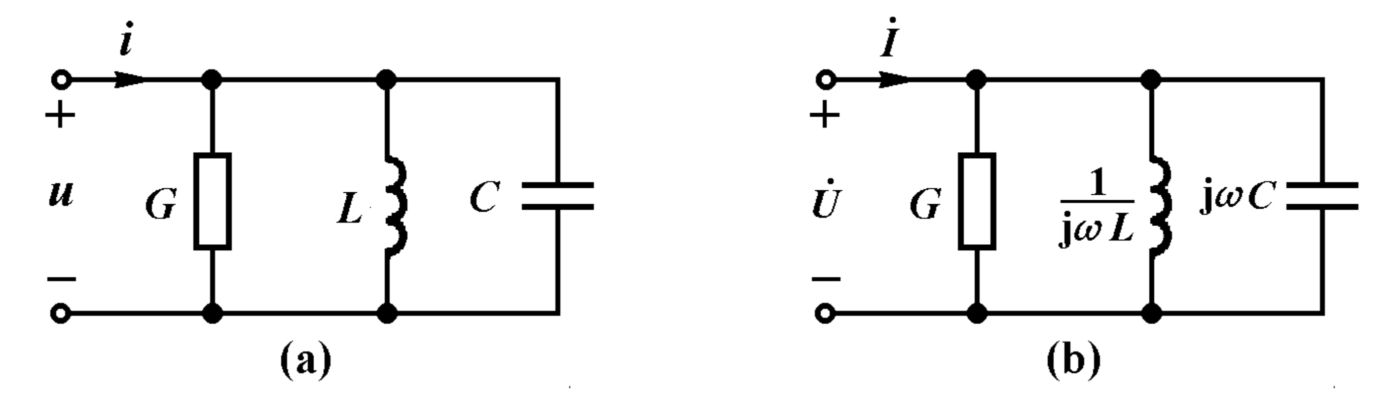


图12－20

由以上各式和相量图可见，谐振时电阻电流与电流源电流相等 $\dot{I}_R = \dot{I}_S$。电感电流与电容电流之和为零，即 $\dot{I}_L + \dot{I}_C = 0$。电感电流或电容电流的幅度为电流源电流或电阻电流的Q倍，即

$$I_L = I_C = QI_S = QI_R \qquad (8-47)$$

并联谐振又称为电流谐振。



3.谐振时的功率和能量

设电流源电流$i_S(t)=I_{sm}\cos(\omega_0 t)$，则:

$$u(t)=U_m\cos(\omega_0 t)=RI_{Sm}\cos(\omega_0 t)$$

$$i_L(t)=-QI_{Sm}\cos(\omega_0 t+90^\circ)$$

$$i_C(t)=QI_{Sm}\cos(\omega_0 t+90^\circ)$$

电感和电容吸收的瞬时功率分别为:

$$p_L(t)=-QU_m I_{Sm}\cos\omega_0 t\cos(\omega_0 t+90^\circ)=QUI_S\sin(2\omega_0 t)$$

$$p_C(t)=-p_L(t)=-QUI_S\sin(2\omega_0 t)$$

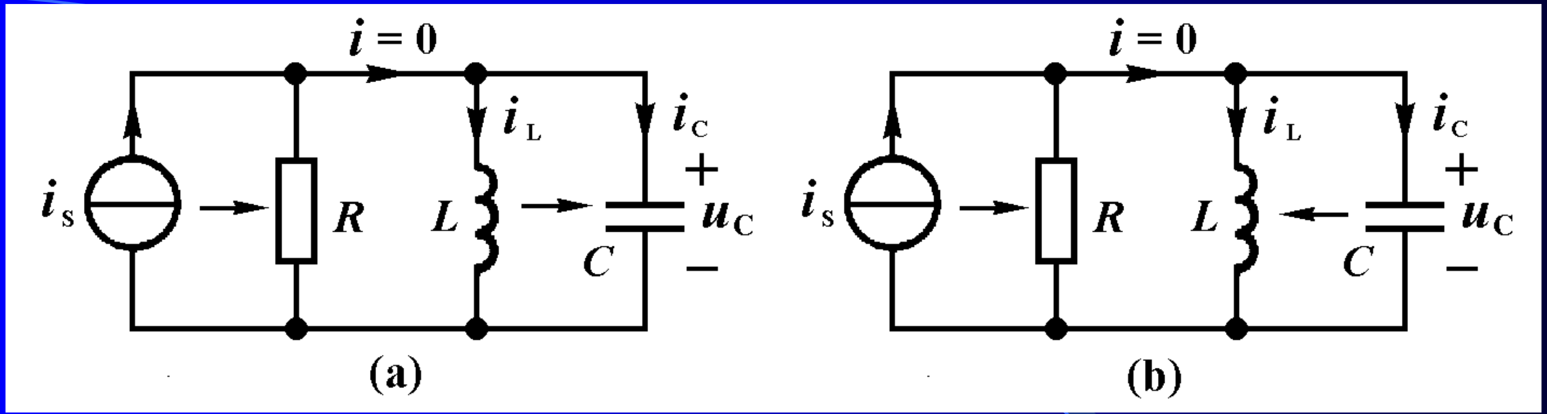


图12－21 并联电路谐振时的能量交换

由于$i(t)=i_L(t)+i_C(t)=0$ (相当于虚开路)，任何时刻进入电感和电容的总瞬时功率为零，即$p_L(t)+p_C(t)=0$。电感和电容与电流源和电阻之间没有能量交换。电流源发出的功率全部被电阻吸收，即$p_S(t)=p_R(t)$ 。

能量在电感和电容间往复交换(图12－21)，形成了电压和电流的正弦振荡。其情况和 LC并联电路由初始储能引起的等幅振荡相同，因此振荡角频率也是$\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$，与串联谐振电路相同。

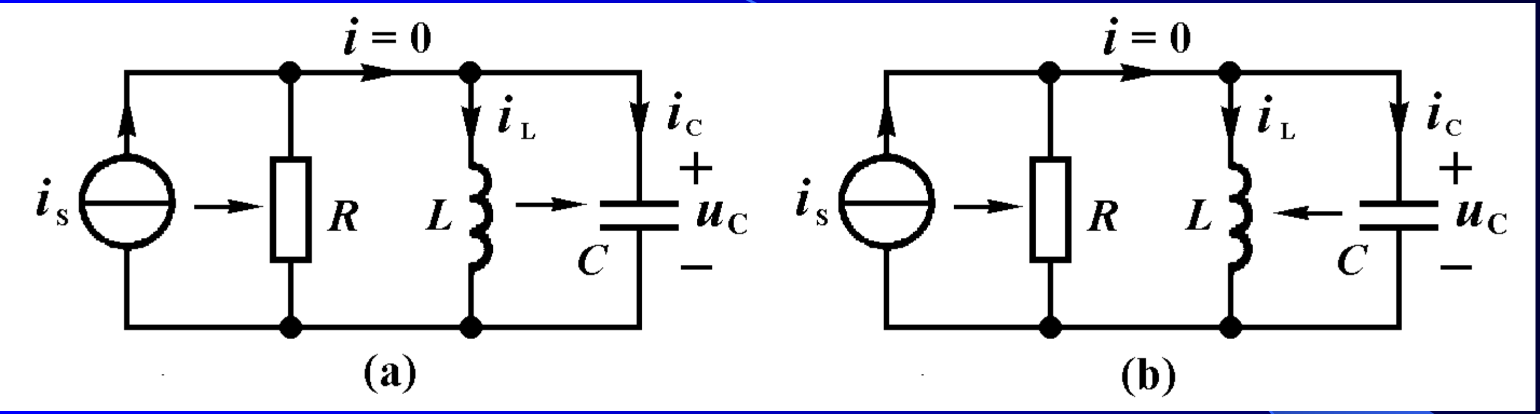


图12－21 并联电路谐振时的能量交换

谐振时电感和电容的总能量保持常量，即

$$W=W_{L}+W_{C}=LI_{L}^{2}=CU_{C}^{2}=CR^{2}I_{S}^{2} \qquad (12-48)$$

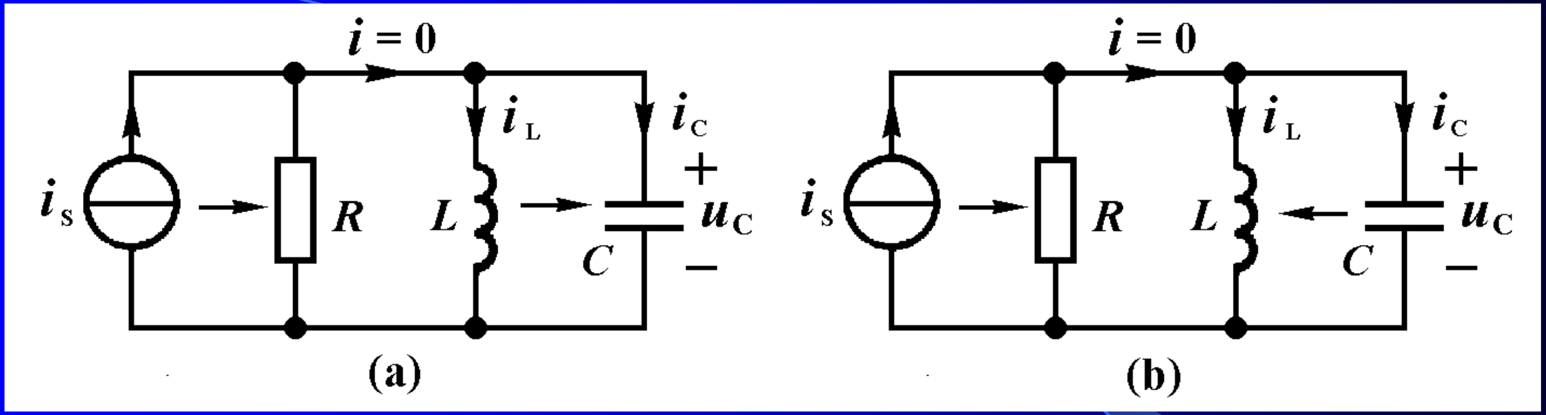
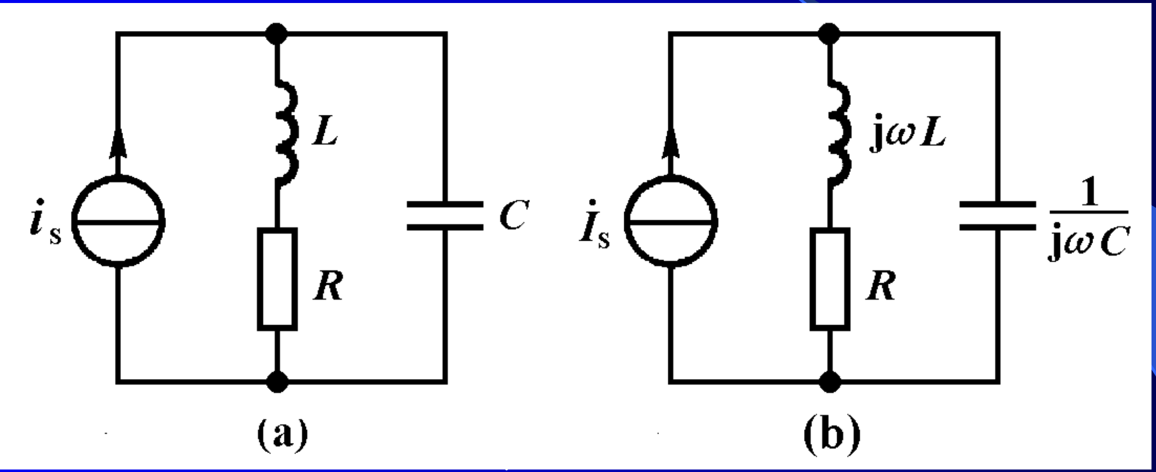


图12－21 并联电路谐振时的能量交换

由于并联电路的电压相同，即$U_L=U_C=RI_S$。当电阻R增加到2倍，或电容 C 增加到4倍($Q=R\sqrt{\frac{C}{L}}$ 增加一倍)时，总储能增加到4倍，将导致电流$I_L= I_C$增加一倍。若电感减小到原值的l/4(Q增加一倍)，总能量 LI_L^2 不变，而谐振时的电流$I_L= I_C$增加一倍。总之，由 R、L和C的改变引起 Q值变化的倍数与$I_L= I_C$变化的倍数相同。

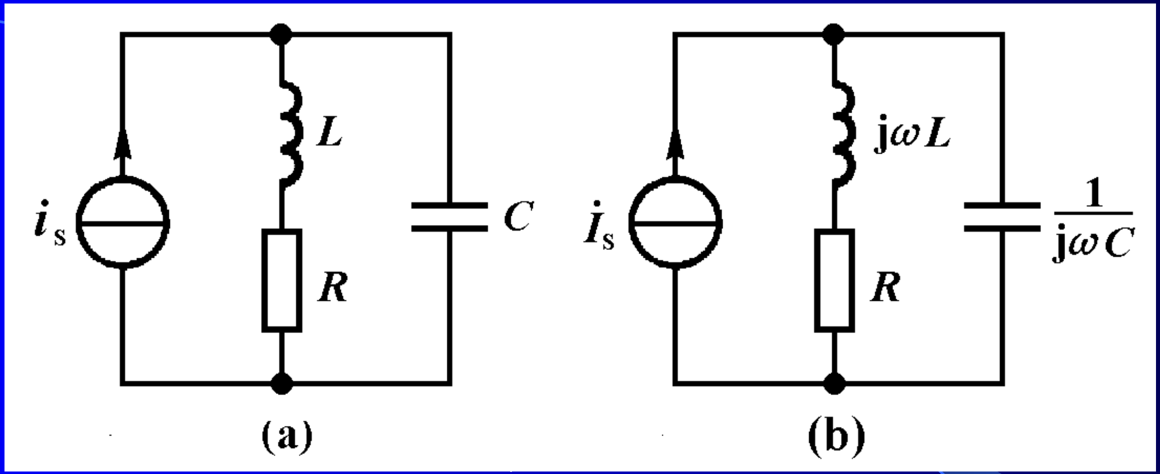
例12-8 图12-22(a)是电感线圈和电容器并联的电路模型。已知R=1Ω，L=0.1mH，C=0.01μF。试求电路的谐振角频率和谐振时的阻抗。



解：根据其相量模型[图12-22((b)]写出驱动点导纳

$$Y(j\omega) = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L}$$

$$= \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + j\left[\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}\right]$$



$$Y(j\omega)=\frac{R}{R^2+(\omega L)^2}+j\left[\omega C-\frac{\omega L}{R^2+(\omega L)^2}\right]$$

令上式虚部为零 $$\omega C-\frac{\omega L}{R^2+(\omega L)^2}=0$$

求得 $$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{1-\frac{CR^2}{L}}=\frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{1-\frac{1}{Q^2}}$$

其中 $Q=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ 是*RLC*串联电路的品质因数。

当 $Q >> 1$ 时，
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

代入数值得到

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{10^{-4} \times 10^{-8}}} \sqrt{1 - \frac{10^{-8}}{10^{-4}}} \mathrm{rad/s} = 10^6 \mathrm{rad/s}$$

谐振时的阻抗

$$Z(\mathrm{j}\omega_0) = \frac{1}{Y(\mathrm{j}\omega_0)} = R + \frac{(\omega_0 L)^2}{R} = R(1 + Q^2)$$

当 $\omega_0 L >> R$ 时

$$Z(\mathrm{j}\omega_0) = \frac{(\omega_0 L)^2}{R} = (10^6 \times 10^{-4})^2 \Omega = 10\mathrm{k}\Omega$$

思考与练习

12-3-l 欲提高串联谐振电路的 *Q*值，应如何改变 *R*、*L*和 *C*？

12-3-2 欲提高并联谐振电路的 *Q*值，应如何改变 *R*、*L*和 *C*？

12-3-3 电路如图12-3-3所示。若 $\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$，问哪些单口相当于短路？哪些单口相当于开路？

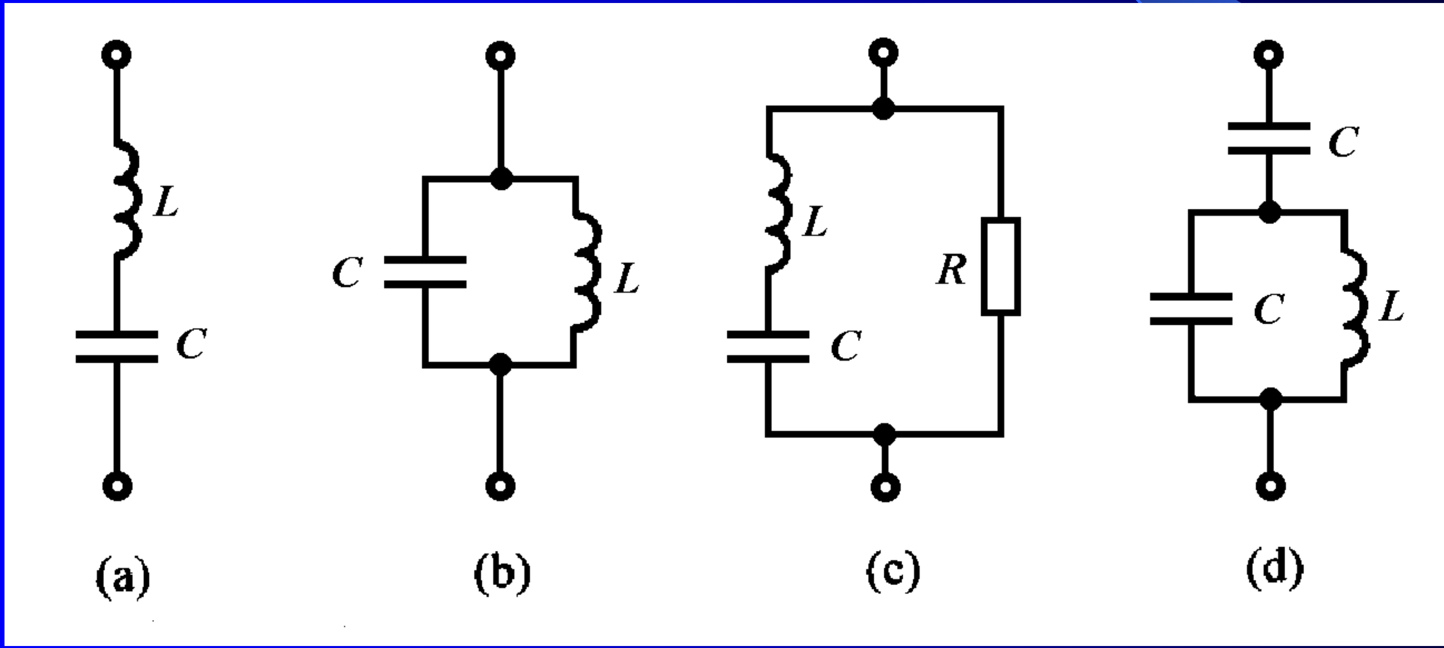


图12-3-3

§12－4 谐振电路的频率特性

一、串联谐振电路

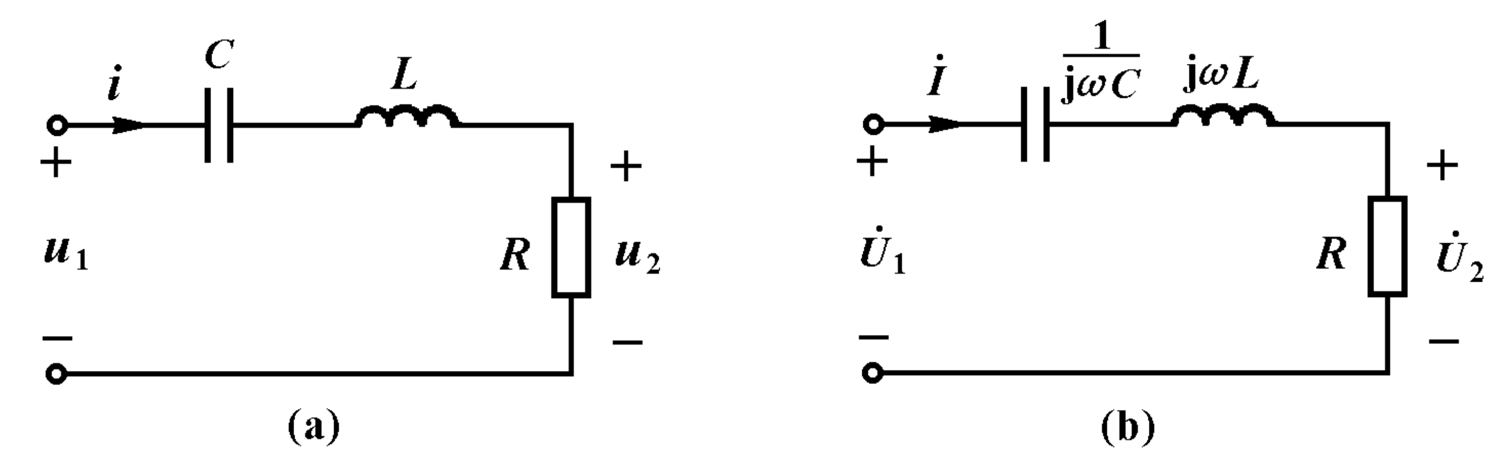


图12－23

图12-23所示电路的转移电压比为

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot U_2}{\dot U_1}=\frac{R}{R+\mathrm{j}\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)}=\frac{1}{1+\mathrm{j}\left(\dfrac{\omega L}{R}-\dfrac{1}{\omega RC}\right)}\qquad(12-49)$$

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{R}{R+\mathrm{j}\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)}=\frac{1}{1+\mathrm{j}\left(\dfrac{\omega L}{R}-\dfrac{1}{\omega RC}\right)} \qquad (12-49)$$

代入

$$Q=\frac{\omega_0 L}{R}=\frac{1}{R\omega_0 C}$$

将上式改为

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{1}{1+\mathrm{j}Q\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}-\dfrac{\omega_0}{\omega}\right)} \qquad (12-50)$$

其振幅为

$$|H(\mathrm{j}\omega)|=\frac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}-\dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \qquad (12-51)$$

$$|H(\mathrm{j}\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \qquad (12-51)$$

由此式可见，当ω=0或ω=∞时，$|H(\mathrm{j}\omega)|=0$;

当 $\omega=\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$ 时，电路发生谐振，$|H(\mathrm{j}\omega)|=1$达到最大值，说明该电路具有带通滤波特性。为求出通频带的宽度，先计算与 $|H(j\omega)|=\frac{1}{\sqrt{2}}$ (即-3dB)对应的频率ω_+和ω_-，为此令

$$Q\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)=\pm 1$$

求解得到

$$\frac{\omega_{\pm}}{\omega_0}=\sqrt{1+\frac{1}{4Q^2}}\pm\frac{1}{2Q} \qquad (12-52)$$

由此求得3dB带宽

$$\Delta\omega=\omega_{+}-\omega_{-}=\frac{\omega_0}{Q} \qquad (12-53)$$

或

$$\Delta f=f_{+}-f_{-}=\frac{f_0}{Q} \qquad (12-54)$$

这说明带宽$\Delta\omega$与品质因数Q成反比，Q越大，$\Delta\omega$越小，通带越窄，曲线越尖锐，对信号的选择性越好。

对不同Q值画出的幅频特性曲线，如图12-24所示。此曲线横坐标是角频率与谐振角频率之比(即相对频率)，纵坐标是转移电压比，也是相对量，故该曲线适用于所有串联谐振电路，因而被称为通用谐振曲线。当$\omega=\omega_+$或 $\omega=\omega_-$时, $|H(\mathrm{j}\omega)|=0.707$ (对应-3dB),$\theta=\pm45°$。

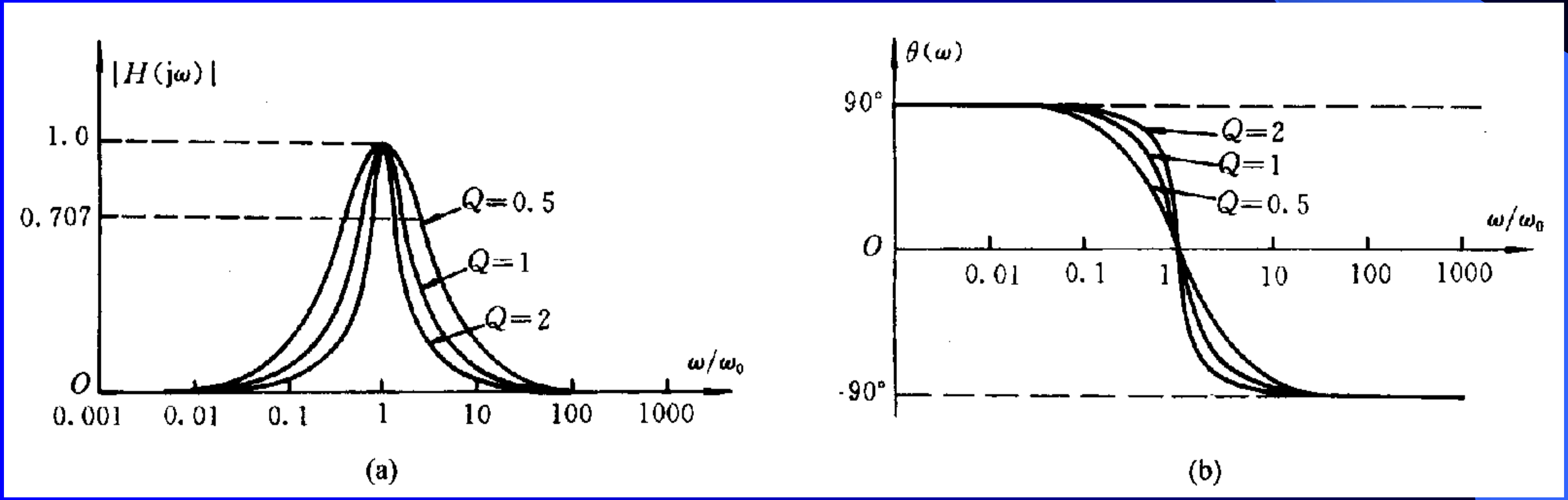


图12－24

例12-9 欲接收载波频率为10MHz的某短波电台的信号，试设计接收机输入谐振电路的电感线圈。要求带宽 Δf=100kHz，C=100pF。

解：由

$$f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

求得：

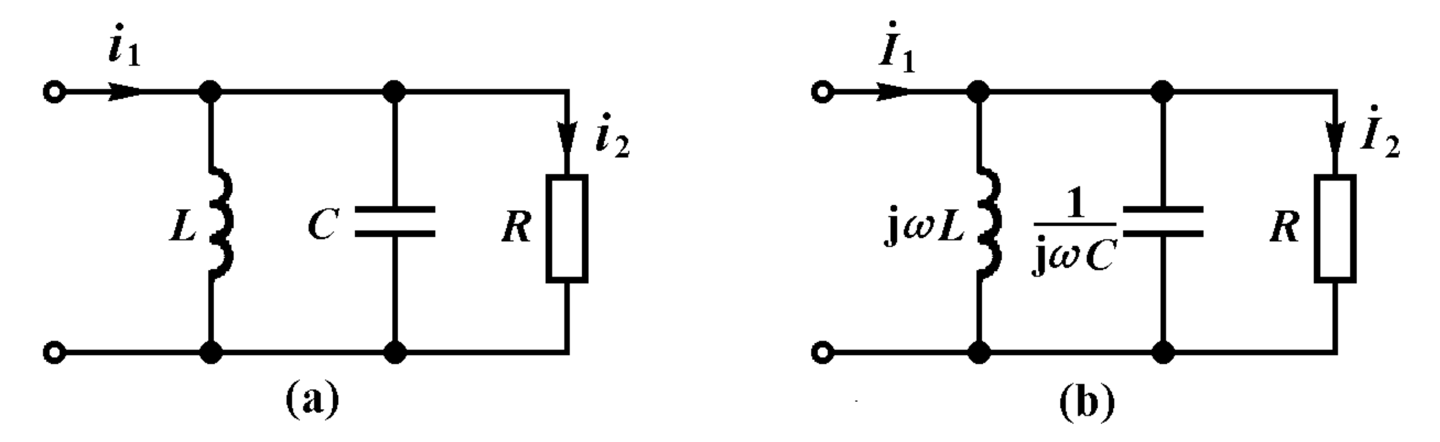
$$L=\frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C}=\frac{1}{4\pi^2\times10^{14}\times10^{-10}}\mathrm{H}=2.53\mu\mathrm{H}$$

$$Q=\frac{f_0}{\Delta f}=\frac{10\times10^6}{100\times10^3}=100$$

$$R=\frac{1}{Q\omega_0 C}=\frac{1}{100\times2\pi\times10^7\times10^{-10}}\Omega=1.59\Omega$$

由此得到电感线圈的参数为 L=2.53μH和R=1.59Ω。

二、并联谐振电路



图示电路的转移电流比为

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}=\frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R}+\mathrm{j}\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)}=\frac{1}{1+\mathrm{j}\left(R\omega C-\frac{R}{\omega L}\right)} \qquad (12-55)$$

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}=\frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R}+\mathrm{j}\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)}=\frac{1}{1+\mathrm{j}\left(R\omega C-\frac{R}{\omega L}\right)} \qquad (12-55)$$

代入

$$Q=\frac{R}{\omega_0 L}=R\omega_0 C$$

将上式改为

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}=\frac{1}{1+\mathrm{j}Q\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)} \qquad (12-56)$$

此式说明并联谐振电路的幅频特性曲线和计算频带宽度等公式均与串联谐振电路相同，不再重述。

例12-10 *RLC*并联谐振电路中，已知*R*=10kΩ，*L*=1H，*C*=1μF。试求电路的谐振角频率、品质因数和3dB带宽。

解:

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{1}{\sqrt{1\times10^{-6}}}\,\mathrm{rad/s}=10^3\,\mathrm{rad/s}$$

$$Q=R\omega_0C=\frac{R}{\omega_0L}=R\sqrt{\frac{C}{L}}=10$$

$$\Delta\omega=\frac{\omega_0}{Q}=100\mathrm{rad/s}\qquad\qquad \Delta f=\frac{100}{2\pi}\mathrm{Hz}=15.9\mathrm{Hz}$$

§12－5 计算机辅助电路分析举例

例12-11 电路如图12-26(a)所示，已知 $u_S(t)=4\sqrt{2}\cos(\omega t)\mathrm{V}$，画出电容电压$u_4(t)$的频率特性曲线。

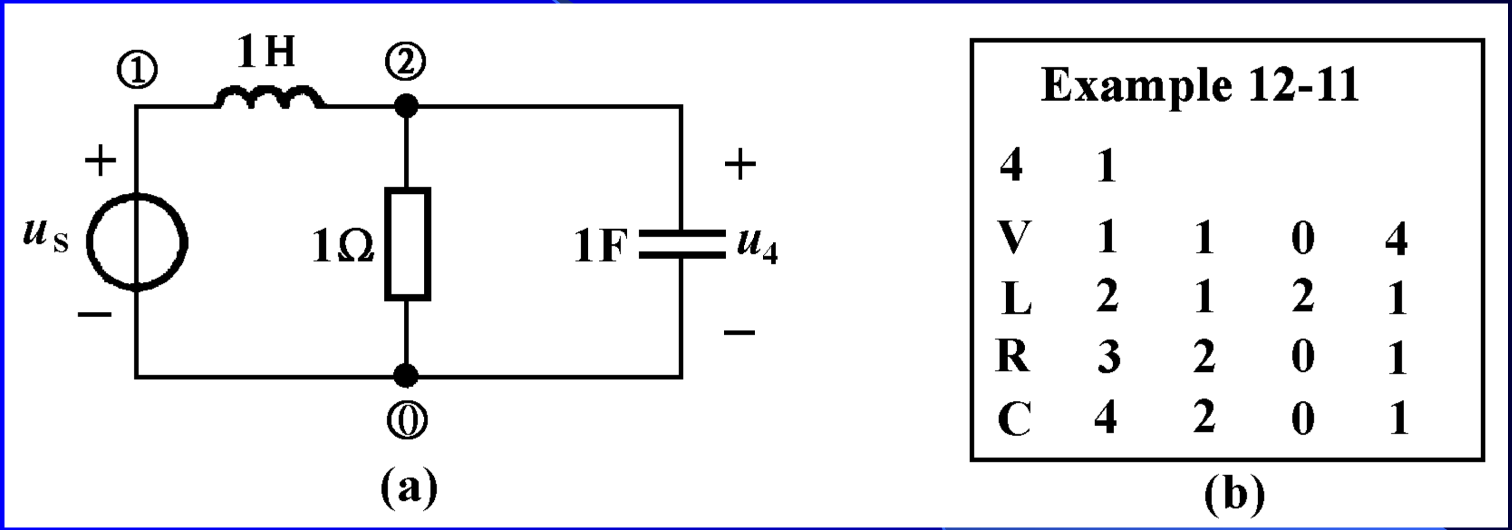
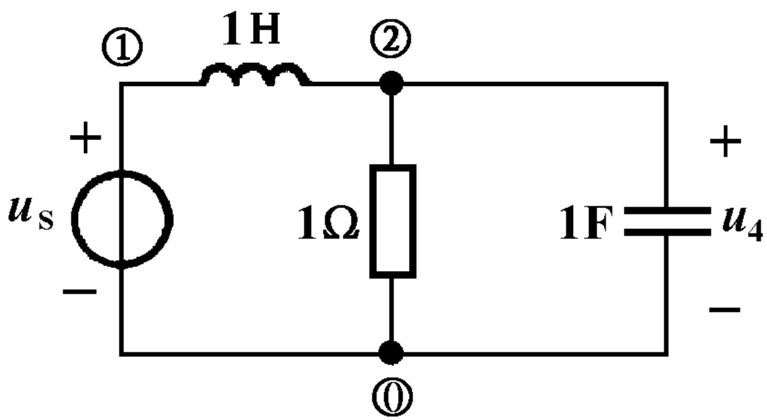


图12－26 电路的频率特性曲线



(a)

```
Example 12-11
4    1
V    1    1    0    4
L    2    1    2    1
R    3    2    0    1
C    4    2    0    1
```

(b)

解: 图12－26(a)电路的数据文件, 如图(b)所示, 其中第二行的第二个数据1表示频率特性曲线的中心角频率为ω=1rad/s。 运行ACAP程序,选择频率特性曲线的菜单,再输入电压 U4 并回车，计算机在一定频率范围内计算网络函数$U4$ /Us之值，然后以图形方式在屏幕上画出振幅频率特性曲线和相位频率特性曲线，这里以字符方式给出波特图，如下所示:

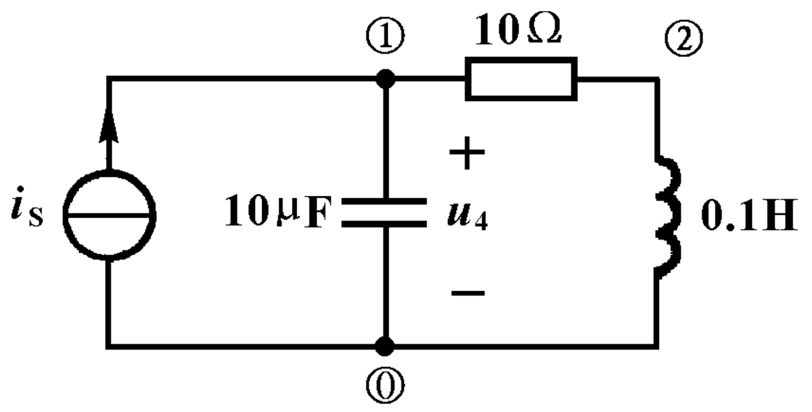
----- 求网络的频率特性并画曲线 -----

```
 W(rad/s)  | U4 /V1  | (db) Min=  -98.00     db      Max=   1.249     db
1.000E-02  4.349E-04 |                                               *
1.778E-02  1.373E-03 |                                               *
3.162E-02  4.341E-03 |                                               *
5.623E-02  1.371E-02 |                                               *
1.000E-01  4.321E-02 |                                               *
1.778E-01  1.351E-01 |                                               *
3.162E-01  4.096E-01 |                                                *
5.623E-01  1.058E+00 |                                                *
1.000E+00  0.000E+00 |                                               *
1.778E+00 -8.942E+00 |                                           *
3.162E+00 -1.959E+01 |                                      *
5.623E+00 -2.986E+01 |                                 *
1.000E+01 -3.996E+01 |                            *
1.778E+01 -4.999E+01 |                       *
3.162E+01 -6.000E+01 |                  *
5.623E+01 -7.000E+01 |             *
1.000E+02 -8.000E+01 |        *
1.778E+02 -9.000E+01 |   *
```

```
W(rad/s)      相 位    -180                -90                0                +90                 180
1.000E-02      -.573   .                   .                 *                 .                   .
1.778E-02     -1.019   .                   .                 *                 .                   .
3.162E-02     -1.813   .                   .                 *                 .                   .
5.623E-02     -3.229   .                   .                 *                 .                   .
1.000E-01     -5.768   .                   .                 *                 .                   .
1.778E-01    -10.406   .                   .                *|                 .                   .
3.162E-01    -19.360   .                   .               * |                 .                   .
5.623E-01    -39.434   .                   .         *       |                 .                   .
1.000E+00    -90.000   .                   *                 |                 .                   .
1.778E+00   -140.566   .        *          .                 |                 .                   .
3.162E+00   -160.640   .    *              .                 |                 .                   .
5.623E+00   -169.594   . *                 .                 |                 .                   .
1.000E+01   -174.232   . *                 .                 |                 .                   .
1.778E+01   -176.771   *                   .                 |                 .                   .
3.162E+01   -178.187   *                   .                 |                 .                   .
5.623E+01   -178.981   *                   .                 |                 .                   .
1.000E+02   -179.427   *                   .                 |                 .                   .
1.778E+02   -179.678   *                   .                 |                 .                   .
```

从幅频和相频曲线可见,该电路具有低通滤波特性以及相位变化范围为到。从曲线可以看出，当ω=1rad/s时，U_4/U_S=0dB,即$U_4=U_S$,且u_4滞后于u_S 90°。

例12-12 电路如图12-27(a)所示，已知 $i_S(t)=0.1\sqrt{2}\cos(\omega t)\ \mathrm{A}$，画出电容电压$u_4(t)$的频率特性曲线。



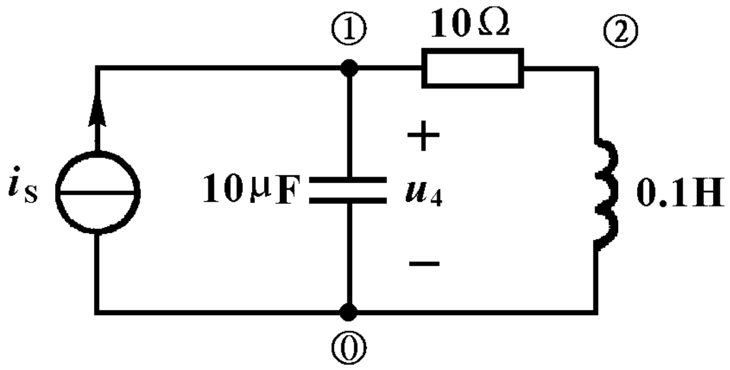
(a)

Example 12-12

4	1E4			
I	1	0	1	0.1
R	2	1	2	10
L	3	2	0	0.1
C	4	1	0	1E-7

(b)

图12－27 电路的频率特性曲线



(a)

```
Example 12-12
4   1E4
I   1   0   1   0.1
R   2   1   2   10
L   3   2   0   0.1
C   4   1   0   1E-7
```

(b)

解: 图12－27(a)电路的数据文件如图(b)所示, 其中第二行的第二个数据1E4表示频率特性曲线的中心角频率为ω=10^4rad/s。运行ACAP程序，选择频率特性曲线的菜单(代码6), 再输入电压 U4 并回车，计算机按照对数尺度在ω=100rad/s到ω=10^6rad/s频率范围内, 计算电容电压对电流源电流的网络函数U_4/I_S之值，然后以图形方式在屏幕上画出振幅频率特性曲线和相位频率特性曲线，这里以字符方式给出波特图，如下所示:

```
                 -----  求网络的频率特性并画曲线  -----
 W(rad/s)    | U4 /I1   | (db) Min=   11.00     db       Max=   100.0     db
1.000E+02  2.301E+01 |      *
1.778E+02  2.620E+01 |       *
3.162E+02  3.042E+01 |          *
5.623E+02  3.516E+01 |            *
1.000E+03  4.013E+01 |               *
1.778E+03  4.529E+01 |                  *
3.162E+03  5.092E+01 |                     *
5.623E+03  5.830E+01 |                         *
1.000E+04  1.000E+02 |                                                *
1.778E+04  5.830E+01 |                         *
3.162E+04  5.092E+01 |                     *
5.623E+04  4.528E+01 |                  *
1.000E+05  4.009E+01 |               *
1.778E+05  3.503E+01 |            *
3.162E+05  3.001E+01 |          *
5.623E+05  2.500E+01 |       *
1.000E+06  2.000E+01 |    *
1.778E+06  1.500E+01 | *
```

从幅频曲线可见，该电路具有带通滤波特性。

```
W(rad/s)     相 位  -180           -90           0          +90        180
1.000E+02   44.994 .               .             |      *     .          .
1.778E+02   60.639 .               .             |        *   .          .
3.162E+02   72.433 .               .             |          * .          .
5.623E+02   79.884 .               .             |           *.          .
1.000E+03   84.232 .               .             |           *.          .
1.778E+03   86.676 .               .             |            *          .
3.162E+03   87.987 .               .             |            *          .
5.623E+03   88.510 .               .             |            *          .
1.000E+04    -.573 .               .             *            .          .
1.778E+04  -89.851 .               *             |            .          .
3.162E+04  -89.980 .               *             |            .          .
5.623E+04  -89.997 .               *             |            .          .
1.000E+05  -89.999 .               *             |            .          .
1.778E+05  -90.000 .               *             |            .          .
3.162E+05  -90.000 .               *             |            .          .
5.623E+05  -90.000 .               *             |            .          .
1.000E+06  -90.000 .               *             |            .          .
1.778E+06  -90.000 .               *             |            .          .
```

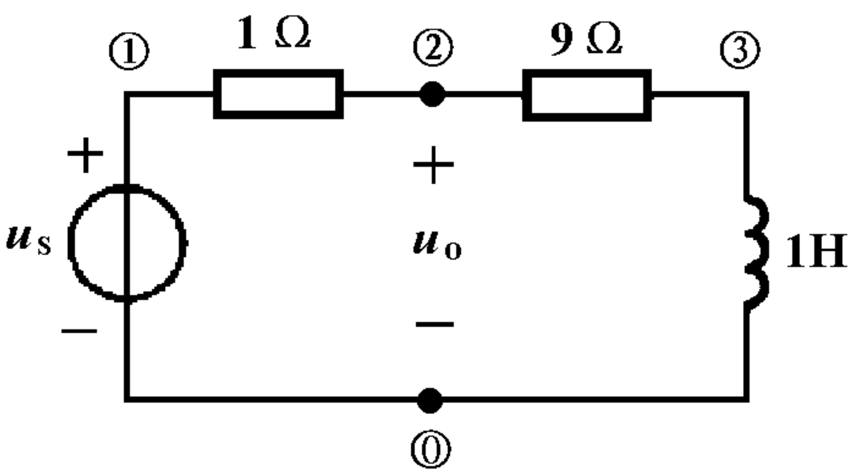
从幅频和相频曲线可见,该电路具有带通滤波特性以及相位变化范围为 -90° 到 $+90^\circ$

上面两个例子中的频率特性曲线是利用一般的正弦稳态电路分析程序来绘制的，其方法是给出一个频率的数值，利用程序计算出一个输出，给出一系列频率值，计算出一系列输出，就可以绘制出一条曲线。这种方法的缺点是计算机要多次建立电路方程，并多次求解，花费的时间比较多。

另外有一种更好的方法是先计算出网络函数的表达式，利用这个公式，给定一系列频率值，只需要进行简单的数学运算，就可得到一系列输出来绘制频率特性曲线。这种方法另外一个优点是可以利用网络函数表达式对网络特性进行更输入的分析研究，缺点是必须利用能够进行符号运算的电路分析程序。

下面举例说明如何利用动态网络分析程序DNAP计算网络函数和绘制频率特性曲线。

例12-13 电路如图13-28(a)所示，已知 $u_S(t)=\sqrt{2}\cos(\omega t)\ \mathrm{V}$，计算网络的固有频率，网络函数 $\dot{U}_o/\dot{U}_S$ 及其零点、极点，并画出相应的频率特性曲线。



(a)

```
Example 12-13
4
V  1  1  0  1
R  2  1  2  1
R  3  2  3  9
L  4  3  0  1
```

(b)

图12－28 网络函数与频率特性曲线

解：图12-28(a)电路的数据文件, 如图(b)所示。运行DNAP程序，选择计算网络函数的菜单，再输入结点电压V2 并回车，计算机屏幕上显示以下计算结果:

<<< 网络的自然频率 >>>

S 1 = -10.00 rad/s

<<< -- 网络函数 H(S) -- >>>

```
              -1.00    S    -1.00
V2 /V1 = --------------------------------
              -1.00    S    -10.0
```

<<< -- 网络函数 H(S) 的零点 -- >>>

Z 1 = -1.000

<<< -- 网络函数 H(S) 的极点 -- >>>

P 1 = -10.00

```
F(rad/s)    | V2  | (db) Min=  -20.00     db              Max= -1.7137E-04 db
1.000E-02 -2.000E+01 | *
1.778E-02 -2.000E+01 | *
3.162E-02 -2.000E+01 | *
5.623E-02 -1.999E+01 | *
1.000E-01 -1.996E+01 | *
1.778E-01 -1.987E+01 | *
3.162E-01 -1.959E+01 |  *
5.623E-01 -1.882E+01 |    *
1.000E+00 -1.703E+01 |        *
1.778E+00 -1.394E+01 |                *
3.162E+00 -1.000E+01 |                          *
5.623E+00 -6.058E+00 |                                   *
1.000E+01 -2.967E+00 |                                           *
1.778E+01 -1.180E+00 |                                                *
3.162E+01 -4.096E-01 |                                                  *
5.623E+01 -1.338E-01 |                                                   *
1.000E+02 -4.278E-02 |                                                   *
1.778E+02 -1.357E-02 |                                                   *
3.162E+02 -4.297E-03 |                                                   *
5.623E+02 -1.359E-03 |                                                   *
1.000E+03 -4.302E-04 |                                                   *
```

```
  F(rad/s)       相 位  -180           -90            0            +90           180
 1.000E-02         .516 .             .             *             .             .
 1.778E-02         .917 .             .             *             .             .
 3.162E-02        1.630 .             .             *             .             .
 5.623E-02        2.896 .             .             *             .             .
 1.000E-01        5.138 .             .             *             .             .
 1.778E-01        9.065 .             .             |*            .             .
 3.162E-01       15.737 .             .             | *           .             .
 5.623E-01       26.132 .             .             |   *         .             .
 1.000E+00       39.289 .             .             |     *       .             .
 1.778E+00       50.566 .             .             |      *      .             .
 3.162E+00       54.903 .             .             |       *     .             .
 5.623E+00       50.566 .             .             |      *      .             .
 1.000E+01       39.289 .             .             |     *       .             .
 1.778E+01       26.132 .             .             |   *         .             .
 3.162E+01       15.737 .             .             | *           .             .
 5.623E+01        9.065 .             .             |*            .             .
 1.000E+02        5.138 .             .             *             .             .
 1.778E+02        2.896 .             .             *             .             .
 3.162E+02        1.630 .             .             *             .             .
 5.623E+02         .917 .             .             *             .             .
 1.000E+03         .516 .             .             *             .             .
```

计算机得到的网络函数为

$$\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_S}=\frac{S+1}{S+10}$$

计算机得到的网络函数分子多项式的零点，即网络函数的零点为Z_1=-1rad/s；计算得到的网络函数分母多项式的零点，即网络函数的极点为P_1=-10rad/s。

从幅频特性曲线可以看出，它的两个转折频率与网络函数的零极点密切相关，一个是在网络函数的零点Z_1=-1rad/s附近，另一个转折频率在网络函数的极点(即网络的固有频率) P_1=-10rad/s附近。

例12-14 电路如图12-29(a)所示，已知 $u_S(t)=\sqrt{2}\cos(\omega t)\,\mathrm{V}$，计算网络函数 $\dot{U}_o/\dot{U}_S$ ，并画出相应的频率特性曲线。

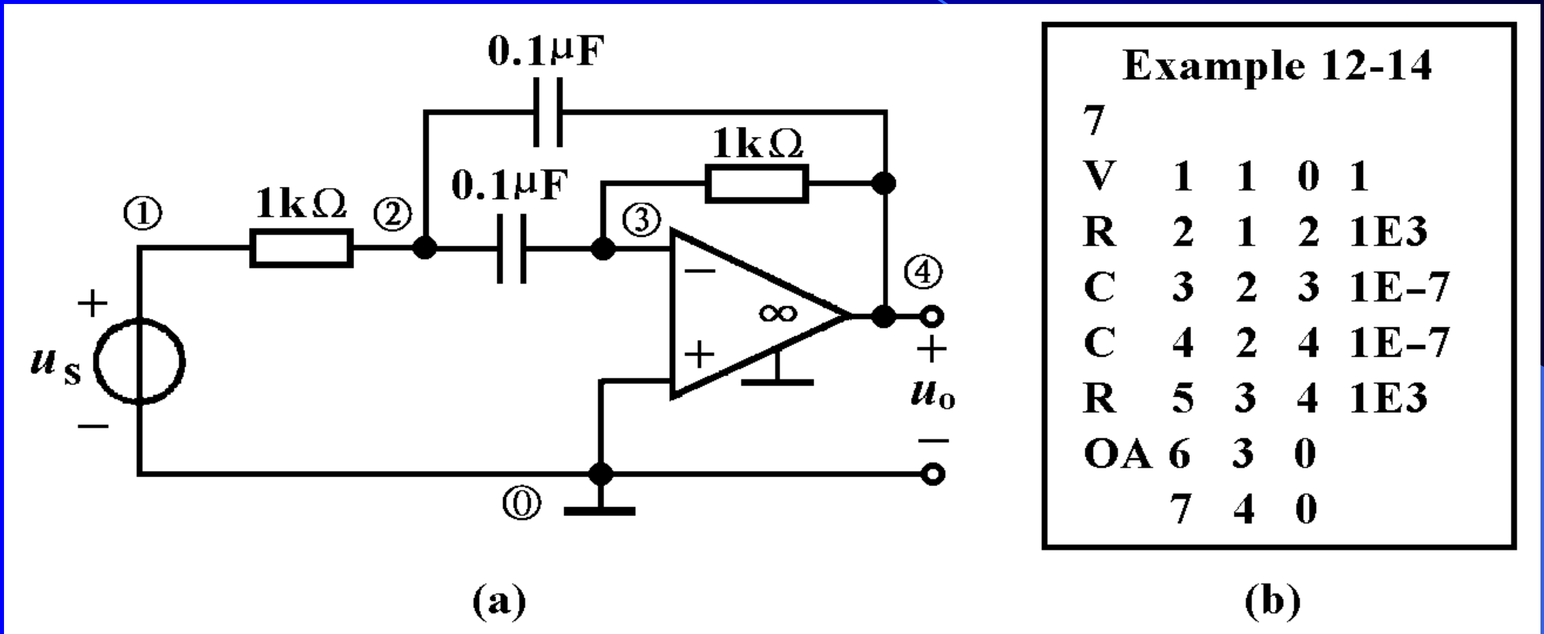
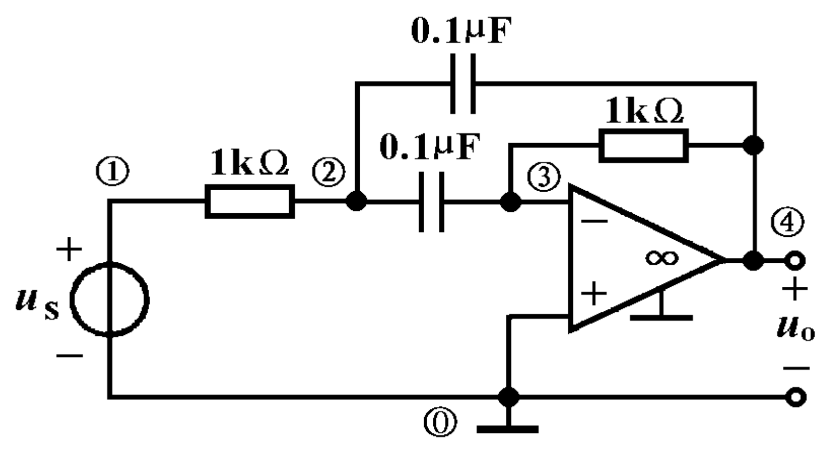


图12－29 网络函数与频率特性曲线

解：图12-29(a)电路的数据文件，如图(b)所示。运行DNAP程序，选择计算网络函数的菜单，再输入电压 U7 并回车，计算机屏幕上显示以下计算结果:




```
Example 12-14
7
V    1  1  0  1
R    2  1  2  1E3
C    3  2  3  1E-7
C    4  2  4  1E-7
R    5  3  4  1E3
OA 6  3  0
     7  4  0
```

<<< -- 网 络 函 数 H(S) -- >>>

```
                        1.000E-04 S
U7 /V1 = ------------------------------------------------
           -1.000E-08 S**2 -2.000E-04 S     -1.00
```

式中S=jω，将它代入上式，注意到j^2=-1，可以得到如下所示的网络函数:

$$\frac{\dot{U}_7}{\dot{U}_1}(\mathrm{j}\omega)=\frac{\mathrm{j}10^{-4}\omega}{-1+10^{-8}\omega^2-\mathrm{j}2\times10^{-4}\omega}$$

$$\frac{\dot{U}_7}{\dot{U}_1}(\mathrm{j}\,\omega)=\frac{\mathrm{j}10^{-4}\,\omega}{-1+10^{-8}\,\omega^2-\mathrm{j}2\times10^{-4}\,\omega}$$

在上式中代入不同的频率就可以计算出相应的输出，

例如ω=10^{4}rad/s时

$$\frac{\dot{U}_7}{\dot{U}_1}=\frac{\mathrm{j}10^{-4}\times10^{4}}{-1+10^{-8}\times10^{8}-\mathrm{j}2\times10^{-4}\times10^{4}}$$

$$=\frac{-1}{2}=-6.021\mathrm{dB}\angle-180^{\circ}$$

这种计算可由计算机来完成，选择开始角频率为

ω=10^{2}rad/s 来绘制的频率特性曲线如下：

```
F(rad/s)     | U7   | (db) Min=  -64.00      db              Max=  -6.021      db
1.000E+02 -4.000E+01 |                       *
1.778E+02 -3.500E+01 |                           *
3.162E+02 -3.001E+01 |                                *
5.623E+02 -2.503E+01 |                                    *
1.000E+03 -2.009E+01 |                                         *
1.778E+03 -1.527E+01 |                                             *
3.162E+03 -1.083E+01 |                                                  *
5.623E+03 -7.387E+00 |                                                     *
1.000E+04 -6.021E+00 |                                                      *
1.778E+04 -7.387E+00 |                                                     *
3.162E+04 -1.083E+01 |                                                  *
5.623E+04 -1.527E+01 |                                             *
1.000E+05 -2.009E+01 |                                         *
1.778E+05 -2.503E+01 |                                    *
3.162E+05 -3.001E+01 |                                *
5.623E+05 -3.500E+01 |                           *
1.000E+06 -4.000E+01 |                       *
1.778E+06 -4.500E+01 |                  *
3.162E+06 -5.000E+01 |             *
5.623E+06 -5.500E+01 |         *
1.000E+07 -6.000E+01 |    *
```

从幅频曲线可见，该电路具有带通滤波特性。

```
 F(rad/s)      相 位  -180     -90       0       +90      180
1.000E+02   -91.146 .        *.         |        .         .
1.778E+02   -92.038 .        *.         |        .         .
3.162E+02   -93.622 .        *.         |        .         .
5.623E+02   -96.437 .        *.         |        .         .
1.000E+03  -101.421 .       * .         |        .         .
1.778E+03  -110.167 .      *  .         |        .         .
3.162E+03  -125.097 .    *    .         |        .         .
5.623E+03  -148.702 .  *      .         |        .         .
1.000E+04  -180.000 *         .         |        .         .
1.778E+04   148.702 .         .         |        .     *   .
3.162E+04   125.097 .         .         |        .   *     .
5.623E+04   110.167 .         .         |        .  *      .
1.000E+05   101.421 .         .         |        . *       .
1.778E+05    96.437 .         .         |        .*        .
3.162E+05    93.622 .         .         |        .*        .
5.623E+05    92.038 .         .         |        .*        .
1.000E+06    91.146 .         .         |        .*        .
1.778E+06    90.644 .         .         |        *         .
3.162E+06    90.362 .         .         |        *         .
5.623E+06    90.204 .         .         |        *         .
1.000E+07    90.115 .         .         |        *         .
```

从幅频和相频曲线可见，该电路具有带通滤波特性以及相位变化范围为 -90° $+90^\circ$

下面举例说明如何利用符号网络分析程序SNAP来计算全符号和部分符号的网络函数。

例12-15 电路与图13-29(a)相同，利用符号网络分析程序求网络函数 $\dot{U}_7/\dot{U}_1$ 。

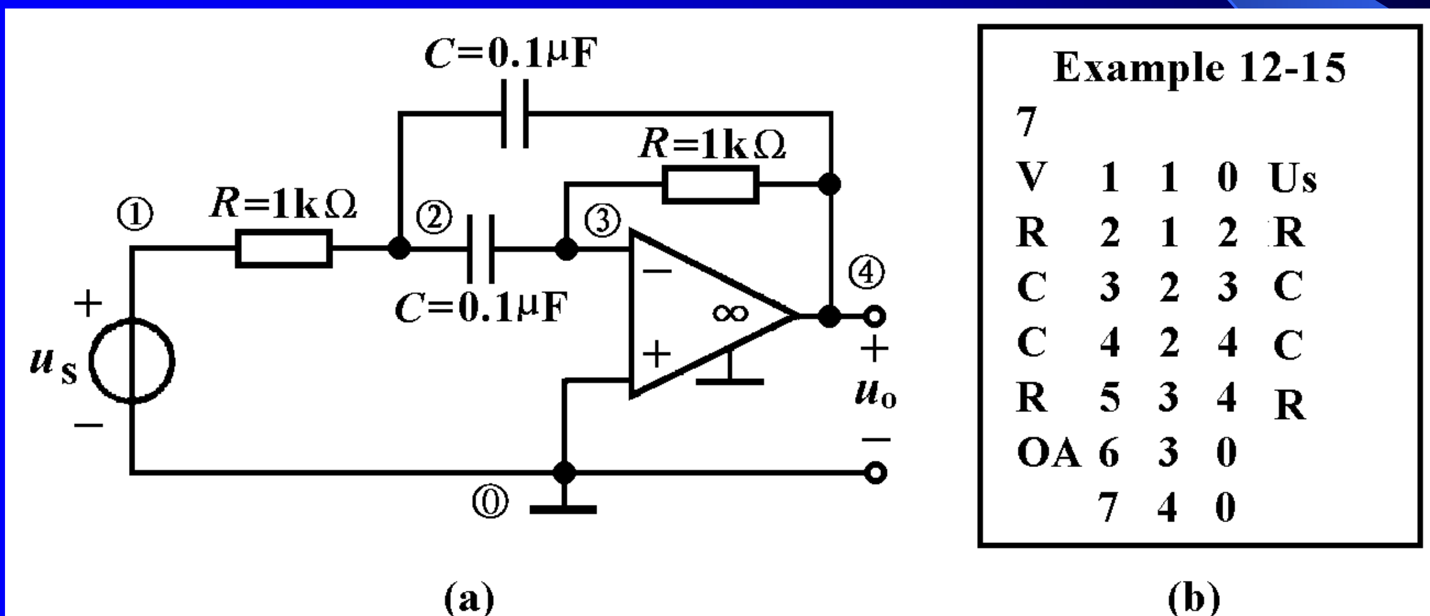


图12－30 符号网络函数的计算

解：利用符号网络分析程序SNAP可以计算出元件参数用符号表示的网络函数。图12－30(a)电路的数据文件，如图(b)所示。运行SNAP程序，对全部或部分符号赋值，再选择计算网络函数的菜单，输入电压 U7 并回车，计算机屏幕上显示以下计算结果。

```
***** 对 符 号 赋 值 ****
R    = 1.000E+03        C    = 1.000E-07
----- 计 算 网 络 函 数 H(S) -----
              -RSC
U7 /Us= -------------------------
          RRSCSC+2RSC+1

           -.100E-03 S
U7 /Us= ----------------------------------------
         .100E-07 SS   +.200E-03 S    +1.00
```

第一个式子是全符号网络函数，式中S=jω，将它代入后可以得到以下结果:

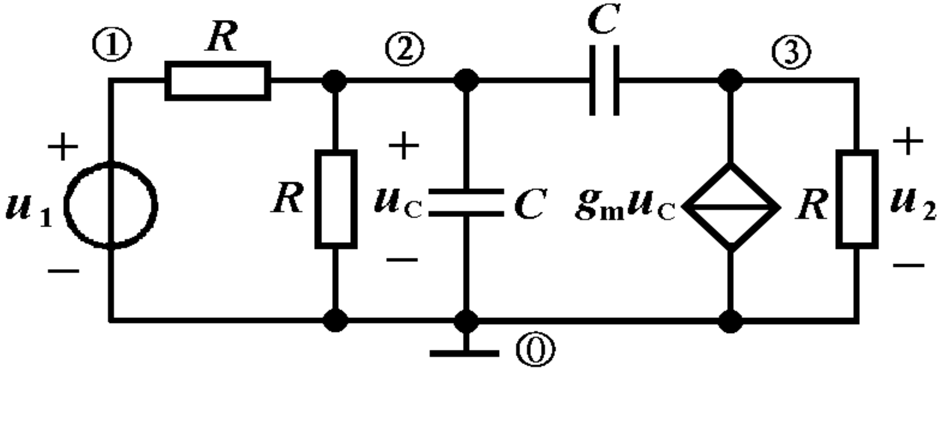
$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_7}{\dot{U}_1}(\mathrm{j}\omega)=\frac{-\mathrm{j}\omega RC}{1-(\omega RC)^2+\mathrm{j}2\omega RC}$$

第二个式子是代入R、C数值后的计算结果，代入S=jω后的结果如下:

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_7}{\dot{U}_1}(\mathrm{j}\omega)=\frac{-\mathrm{j}10^{-4}\omega}{1-10^{-8}\omega^2+\mathrm{j}2\times10^{-4}\omega}$$

这个结果与用DNAP计算的结果完全相同。

例12-16 电路与图12-8(a)相同，利用符号网络分析程序求网络函数 $\dot{U}_7/\dot{U}_1$ 。



(a)

Example 12-16

7					
V	1	1	0		Us
R	2	1	2		R
R	3	2	0		R
C	4	2	0		C
C	5	2	3		C
VC	6	0	3	3	k
R	7	3	0		R

(b)

图12－31 符号网络函数的计算

解：图12-31(a)电路的数据文件，如图(b)所示。运行SNAP程序，对全部或部分符号赋值，再选择计算网络函数的菜单，输入电压 U7 并回车，计算机屏幕上显示以下计算结果。

***** 对 符 号 赋 值 ****

```
R      = 1.000E+03
C      = 1.000E-06
gm     = 2.000E-03
```

----- 计 算 网 络 函 数 H(S) -----

```
          RSC+Rgm
U7 /Us= ----------------------
          RRSCSC+4RSC-RRSCgm+2

           .100E-02 S    +2.00
U7 /Us= -------------------------------------
           .100E-05 SS   +.200E-02 S    +2.00
```

第一个式子代入S=jω的全符号网络函数如下所示:

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_7}{\dot{U}_1}(\mathrm{j}\omega)=\frac{Rg_{\mathrm{m}}+\mathrm{j}\omega RC}{2-\omega^2R^2C^2+\mathrm{j}4\omega RC-\mathrm{j}\omega R^2Cg_{\mathrm{m}}}$$

这个结果与式(12-2)完全相同。

第二个式子代入S=jω的部分符号网络函数如下所示:

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_7}{\dot{U}_1}(\mathrm{j}\omega)=\frac{2+\mathrm{j}10^{-3}\omega}{2-10^{-6}\omega^2+\mathrm{j}2\times10^{-3}\omega}$$

这个结果与式(12-2)完全相同。

摘　要

1.正弦稳态网络函数的定义为

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{输出相量}{输入相量}=|H(\mathrm{j}\omega)|\angle\theta(\omega)$$

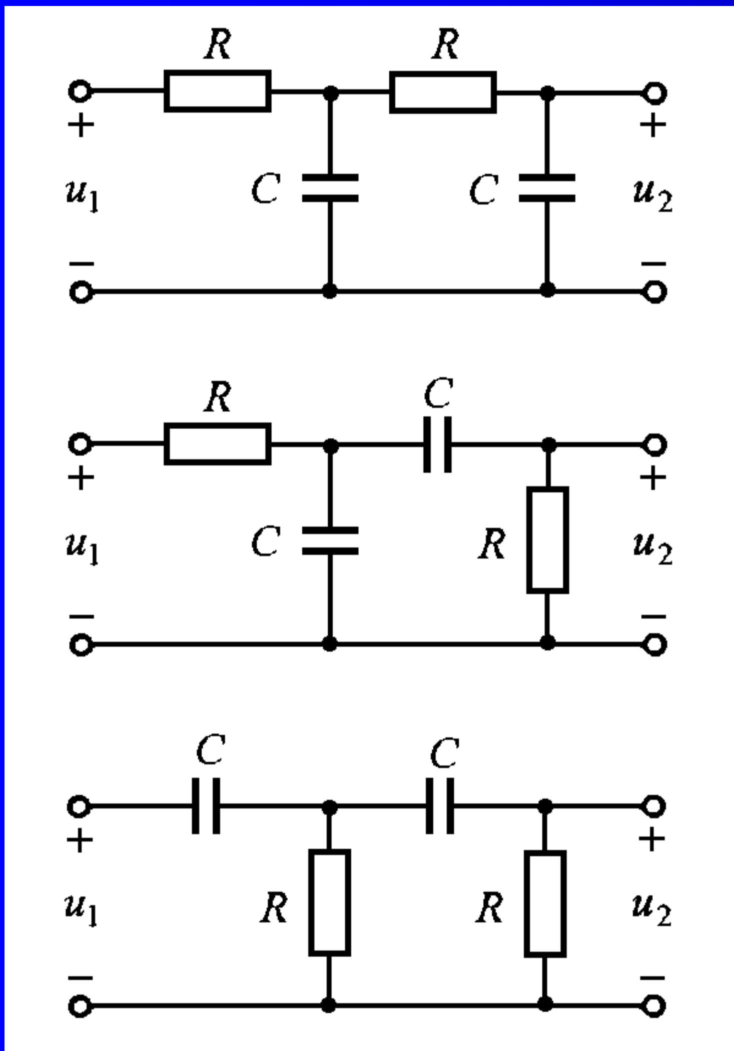
网络函数反映网络本身特性，与激励电压或电流无关。已知网络函数$H(\mathrm{j}\omega)$，给定任意正弦输入$u_{\mathrm{i}}(t)=U_{\mathrm{m}}\cos(\omega t+\psi_{\mathrm{i}})$，输出正弦波为

$$u_{\mathrm{o}}(t)=|H(\mathrm{j}\omega)|U_m\cos[\omega t+\psi_{\mathrm{i}}+\theta(\omega)]$$

2. 一般来说，动态电路网络函数的振幅$|H(\mathrm{j}\omega)|$和相位$\theta(\omega)$是频率ω的函数。工程上常采用对数坐标来绘制幅频和相频特性曲线(波特图)。这些曲线直观地反映出网络对不同频率正弦信号呈现的不同特性。利用这些曲线可设计出各种频率滤波器和移相器。

3.*RC*和*RL*电路可实现低通、高通、带通等滤波特性。

例如前面讨论过的二阶*RC*低通、高通、带通滤波电路及其网络函数如下：



$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{1}{1-\omega^2R^2C^2+\mathrm{j}3\omega RC}$$ 低通滤波

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{\mathrm{j}\omega RC}{1-\omega^2R^2C^2+\mathrm{j}3\omega RC}$$ 带通滤波

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{(\mathrm{j}\omega RC)^2}{1-\omega^2R^2C^2+\mathrm{j}3\omega RC}$$ 高通滤波

4. *RLC*串联电路的谐振条件是

$$\boxed{\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

谐振时驱动点阻抗为

$$\boxed{Z(\mathrm{j}\omega_0) = R}$$

呈现纯电阻，且为最小值。

串联谐振时，电感和电容电压的幅度相等，并等于端口电压或电阻电压的Q倍，即

$$U_{\mathrm{L}} = U_{\mathrm{C}} = QU_{\mathrm{S}} = QU_{\mathrm{R}}$$

其中

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R\omega_0 C} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

量值上等于谐振时感抗或容抗与电阻之比。

5. *RLC*并联电路的谐振条件是

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

与*RLC*串联电路的谐振条件相同。谐振时的驱动点导纳为

$$Y(\mathrm{j}\omega) = G = \frac{1}{R}$$

呈现纯电阻，且为最小值。

并联谐振时，电感和电容电流的幅度相等，并等于端口电流或电阻电流的Q倍，即

$$I_{\mathrm{L}}=I_{\mathrm{C}}=QI_{\mathrm{S}}=QI_{\mathrm{R}}$$

其中

$$Q=\frac{R}{\omega_0 L}=R\omega_0 C=R\sqrt{\frac{C}{L}}$$

量值上等于谐振时感纳或容纳与电导之比。

6. ***RLC*串联电路的转移电压比 $\dot{U}_R/\dot{U}_S$ 和*RLC*并联电路的转移电流比 $\dot{I}_R/\dot{I}_S$ 具有相同的形式**

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{1}{1+\mathrm{j}Q\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}-\dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

它具有带通滤波特性。其3dB带宽为

$$\Delta\omega=\frac{\omega_0}{Q}\quad \text{或} \quad \Delta f=\frac{f_0}{Q}$$

Q 越高，带宽越窄，曲线越尖锐，对信号的选择性越好。在电路品质因数*Q*较大时，其带通滤波特性的中心频率就是电路的谐振频率，即为

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \text{或} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$