第5章　场论和路论的关系

安培(1775－1836)

麦克斯韦 (1831－1879)

引言：电路理论

基本物理量：电压 U　电流 I

电路参数：　电阻 R　电感 L　电容 C

电磁场理论

基本场量：电场强度 $\vec{E}$　电位移矢量 $\vec{D}$

磁感应强度 $\vec{B}$　磁场强度 $\vec{H}$

媒质参数：电导率 σ　磁导率 μ　介电常数 ε

场论和路论关系：统一、不可分割的。

场论强调普遍性，在电路尺寸远小于工作波长时即准静态情况下，路论是可以由麦克斯韦方程组导出的近似理论。

一、欧姆定律

1. 概念

它反映电阻两端电压和流经电阻的电流的关系，即

$$U = IR$$

2. 条件

欧姆定律只是在线性、各向同性媒质的假设下才成立。对于均匀直导线的电阻

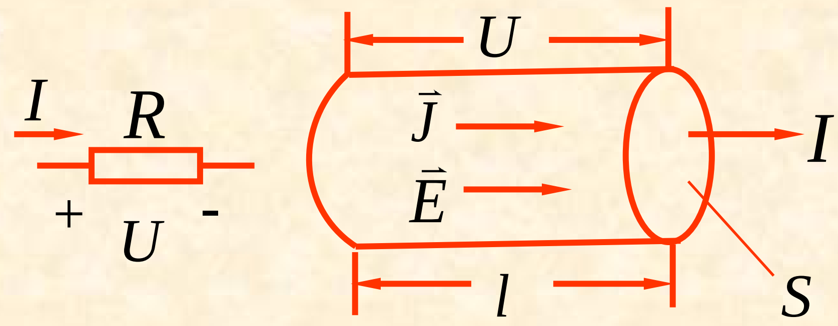
$$R = \rho\frac{l}{S}$$

电阻率

★3. 欧姆定律的微分形式

$$\boxed{\vec{J} = \sigma\vec{E}} \rightarrow \vec{E} = \frac{1}{\sigma}\vec{J} = \rho\vec{J}$$

4. 两者之间的关系



$$U = -\int_l \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$U = -\int_l \rho\vec{J}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = I\rho\int_l \frac{\mathrm{d}l}{S} = \rho\frac{Il}{S}$$

$$U = IR$$

由此可见，从场论出发，可以导出路论中的欧姆定律表达式。

二、焦耳定律

1. 概念

在一段含有电阻的电路中，计算损耗功率的关系式为：

$$P = UI \Longleftrightarrow P = I^2 R$$

2. 功率损耗的含义

导电媒质中自由电子在电场力作用下运动，运动过程中电子和结晶点阵不断发生碰撞作用，电子的动能被转化为热能称为功率损耗。

★3. 焦耳定律的微分形式

电子电荷 q在电场力作用下移动距离 Δl,则电场力做功为:

$$\Delta W = q\vec{E}\cdot\Delta\vec{l}$$

相应的功率为: $p = \dfrac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = q\vec{E}\cdot\vec{v}$

为电子漂移速度

体积元$\mathrm{d}V$ 中全部自由电子的损耗功率为:

$$\mathrm{d}P = \sum p = \vec{E}\cdot(Nq\vec{v})\mathrm{d}V = \vec{E}\cdot\vec{J}\mathrm{d}V$$

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} \longrightarrow \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}V} = \vec{E}\cdot\vec{J} \longrightarrow \boxed{\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}V} = \sigma E^2}$$

4. 关系

在体积为V的一段导体中，总的损耗功率为：

$$P=\int_V \vec{E}\cdot\vec{J}\mathrm{d}V$$

对于一段均匀直导体的情况，令$\mathrm{d}V=\mathrm{d}l\mathrm{d}S$，$\mathrm{d}\vec{l}$ 和电流线一致，$\mathrm{d}\vec{S}$ 和电流线垂直，则：

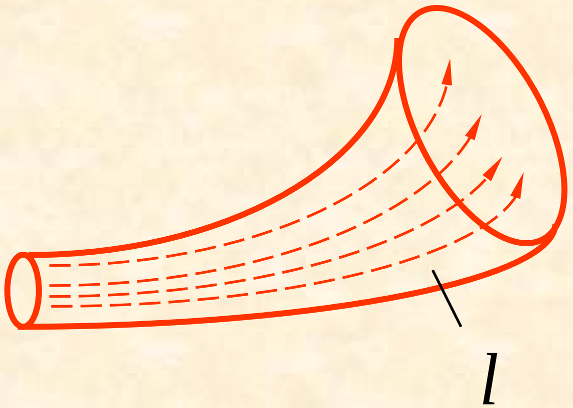
$$P=\int_V \vec{E}\cdot\vec{J}\mathrm{d}V=\int_l E\mathrm{d}l\int_S J\mathrm{d}S=UI$$

所得结果和路论中的焦耳定律式一致。这又一次反映了场论和路论的统一关系。

三、电阻的计算

设和电流线垂直的两个端面为等位面，两端面之间的电压降为：

$$U=-\int_l \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



通过任意横截面S的电流为：

$$I=\int_S \vec{J}_{\mathrm{c}}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\int_S \sigma\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

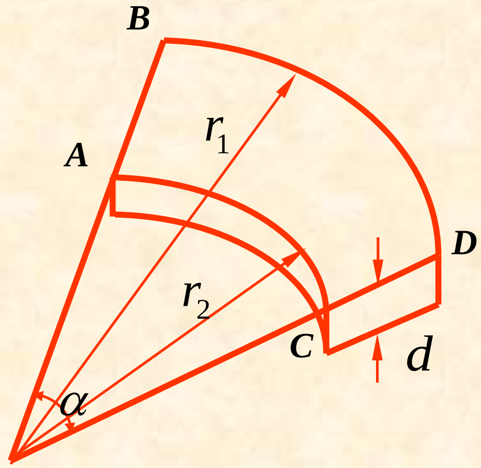
根据定义可得到两端面间导电媒质的电阻R为：

★ $$R=\frac{U}{I}=\frac{-\int_l \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}}{\int_S \sigma\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}}$$

例 1： 有一扇形导体，电导率为 σ，厚度为 d，圆弧半径分别为 r_1 和 r_2，两侧平面的夹角为 α，如图所示。求:(1)沿厚度方向的电阻；(2)两圆弧面间的电阻；(3)两侧平面间的电阻。

解 (1) 上、下扇面分别为等位面，其中电场为均匀场，设该电场为 E_0，上、下底面间的电压为:

$$U = E_0 d$$



扇形导体

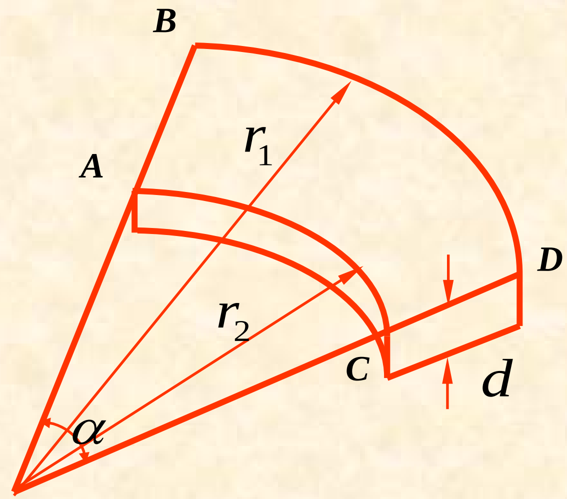
上、下面间的电流密度为: $J_c = \sigma E_0$

于是总电流为: $I = J_c S = \dfrac{\sigma E_0 \alpha (r_2^2 - r_1^2)}{2}$

厚度方向的电阻为: $R = \dfrac{U}{I} = \dfrac{2d}{\sigma \alpha (r_2^2 - r_1^2)} \quad (\Omega)$

（2）两圆弧面为等位面，其中电场沿径向变化，设沿径向流过的电流为 I，则其间任意弧面S上的电流密度为：

$$\vec{J}_c = \frac{I}{S}\hat{a}_r = \frac{I}{d\alpha r}\hat{a}_r$$



又因为： $\vec{J}_c = \sigma\vec{E}$

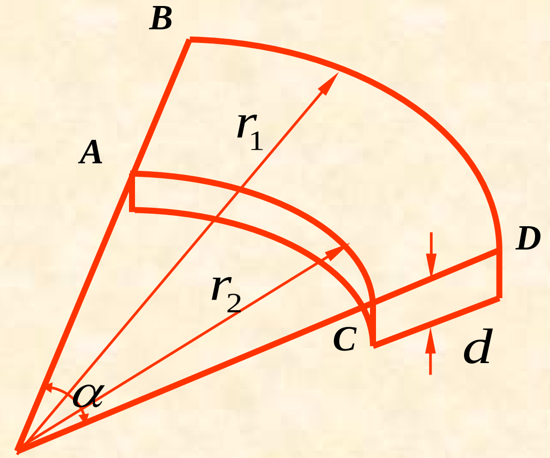
所以其间电场为： $\vec{E} = \dfrac{I}{\sigma d\alpha r}\hat{a}_r$

两弧面之间的电压为：$U = \displaystyle\int_{r_1}^{r_2}\vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_{r_1}^{r_2}\frac{I}{\sigma d\alpha r}dr = \frac{I}{\sigma d\alpha}\ln\frac{r_2}{r_1}$

于是电阻为： $R = \dfrac{U}{I} = \dfrac{1}{\sigma d\alpha}\ln\dfrac{r_2}{r_1} \quad (\Omega)$

(3)两侧面分别为等位面，其中电场与r有关，与φ无关，设两侧面间电压为U，则：

$$U=\int_0^{\alpha}E(r)r\mathrm{d}\varphi=E(r)r\alpha$$



得电场： $E(r)=\dfrac{U}{\alpha r}$

电流密度为： $\vec{J}_{\mathrm{c}}=\sigma\vec{E}=\dfrac{\sigma U}{\alpha r}\hat{a}_{\varphi}$

电流为： $I=\int\vec{J}_{\mathrm{c}}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int_0^{d}\int_{r_1}^{r_2}\dfrac{\sigma U}{\alpha r}\mathrm{d}r\mathrm{d}z=\dfrac{\sigma dU}{\alpha}\ln\dfrac{r_2}{r_1}$

两侧平面间的电阻为： $R=\dfrac{U}{I}=\dfrac{\alpha}{\sigma d\ln r_2/r_1}\quad(\Omega)$

四、电容

1.孤立导体的电容 $C=\dfrac{Q}{\phi}$

式中：Q为导体所带的电荷量，ϕ为导体的电位。

2. 双导体系统的电容 $C=\dfrac{Q}{U}$

式中Q为带正电导体的电荷量，U为两导体间的电压。

$$Q=\oint_S \varepsilon\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

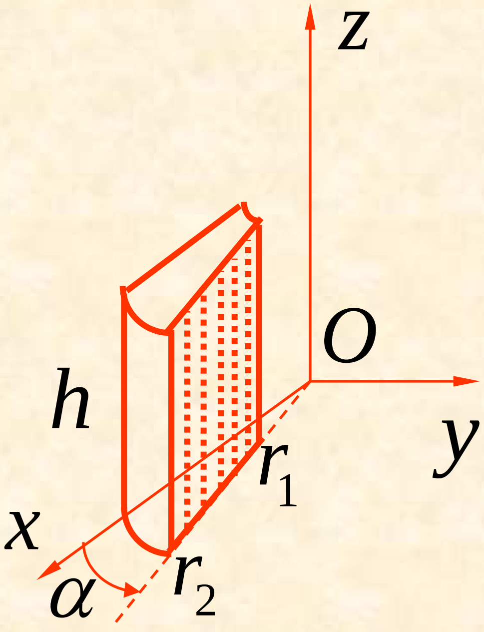
$$U=-\int_l \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$C=\frac{\oint_S \varepsilon\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}}{-\int_l \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}}$$

由上式可见：

欲计算两导体间的电容 C ，必须求出其间的电场 $\vec{E}$ 。

例2： 如图所示，电容器可以用圆柱坐标系表示，一极板位于xOz平面，另一极板和xOz面成α角，电容器高为h，径向尺寸$r=r_2-r_1$，内部填充介质的介电常数为ε，求电容。



解 忽略边缘效应，由边界条件判断，则极板间电场$\vec{E}$与r有关，与φ无关，$\vec{E}=E(r)\hat{a}_\phi$

设两极板间电压为U

$$U=-\int_l \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\int_0^\alpha E(r)r\mathrm{d}\varphi=E(r)r\alpha$$

则： $E(r)=\dfrac{U}{\alpha r}$

在 $\varphi=0$ 的极板处，根据电场边界条件：

$$\rho_S = D_n = \varepsilon E_n = \frac{\varepsilon U}{r\alpha}$$

在极板上总电荷为：

$$Q = \int_S \rho_S \mathrm{d}S = \int_0^h \int_{r_1}^{r_2} \frac{\varepsilon U}{r\alpha} \mathrm{d}r\mathrm{d}z = \frac{\varepsilon U h}{\alpha} \ln\frac{r_2}{r_1}$$

所以电容为：

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon h}{\alpha} \ln\frac{r_2}{r_1}$$

例3： 一无限长同轴电缆的内外半径分别为a和b，其间填充介电常数为 ε 的介质，如图所示。

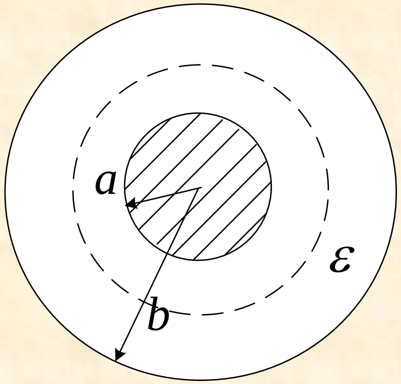
求： 同轴电缆单位长度的电容。

解： 设内导体单位长度带电荷量为 Q，在内、外导体之间取单位长度的闭合柱面，在该闭合面 上应用高斯定律：

$$\oint \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = Q$$

即：
$$\int_0^1\int_0^{2\pi} \varepsilon E r\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}z = \varepsilon E 2\pi r = Q$$

所以：
$$\vec{E} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon r}\hat{a}_r$$



同轴电缆截面图

内外导体间的电压为：
$$U = \int_a^b \vec{E}\cdot \mathrm{d}r\hat{a}_r = \frac{Q}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{b}{a}$$

同轴线单位长度电容为：
$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln(b/a)}$$

3. 部分电容

如图1所示,若在一平行板电容器中置入一金属球，请问：平行板间的电容如何变化?

$$C = C_{12} + \frac{C_{13}C_{23}}{C_{13} + C_{23}}$$

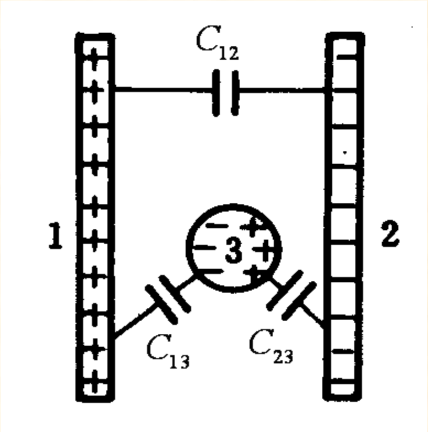


图1 含金属球的平行板电容器

式中 C_{12}、C_{13} 和 C_{23} 称为导体系统的部分电容，其等效电路如图2所示。

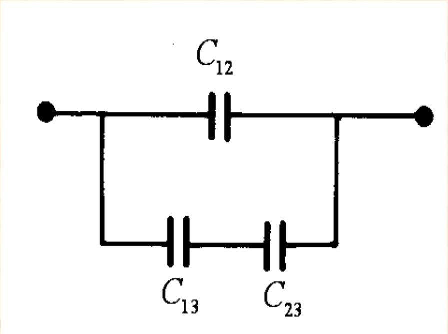
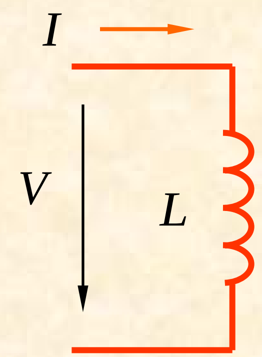


图2 三导体系统的等效电路

多导体的电容，每个导体的电位不仅与导体本身电荷有关，同时还与其他导体上的电荷有关，对于三个导体以上的多导体系统用部分电容来描述。

五、电感

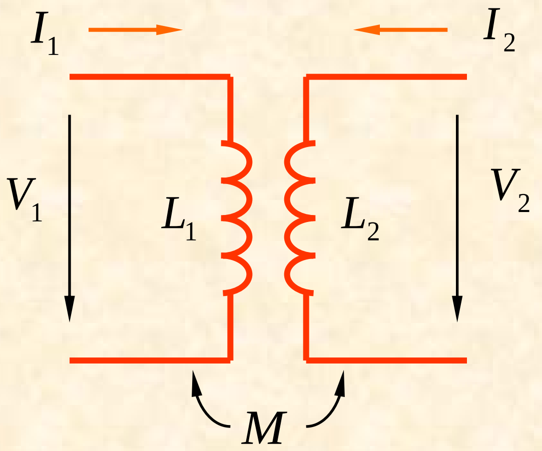
1. 概念: 包括自感 L 和互感 M 。



在正弦交流电路中，若只含一个纯电感时，如图所示。电感上的电压和电流的关系为

$$U = \mathrm{j}\omega LI$$

当电路包括两个以上电感线圈时，如图所示。电感上的电压和电流的关系为:

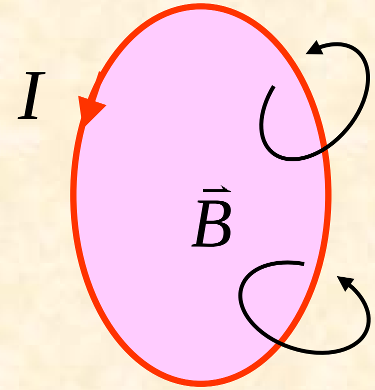


$$\left.\begin{aligned} U_1 &= \mathrm{j}\omega L_1 I_1 + \mathrm{j}\omega M I_2 \\ U_2 &= \mathrm{j}\omega M I_1 + \mathrm{j}\omega L_2 I_2 \end{aligned}\right\}$$

2. 自感

（1）单匝线圈的自感

如图所示。



假设线圈内外不存在铁磁性物质，则 I 和 $\varPsi$ 之间存在线性关系，比值是一个常数

$$\varPsi = \int_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$L = \frac{\varPsi}{I}$$

式中 L 称为自感系数，简称为自感，它取决于线圈的几何形状和尺寸以及磁介质的磁导率。

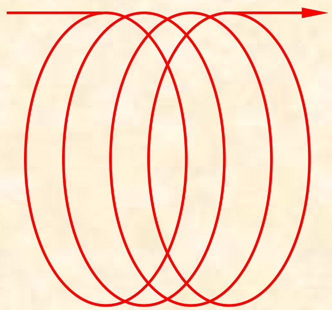
磁通为 $\Psi = \int_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$

根据矢量磁位的定义 $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$

由斯托克斯定理，得到 $\Psi = \int_S \nabla \times \vec{A} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oint_l \vec{A} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{\oint_l \vec{A} \cdot \mathrm{d}\vec{l}}{I}$$

（2）多匝线圈的自感



若有N匝相同的线圈，则得磁链

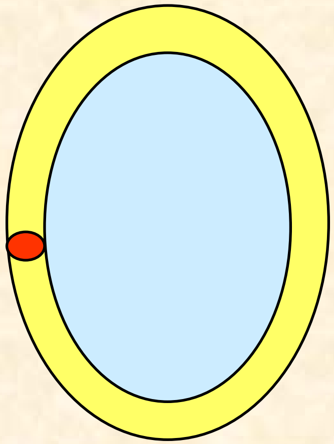
$$\Lambda = N\Psi$$

相应回路的电感： $L = \dfrac{N\Psi}{I}$

（3）内自感和外自感

内自感：导线内部的磁链与导线中电流的比值。

外自感：导线外部环面内的磁链与导线中电流的比值。



$$L_i = \frac{\Psi_\mathrm{i}}{I}$$

$$L_0 = \frac{\Psi_0}{I}$$

单个载流回路的自感应为内自感和外自感之和，即

$$L = L_\mathrm{i} + L_0$$

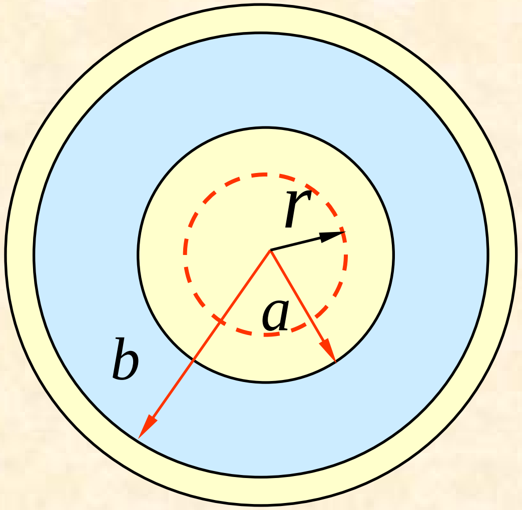
式中 L_i 为内自感，L_0 为外自感。

例4：一空气同轴线，内导体的半径为a，外导体的内半径为b，设外导体的壁厚很小，求同轴线单位长度的电感。

解：同轴线单位长度的电感可分为内导体中的内自感、内外导体之间的外自感和外导体中的内自感三部分。

(1)内导体的内自感 $(0 \le r \le a)$

如图所示，由安培环路定律得

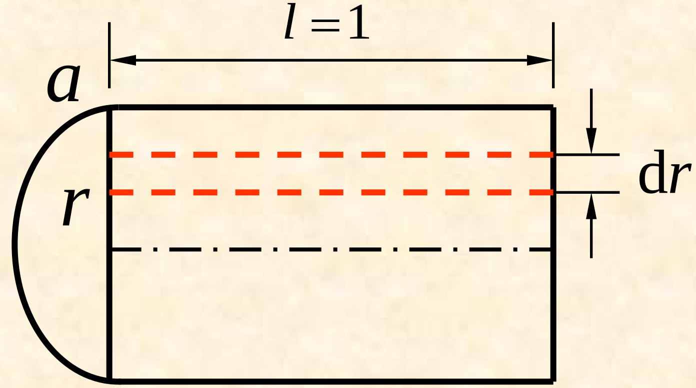


$$\oint_l \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = I' \quad \begin{cases} \oint_l \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = H_\varphi 2\pi r \\ I' = \dfrac{I}{\pi a^2} \cdot \pi r^2 = \dfrac{r^2}{a^2} I \end{cases}$$

所以：$$\vec{B}_\mathrm{i} = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2} \hat{a}_\varphi$$

单位长度内导体截面的磁通量为

$$\mathrm{d}\Psi_{\mathrm{i}} = \vec{B}_{\mathrm{i}} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}\mathrm{d}r$$



$\mathrm{d}\Psi_{\mathrm{i}}$只和半径为$r$的圆截面内的电流 I'交链，与总电流 I 相交链的磁链为：

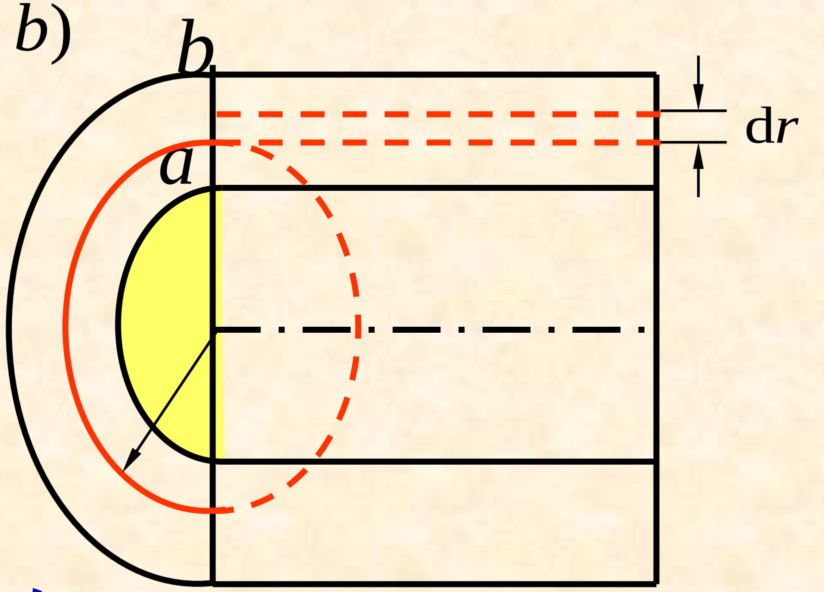
$$I' = \frac{r^2}{a^2} I$$

$$\mathrm{d}\Lambda_{\mathrm{i}} = \frac{r^2}{a^2}\mathrm{d}\Psi_{\mathrm{i}} = \frac{r^2}{a^2}\left(\frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}\right)\mathrm{d}r = \frac{\mu_0 r^3 I}{2\pi a^4}\mathrm{d}r$$

在内导体内的总磁链为： $\Lambda_{\mathrm{i}} = \int_0^a \frac{\mu_0 I}{2\pi a^4} r^3 \mathrm{d}r = \frac{\mu_0 I}{8\pi}$

所以：内导体单位长度的内自感为 $L_{\mathrm{i}} = \frac{\Lambda_{\mathrm{i}}}{I} = \frac{\mu_0}{8\pi} \quad (\mathrm{H/m})$

(2) 内外导体间的外自感 $(a \le r \le b)$



根据安培环路定律

$$\oint_l \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = I$$

所以: $\vec{B}_0 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{a}_\varphi$

内外导体之间单位长度上的磁通为:

$$\Psi_0 = \int_S \vec{B}_0 \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_a^b \mu_0 \left(\frac{I}{2\pi r}\right) \mathrm{d}r = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

同轴线单位长度的外自感为:

$$L_0 = \frac{\Psi_0}{I} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \qquad (\mathrm{H/m})$$

(3) 外导体中的内自感

按题意，外导体的壁很薄，可以认为电流只在 $r=b$ 的壁面上流动，这样外导体中的内自感为零。 $L_3=0$

于是同轴线单位长度的总电感为

$$L=L_{\mathrm{i}}+L_0=\frac{\mu_0}{8\pi}+\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{b}{a} \qquad (\mathrm{H/m})$$

若考虑外导体的壁厚 $(b\le r\le c)$，c 为外导体的外半径，需给出外导体的内自感 L_i' 。

利用能量关系也可方便地算出：

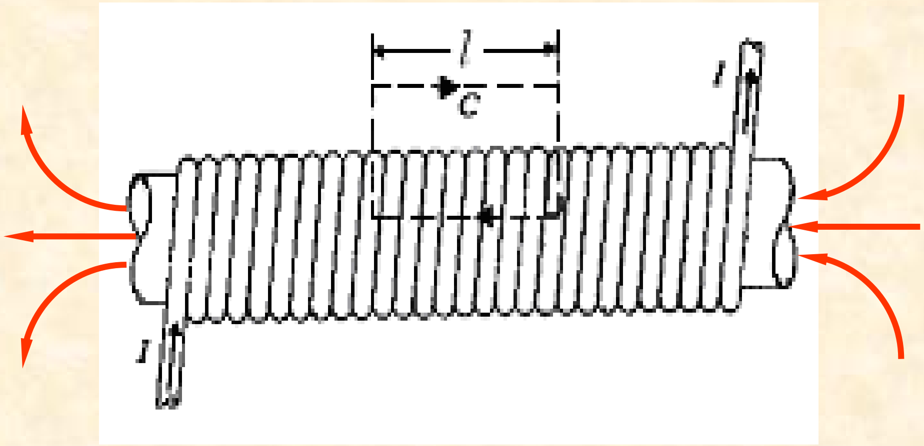
$$L_{\mathrm{i}}'=\frac{\mu_0}{2\pi}\left[\frac{c^4\ln\dfrac{c}{b}}{(c^2-b^2)^2}+\frac{b^2-3c^2}{4(c^2-b^2)}\right] \qquad (\mathrm{H/m})$$

此时，同轴线单位长度的总电感为：$L=L_{\mathrm{i}}+L_0+L_{\mathrm{i}}'$

例5： 一非常长的非磁性圆柱的半径为a，每单位长度上紧密缠绕 n 匝线圈，形成空心电感器(螺线管)，若通过线圈的电流 I是恒定的。求该电感器单位长度上的电感。

解： 该螺线管内部的磁感应强度可由安培环路定律求出。如图所示，构造一个长度为 l 的矩形围线，显然，螺线管外部没有磁场，则：

$$Bl = \mu_0 nlI \longrightarrow \vec{B} = \mu_0 nI\hat{a}_z$$



可见，半径为a的圆柱体内的磁通量为：

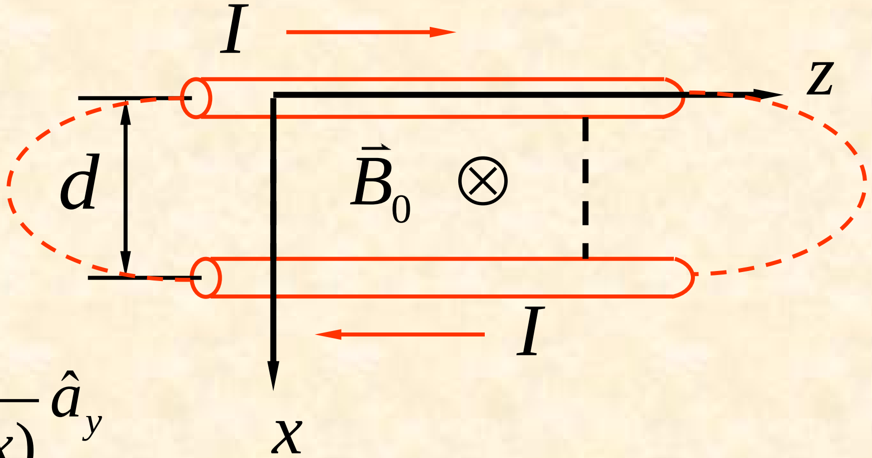
$$\Psi = B \cdot \pi a^2 = \mu_0 nI\pi a^2$$

所以，该电感器单位长度的电感为：$L = \dfrac{n\Psi}{I} = \mu_0 \pi n^2 a^2 \quad (\mathrm{H/m})$

例6： 无限长双导线单位长度上的电感。导线半径为 a 。

解： 已知单位长度的内自感为：

$$L_i = \frac{\mu_0}{8\pi}$$



外自感： $\vec{B}_0 = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

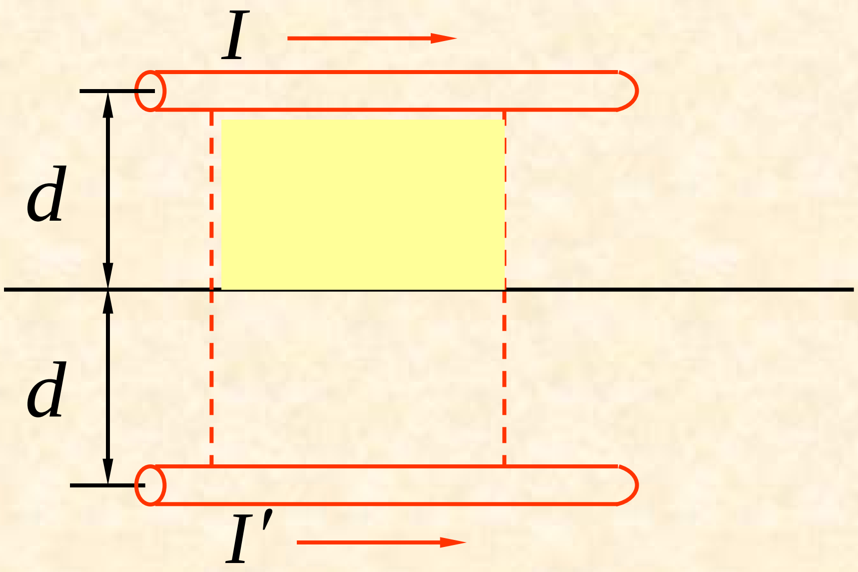
$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}\hat{a}_y \qquad \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(d-x)}\hat{a}_y$$

$$\Psi_0 = \int_S (\vec{B}_1 + \vec{B}_2)\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_0^1\int_a^{d-a} (\vec{B}_1 + \vec{B}_2)\cdot \mathrm{d}x\mathrm{d}z\hat{a}_y$$

单位长度上的外自感： $L_0 = \dfrac{\Psi_0}{I} = \dfrac{\mu_0}{\pi}\ln\dfrac{d-a}{a}$

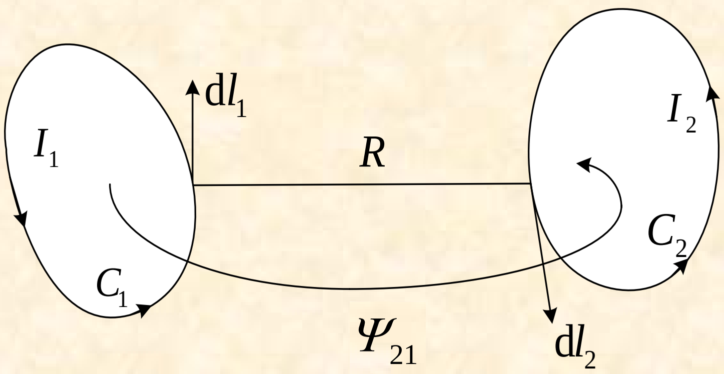
双导线单位长度上的电感： $L = 2L_i + L_0 = \dfrac{\mu_0}{4\pi} + \dfrac{\mu_0}{\pi}\ln\dfrac{d-a}{a}$

思考：一无限长导线平行于无限大导磁面，导线半径为a，求：单位长度上的电感。



单位长度上的电感：　$L = L_i + L_0$

3. 互感



C_1线圈对C_2线圈的互感为

$$M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{I_1}$$

式中：$\Psi_{21} = \int_{S_2} \vec{B}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{S}$

同理，C_2线圈对C_1线圈的互感为

$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{I_2}$$

如果两个载流回路分别由N_1、N_2匝线圈组成，则互感变为

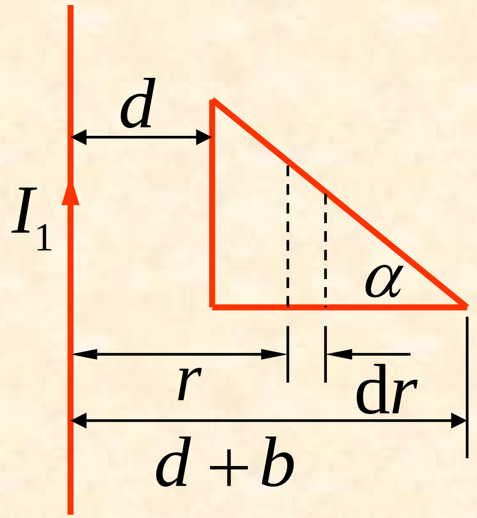
$$M_{21} = \frac{N_2 \Psi_{21}}{I_1}$$

$$M_{12} = \frac{N_1 \Psi_{12}}{I_2}$$

不难证明，线圈回路间的互感是互易的，即

$$M_{12} = M_{21}$$

例7： 如图所示，求无限长直导线和直角三角形导线回路间的互感。



$$\vec{B}_1=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}\hat{a}_\varphi$$

$$\Psi_{21}=\int_{S_2}\vec{B}_1\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\int_{S_2}\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}\hat{a}_\varphi\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\mathrm{d}\vec{S}=z\mathrm{d}r\hat{a}_\varphi$$

$$z=(d+b-r)\tan\alpha$$

解： 根据互感定义

$$M_{21}=\frac{\Psi_{21}}{I_1}$$

$$\Psi_{21}=\int_{S_2}\vec{B}_1\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

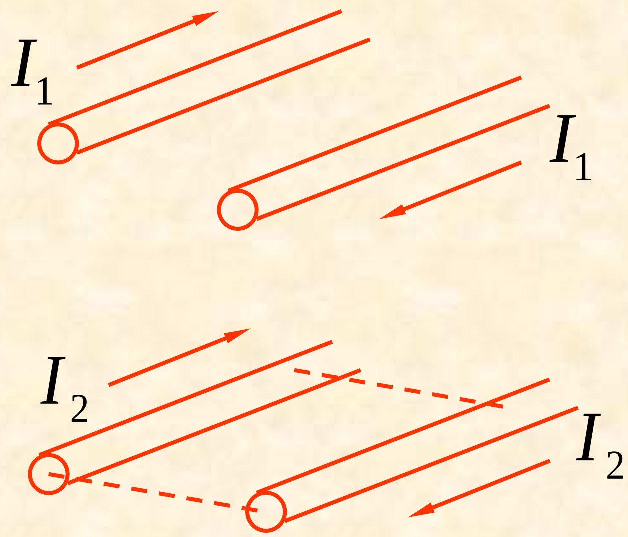
$$\Psi_{21}=\frac{\mu_0 I_1\tan\alpha}{2\pi}\int_d^{d+b}\frac{(d+b-r)}{r}\mathrm{d}r$$

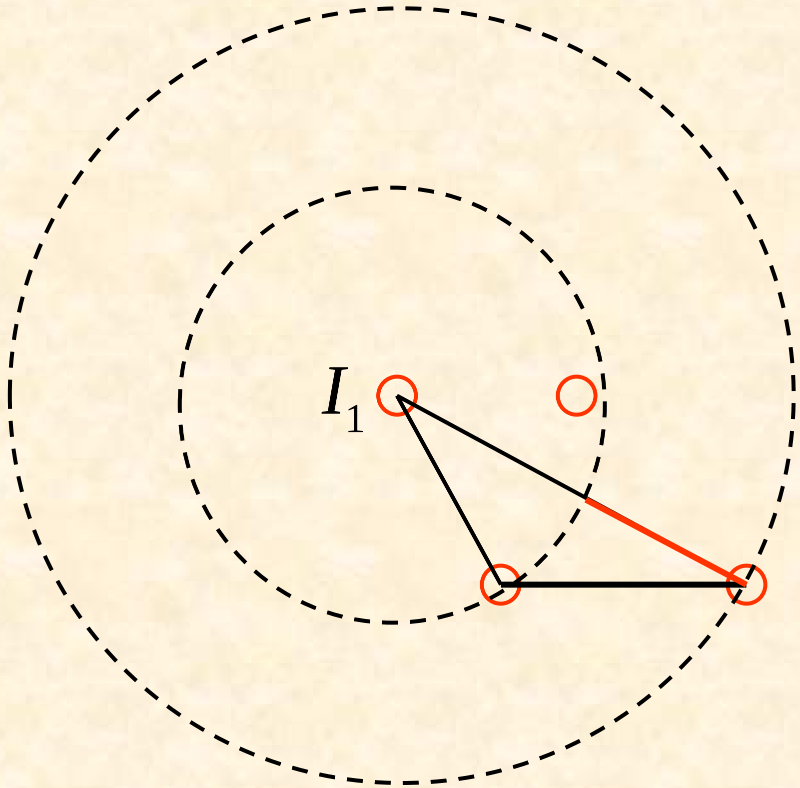
$$=\frac{\mu_0 I_1\tan\alpha}{2\pi r}[(d+b)\ln(1+\frac{b}{d})-b]$$

得：

$$M_{21}=\frac{\mu_0\tan\alpha}{2\pi}[(d+b)\ln(1+\frac{b}{d})-b]$$

思考： 如图所示，求两对无限长双导线单位长度上的的互感。





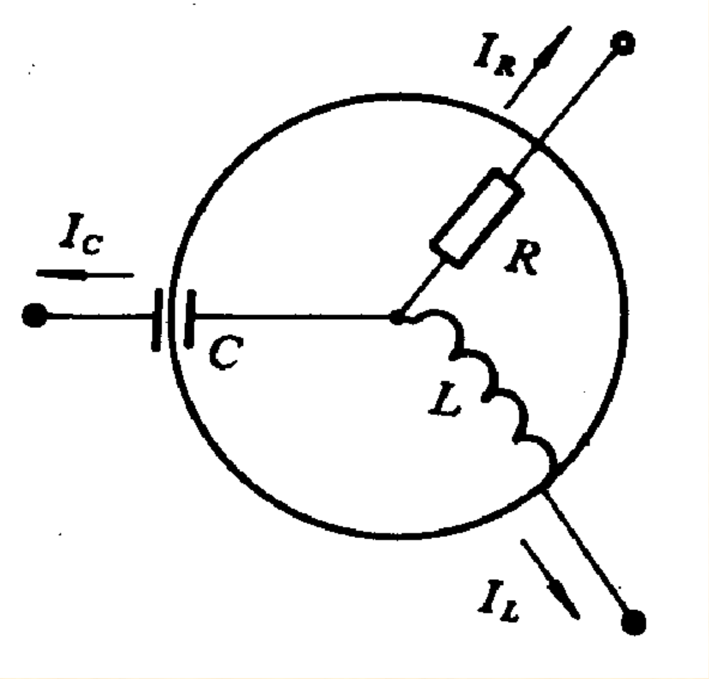
六、基尔霍夫定律和麦克斯韦方程的统一

1. 基尔霍夫电流定律

（1）概念

任一瞬时任一节点的电流的代数和恒为零。

$$\sum_{j=1}^{N} I_j = 0$$



（2）物理意义

表明电荷是守恒的，电荷不会在节点处积累或消失，换句话说，电流在节点处是连续的。

（3）由场论中的推导

根据电流连续性定律 $\oint_S \vec{J}_\mathrm{c} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\dfrac{\partial}{\partial t}\int_V \rho \mathrm{d}V$

S为围绕一节点的任意封闭曲面。

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho \mathrm{d}V = -\oint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\oint_S \vec{J}_\mathrm{d} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = -I_\mathrm{d}$$

$$\sum_{j=1}^{N} I_\mathrm{cj} = -I_\mathrm{d} \longrightarrow \sum_{j=1}^{N} I_j = 0$$

其中：I_j 可为传导电流或位移电流，$\sum I_j$ 则代表节点处这些电流的代数和，这样就证明了基尔霍夫电流定律。

2. 克希荷夫电压定律

（1）概念

一瞬时网络中任一回路内全部电压降的代数和为零，即

$$\sum_{j=1}^{N} U_j = 0$$

（2）物理意义

基尔霍夫电压定律实际上是能量守恒原理的体现。

（3）由场论中的推导

法拉第电磁感应定律 $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$

$$\oint_l \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} \longrightarrow \oint_l \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\oint_l \vec{A} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\oint_l (\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}) \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0 \longrightarrow \nabla \times (\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}) = 0$$

所以：$\vec{E}+\dfrac{\partial\vec{A}}{\partial t}=-\nabla\phi \longrightarrow \vec{E}=-\nabla\phi-\dfrac{\partial\vec{A}}{\partial t}$

$$\underbrace{\vec{E}_a}_{\text{电源电场}} + \underbrace{\vec{E}_0}_{\text{电路中的电场}} = \vec{E}$$

电源电场　　电路中的电场 $\vec{E}_0=\dfrac{\vec{J}}{\sigma}$

则：$\vec{E}_a=-\dfrac{\vec{J}}{\sigma}-\nabla\phi-\dfrac{\partial\vec{A}}{\partial t}$

等号右边三项分别为电阻、电容和电感元件中的电场。

积分形式：$-\oint_l \vec{E}_a\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\oint_l \dfrac{\vec{J}}{\sigma}\cdot \mathrm{d}\vec{l}+\oint_l \dfrac{\partial\vec{A}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{l}+\oint_l \nabla\phi\cdot \mathrm{d}\vec{l}$

$$U_S+U_R+U_L+U_C=0 \longrightarrow \sum_{j=1}^{N}U_j=0$$